

Correction du livret de révision de mathématiques à l'attention des élèves entrant en seconde

1^{ère} partie

Exercice 1

$$A = \frac{-5}{7} + \frac{4}{21} = \frac{-15}{21} + \frac{4}{21} = \frac{-11}{21}$$

$$B = \frac{5}{72} - \frac{1}{9} = \frac{5}{72} - \frac{8}{72} = \frac{-3}{72} = \frac{-1}{24}$$

$$C = \frac{2}{3} \times \frac{1}{8} = \frac{2 \times 1}{3 \times 2 \times 4} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$$

$$D = \frac{-7}{9} \div \frac{6}{-14} = \frac{-7}{9} \times \frac{-14}{6} = \frac{7 \times 7 \times 2}{9 \times 3 \times 2} = \frac{49}{27}$$

$$E = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{7}{2} = \frac{1}{6} + \frac{7}{12} = \frac{2}{12} + \frac{7}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Exercice 2

On note x la fraction que reçoit Christine, la totalité est 1 :

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + x = 1 \Leftrightarrow x = 1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{5} = \frac{15}{15} - \frac{5}{15} - \frac{6}{15} = \frac{4}{15}$$

2^{ème} partie

Exercice 1

Les sommes : $a + 3 \times 5$ $5b + 7$ $(4x - 5) - (7x + 3)$

Les produits : $4(3x + 6)$ $(6u + 4) \times 5$ $(y + 6)^2$

Exercice 2

La somme de 2 et de x	④ : $2+x$
Le double de x	⑤ : $2x$
Le carré de x	② : x^2
La somme de 2 et de la moitié de x	③ : $2 + \frac{x}{2}$
La moitié de la somme de 2 et de x	① : $\frac{2+x}{2}$
La somme de x et du produit de 3 par 2	⑦ : $x+3 \times 2$
Le produit de 2 par la somme de x et de 3	⑧ : $2 \times (x+3)$
La somme du produit de 2 par x et de 3	⑥ : $2 \times x + 3$

Exercice 3

$$A(x) = 7 - 2x(5x - 3) = 7 - 10x^2 + 6x = -10x^2 + 6x + 7$$

$$B(x) = (2x - 3)(5x - 4) = 10x^2 - 8x - 15x + 12 = 10x^2 - 23x + 12$$

$$C(x) = 3x - (x - 1) - (x + 7)(x + 3) = 3x - x + 1 - (x^2 + 3x + 7x + 21) = 2x + 1 - x^2 - 10x - 21 = -x^2 - 8x - 20$$

$$D(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + x + \frac{1}{4}$$

$$E(x) = (6 + 7x)(6 - 7x) = 36 - 49x^2$$

$$F(x) = (4x - 1)^2 = 16x^2 - 8x + 1$$

Exercice 4

$$A(x) = x^2 + 2x = x(x + 2)$$

$$B(x) = 7x(x - 4) - (x - 4)^2 = (x - 4)[7x - (x - 4)] = (x - 4)(7x - x + 4) = (x - 4)(6x + 4)$$

$$C(x) = (x + 1)(2x + 5) - (x + 1)(3x + 4) = (x + 1)(2x + 5 - 3x - 4) = (x + 1)(-x + 1)$$

$$D(x) = 9x^2 + 3x = 3x(3x + 1)$$

$$E(x) = 81 - 64x^2 = (9 - 8x)(9 + 8x)$$

$$F(x) = 49x^2 - 42x + 9 = (7x - 3)^2$$

$$G(x) = (x - 1)^2 - 16 = (x - 1 - 4)(x - 1 + 4) = (x - 5)(x + 3)$$

Exercice 5

$$D = 98 \times 102 = (100 - 2)(100 + 2) = 100^2 - 2^2 = 10000 - 4 = 9996$$

$$E = 999^2 = (1000 - 1)^2 = 1\,000\,000 - 2\,000 + 1 = 998\,001$$

$$F = 101^2 = (100 + 1)^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$$

3^{ème} partie

Exercice 1

x	$\frac{1}{10^3}$	5^{-2}	$(-1)^{17}$	$(-2)^3$	$-7,85 \times 10^5$
Ecriture décimale de x	0,001	$\frac{1}{5^2}=0,04$	-1	-8	-78500

Exercice 2

x	$2^3 \times 2^4$	$3^{-9} \times 3^5$	$6^2 \times 6^5 \times 6^{-4}$	$\frac{5^{-3}}{5^2}$	$((-3)^5)^2$	$5^4 \times 2^4$
x sous forme d'une seule puissance	2^7	3^{-4}	6^3	5^{-1}	$(-3)^{10}$	10^4

Exercice 3

$$A = 3\,789\,000 = 3,789 \times 10^3$$

$$B = -123,8 \times 10^{-5} = -1,238 \times 10^{-3}$$

Exercice 4

$$1,99 \times 10^{-26} \times 6,022 \times 10^{23} = 11,98378 \times 10^{-3}$$

Une mole pèse 11,98378 g soit environ 12 g.

Exercice 5

$$V = \frac{d}{t} \quad \text{donc } t = \frac{d}{v} = \frac{5900 \cdot 10^9}{3 \times 10^8} = \frac{59\,000}{3} \approx 19\,667.$$

Pour aller du Soleil à Pluton la lumière met environ 19 667 s soit 5h30.

Exercice 6 : $10 \times 1,02^3 \approx 10,61$

L'article coûtera environ 10,61€.

4^{ème} partie

Exercice 1

$$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$(-\sqrt{3})^2 = 3 \quad -\sqrt{3^2} = -3$$

$$\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \times 3 = \frac{4}{3}$$

$$2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 2 \times 3 = 6$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 3 \times 4} = 3 \times 2 = 6$$

$$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{25 \times 2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5$$

$$\sqrt{7+42} = \sqrt{49} = 7$$

Exercice 2

$$\sqrt{5+6} = \sqrt{11} \approx 3,3$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{(5)} + \sqrt{(6)} \approx 4,7$$

$$\frac{\sqrt{5+1}}{\sqrt{5-1}} = \frac{\sqrt{(5)+1}}{\sqrt{(5)-1}} \approx 1,6$$

$$2\sqrt{6^2+52} = 2\sqrt{(6^2+52)} \approx 18,8$$

Exercice 3

$$7\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - \sqrt{5} = (7+3-1)\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$$

$$3\sqrt{55} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{11 \times 5 \times 5} = 15\sqrt{11}$$

$$\sqrt{27} + 2\sqrt{75} = \sqrt{9 \times 3} + 2\sqrt{25 \times 3} = 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$$

Exercice 4

$$\sqrt{2}(3\sqrt{2} - 5) = 6 - 5\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{81-49}}{\sqrt{4+4}} = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{8} \times \sqrt{4}}{\sqrt{8}} = 2$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Exercice 5

$$x^2 = 25 \text{ ssi } x = 5 \text{ ou } x = -5$$

$$x^2 = 7 \text{ ssi } x = \sqrt{7} \text{ ou } x = -\sqrt{7}$$

$$x^2 = -9 \text{ Impossible}$$

Exercice 6

On note x la longueur du carré alors $x^2=6,25$ donc $x=2,5$ ou $x=-2,5 < 0$ impossible.

Donc la longueur du carré est 2,5 cm.

Dans le triangle ABC rectangle en B, on applique le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2,5^2 + 2,5^2 = 6,25 + 6,25 = 12,5$$

$$\text{donc } AC = \sqrt{12,5} \approx 3,5.$$

La diagonale [AC] mesure environ 3,5 cm.

Exercice 7

$$AB^2 = (3\sqrt{6})^2 = 9 \times 6 = 54$$

$$AC^2 = (5 + \sqrt{2})^2 = 25 + 10\sqrt{2} + 2 = 27 + 10\sqrt{2}$$

$$BC^2 = (5 - \sqrt{2})^2 = 25 - 10\sqrt{2} + 2 = 27 - 10\sqrt{2}$$

$$BC^2 + AC^2 = 27 - 10\sqrt{2} + 27 + 10\sqrt{2} = 54 = AB^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en C.

5^{ième} partie

Exercice 1

$$3x - 1 = -13$$

$$3x = -12$$

$$x = -4$$

$$-2x + 5 = 8$$

$$-2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$5x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = \frac{5}{5}$$

$$x = 0$$

$$4 - x = 7$$

$$-x = 3$$

$$x = -3$$

$$11x - 3 = 2x + 9$$

$$9x = 12$$

$$x = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{x}{7} = \frac{-7}{4}$$

$$x = \frac{-7}{4} \times 7$$

$$x = \frac{-49}{4}$$

$$(-2x - 5)(3x + 2) = 0$$

$$-2x - 5 = 0 \text{ ou } 3x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-5}{2} \text{ ou } x = \frac{-2}{3}$$

$$x^2 = 50$$

$$x = \sqrt{50} \text{ ou } x = -\sqrt{50}$$

$$x = 5\sqrt{2} \text{ ou } x = -5\sqrt{2}$$

Exercice 2

$$4 \times (-1)^2 - 3 \times (-1) - 26 = 4 + 3 - 26 = -19 \neq 1 \quad \text{Donc } -1 \text{ n'est pas solution de (E)}$$

$$4 \times 3^2 - 3 \times 3 - 26 = 36 - 9 - 26 = 1$$

Donc 3 est solution de (E)

Exercice 3

1)

$$x = 4$$

$$4 + 3 = 7$$

$$7^2 = 49$$

$$49 - 9 = 40$$

2)

$$x$$

$$x + 3$$

$$(x + 3)^2$$

$$(x + 3)^2 - 9$$

$$= x^2 + 6x + 9 - 9 = x^2 + 6x$$

3)

$$x^2 + 6x = 0$$

$$x(x + 6) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x + 6 = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = -6$$

Exercice 4

1)

$$\text{Aire du carré} : 8^2 = 64$$

$$\text{Aire d'un petit carré} : x^2$$

$$\text{Aire de la croix} : 64 - 4x^2$$

2)

$$64 - 4x^2 = 15$$

$$-4x^2 = -49$$

$$x^2 = \frac{49}{4}$$

$$x = \frac{7}{2} \text{ ou } x = \frac{-7}{2}$$

Or $x > 0$

$$\text{donc } x = \frac{7}{2} = 3,5$$

Exercice 5

On note x la somme totale :

$$\frac{3}{5}x + \frac{1}{3}x + 200 = x$$

$$\frac{9}{15}x + \frac{5}{15}x - \frac{15}{15}x = -200$$

$$\frac{-1}{15}x = -200$$

$$x = 3000$$

Ils décident de distribuer 3 000€.

Exercice 61) On note x la quantité cherchée :

$$\frac{2}{5}x = x - 15$$

$$15 = x - \frac{2}{5}x$$

$$15 = \frac{3}{5}x$$

$$15 \times \frac{5}{3} = x$$

$$25 = x$$

2) On note x , $x + 2$ et $x + 4$ les 3 nombres pairs consécutifs :

$$x + x + 2 + x + 4 = 78$$

$$3x = 72$$

$$x = 24$$

6^{ième} partie**Exercice 1**

1	L'image de 5 par la fonction f est 2			On ne peut rien dire
2	L'image de 2 par la fonction f est 5	VRAI		
3	Un antécédent de 5 par la fonction f est 2	VRAI		
4	Un antécédent de 5 par la fonction f est 2			On ne peut rien dire
5	Un nombre dont l'image est 5 par la fonction f est 2	VRAI		
6	2 a pour image 5 par la fonction f	VRAI		
7	Un nombre dont l'image est 7 par la fonction f est 2		FAUX	
8	5 a pour antécédent 2 par la fonction f	VRAI		
9	2 a pour antécédent 5 par la fonction f			On ne peut rien dire
10	2 a pour image 7 par la fonction f		FAUX	
11	2 a pour image 7 par la fonction f			On ne peut rien dire
12	Le point de coordonnées (2 ; 5) appartient à C	VRAI		
13	Le point de coordonnées (5 ; 2) appartient à C			On ne peut rien dire

Exercice 21) L'image de 2 par la fonction g est -2 .2) Les antécédents de 4 par la fonction g sont $-0,7$ et $0,7$.3) $f(x) = g(x)$ ssi $x = -1$ ou $x = 1$.**Exercice 3**

1) $f(-3) = 2 \times (-3) - 4 = -10$

3) $g(4) = 4 \times 4^2 - 5 = 59$

2) $f(x) = 24$

$2x - 4 = 24$

$2x = 28$

$x = 14$

4) $g(x) = 4$

$4x^2 - 5 = 4$

$4x^2 = 9$

$x^2 = \frac{9}{4}$

$x = \frac{3}{2}$ ou $x = \frac{-3}{2}$

Exercice 41) L'image de 1 par f est -3 . L'image de -2 par f est 6.2) Les antécédents de -2 par f sont 0 et 2.3) -3 admet un unique antécédent, 1 par f .

1) $f(0) = (0 - 1)^2 - 3 = 1 - 3 = -2$

$f(2) = (2 - 1)^2 - 3 = 1 - 3 = -2$

On retrouve les antécédents de -2 par f .

2) $f(x) = 13$

$(x - 1)^2 - 3 = 13$

$(x - 1)^2 - 16 = 0$

$(x - 1 - 4)(x - 1 + 4) = 0$

$(x - 5)(x + 3) = 0$

$x - 5 = 0$ ou $x + 3 = 0$

$x = 5$ ou $x = -3$

Exercice 5

Vrai

Faux

Exercice 6

1) $10 \text{ km/h} = \frac{25}{9} \text{ m/s}$.

$$E_c\left(\frac{25}{9}\right) = 500 \times \left(\frac{25}{9}\right)^2 = \frac{312\,500}{81}$$

L'énergie cinétique est environ 3 858 Joules.

2) $E_c(x) = 200\,000$

$$500v^2 = 200\,000$$

$$v^2 = 400$$

$$v = 20 \text{ (-20 n'a pas de sens)}$$

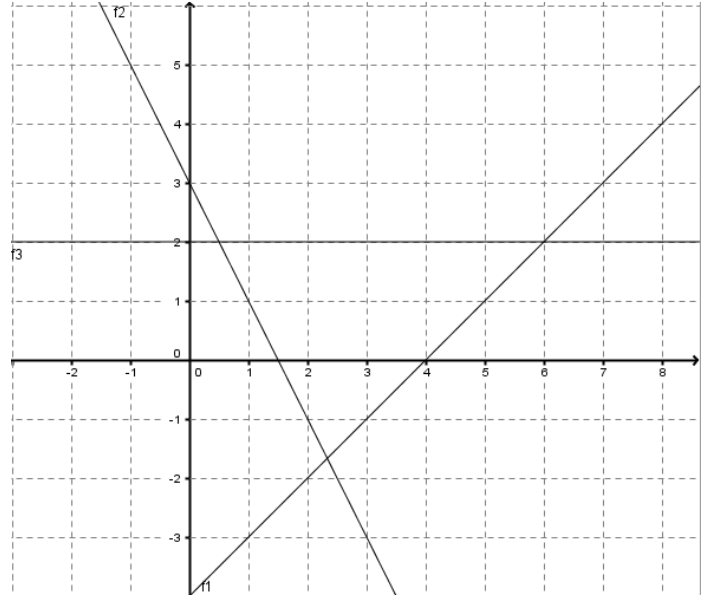
La vitesse est de 20 m/s soit 72 km/h.

Exercice 7

$$f_1(0) = -4 \text{ et } f_1(4) = 0$$

$$f_2(0) = 3 \text{ et } f_2(4) = -5$$

$$f_3(0) = 2 \text{ et } f_3(4) = 2$$

**Exercice 8 :** f est de la forme $f(x) = ax + b$

$$f(-2) = 7 : -2a + b = 7$$

$$f(2) = -5 : 2a + b = -5$$

On résout le système : $\begin{cases} -2a + b = 7 & (1) \\ 2a + b = -5 & (2) \end{cases}$ ssi $\begin{cases} -2a + b = 7 & (1) \\ 4a = -12 & (2) - (1) \end{cases}$ ssi $\begin{cases} 6 + b = 7 \\ a = -3 \end{cases}$ ssi $\begin{cases} b = 1 \\ a = -3 \end{cases}$ Donc $f(x) = -3x + 1$.

OU

$$a = \frac{-5-7}{2+2} = \frac{-12}{4} = -3 \text{ et } f(2) = -5 \text{ donne } -6 + b = -5 \text{ soit } b = 1.$$

7^{ième} partie**Exercice 1**

Dans ACD rectangle en D, on applique le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$\text{donc } AC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}.$$

Dans ABC rectangle en B, on applique le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AC^2 - AB^2 = 45 - 5^2 = 45 - 25 = 20$$

$$\text{donc } BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

Exercice 2

$$RS^2 + RT^2 = 7,5^2 + 4^2 = 56,25 + 16 = 72,25$$

$$ST^2 = 8,5^2 = 72,25$$

$$\text{Donc } RS^2 + RT^2 = ST^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RST est rectangle en R.

Exercice 3

Dans le triangle OBC rectangle en C, on utilise la trigonométrie :

$$\tan \widehat{COB} = \frac{CB}{OC} \text{ soit } CB = OC \times \tan \widehat{COB} = 5 \times \tan 35^\circ$$

Dans le triangle OAC rectangle en C, on utilise la trigonométrie :

$$\tan \widehat{AOB} = \frac{CA}{OC} \text{ soit } CA = OC \times \tan \widehat{AOB} = 5 \times \tan 50^\circ$$

$$AB = AC - BC = 5 \times \tan 50^\circ - 5 \times \tan 35^\circ \approx 2,46$$

Exercice 4

1) (AB) et (CD) sont sécantes en O, (AC) et (BD) sont parallèles,

on applique le théorème de Thalès : $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{BD}$

$$\text{Calcul de OD : } \frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} \text{ ssi } OD = \frac{OC \times OB}{OA} = \frac{5 \times 9}{6} = \frac{5 \times 3}{2} = 7,5$$

2) (BH) et (GD) sont sécantes en O, B, O, H et D, O, G sont alignés dans le même ordre :

$$\frac{OH}{OB} = \frac{5,3}{9} \approx 0,59 \text{ et } \frac{OG}{OD} = \frac{4,5}{7,5} = \frac{45}{75} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Les quotients ne sont pas égaux, le théorème de Thalès n'est pas vérifié, les droites (GH) et (BD) ne sont pas parallèles.

Exercice 5

1) Dans le triangle ABS rectangle en B, on applique le théorème de Pythagore :

$$AS^2 = AB^2 + SB^2 = 2,5^2 + 6^2 = 6,25 + 36 = 42,25$$

donc $AS = 6,5$

$$2) SN = SB - NB = 6 - 1,8 = 4,2 \text{ et } SM = AS - AM = 6,5 - 1,95 = 4,55$$

3) (MA) et (NB) sont sécantes en S, S, M, A et S, N, B sont alignés dans le même ordre :

$$\frac{SM}{SA} = \frac{4,55}{6,5} = \frac{455}{650} = \frac{91}{130} = \frac{7}{10} \text{ et } \frac{SN}{SB} = \frac{4,2}{6} = \frac{42}{60} = \frac{7}{10}$$

Les quotients sont égaux, d'après la réciproque du théorème de Thalès

Donc les droites (MN) et (AB) sont parallèles.

Exercice 6

$$MN \approx 1,58, NP \approx 22,47 \text{ et } MP \approx 22,53$$

Si le triangle est rectangle [MP] sera l'hypoténuse.

$$MN^2 + NP^2 = (15 - 6\sqrt{5})^2 + (18 + 2\sqrt{5})^2 = 225 - 180\sqrt{5} + 180 + 324 + 72\sqrt{5} + 20 = 749 - 108\sqrt{5}$$

$$MP^2 = (27 - 2\sqrt{5})^2 = 729 - 108\sqrt{5} + 20 = 749 - 108\sqrt{5}$$

$$MN^2 + NP^2 = MP^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en N.