Eléments de correction du livret de révision de mathématiques à l'attention des élèves entrant en première

Exercice 1

$Df =]-\infty\,;\,6]$. $f(5) = 1{,}5$ et $f(0) = -2$. $f(x) = -2$ ssi $x = -7$ ou $x = 0$ ou $x = 3$.

$f(x) < 3$ ssi $x \in]-\infty\,;\,-4{,}5[\cup]-2\,;\,6]$

f est croissante sur [-7 ; -3], puis décroissante sur [-3 ; 2], puis croissante sur [2 ; 6].

x	-∞		-3		2		6
$f(x)$		↗	4	↘	-3	↗	2

Le maximum de la fonction f est 4, il est atteint en $x = -3$.

La fonction f n'admet aucun minimum.

x	-∞		-6		-1		4		6
$g(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

$y = \frac{-1}{2}x - \frac{1}{2}$

$f(x) = g(x)$ ssi $x = -5$ ou $x = -1$ ou $x = 3$

$f(x) < g(x)$ ssi $x \in]-\infty\,;\,-5[\cup]-1\,;\,3[$

Exercice 2

a) $Df =]-\infty\,;\,3[\cup]3\,;\,+\infty[$

b) $f(-4) = 2$ $f(5{,}5) = -2$

c) $f(x) = 2$ ssi $x = -4$ ou $x = 1$ ou $x = 3{,}5$ d) e)

x	-∞		-2		3		+∞
$f(x)$		↗	4	↘	‖	↘	

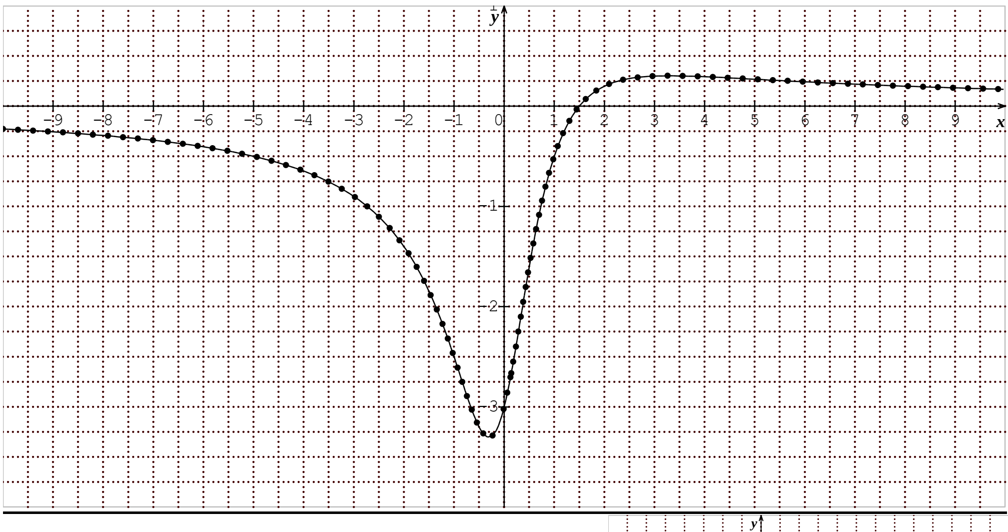
x	-∞		-5		2		3		4,5		+∞
$f(x)$		-	0	+	0	-	‖	+	0	-	

Exercice 3

a) $D = [-10\,;\,10]$

b) $f(-5) = 0{,}5$ et f(3)=1,30

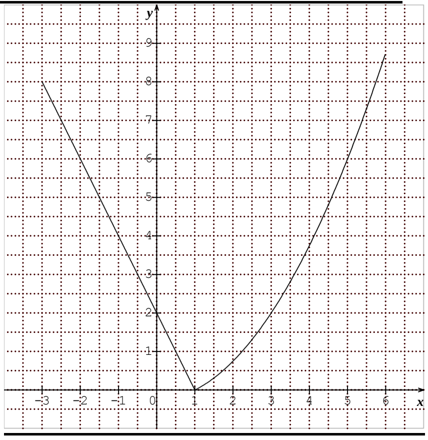
c) -1 a deux antécédents.



Exercice 4

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	8	6	4	2	0	$0{,}75$	2	$3{,}75$	4	$8{,}75$

$D = [-5\,;\,4]$



Exercice 5
$A(x) = (x+2)(2x+3) = 2x^2 + 3x + 4x + 6 = 2x^2 + 7x + 6$
$B(x) = (2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$
$C(x) = (5x-3)(2x+4) - (5x-3)(3x+2) = [10x^2 + 20x - 6x - 12] - [15x^2 + 10x - 9x - 6]$
$C(x) = 10x^2 + 14x - 12 - 15x^2 - x + 6 = -5x^2 + 13x - 6$
$D(x) = (3x+1)^2 - (4x+1)^2 = [9x^2 + 6x + 1] - [16x^2 + 8x + 1]$
$D(x) = 9x^2 + 6x + 1 - 16x^2 - 8x - 1 = -7x^2 - 2x$

Exercice 6
$A(x) = 3(x-5)^2 + (x-5)(2x+1) = (x-5)(3x - 15 + 2x + 1) = (x-5)(5x-14)$
$B(x) = 4x^2 - 1 = (2x-1)(2x+1)$
$C(x) = (3x-4)^2 + 5(4-3x) = (3x-4)^2 - 5(3x-4) = (3x-4)(3x-4-5) = (3x-4)(3x-9)$
$D(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$
$E(x) = 4x^2 + 4x\sqrt{3} = 4x(x + \sqrt{3})$
$F(x) = (2x+3)^2 - (5x-1)^2 = (2x + 3 - 5x + 1)(2x + 3 + 5x - 1) = (4-3x)(7x+2)$
$G(x) = (x-1)(x+2)^2 + (x-1)(x+1)(x+2) = (x-1)(x+2)(x+2+x+1)$
$\quad = (x-1)(x+2)(2x+3)$
$H(x) = 5x^3 - 2x^2 + 5x = x(5x^2 - 2x + 5)$

Exercice 7
$(2x-3)(5x-1)(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \; ou \; 5x - 1 = 0 \; ou \; x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \; ou \; x = \frac{1}{5}$
Donc $S = \{\frac{3}{2} \, ; \, \frac{1}{5}\}$

$\frac{-1}{2}(2x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$
Donc $S = \{\frac{3}{2}\}$

$x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(x+5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \; ou \; x = -5$
Donc $S = \{0 \, ; \, 5\}$

$(2x+3)^2 - (5x+7)^2 = 0 \Leftrightarrow (2x + 3 - 5x - 7)(2x + 3 + 5x + 7) = 0 \Leftrightarrow (-3x-4)(7x+10) = 0$
$\Leftrightarrow -3x - 4 = 0 \; ou \; 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4}{3} \; ou \; x = \frac{-10}{7}$
Donc $S = \{\frac{-4}{3} \, ; \, \frac{-10}{7}\}$

$4x^2 - 9 = (x+2)(2x+3) \Leftrightarrow (2x+3)(2x-3) - (x+2)(2x+3) = 0 \Leftrightarrow (2x+3)(2x - 3 - x - 2) = 0$
$\Leftrightarrow (2x+3)(x-5) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3 = 0 \; ou \; x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3}{2} \; ou \; x = 5$
Donc $S = \{\frac{-3}{2} \, ; \, 5\}$

Exercice 8
A=$\frac{-4x+11}{x-2}$ B=$\frac{3x-1}{x+1}$ C=$\frac{-x-4}{x(x-1)}$ D=$\frac{3x^2-13x+6}{(x-4)^2}$ E=$\frac{8x^2-15x+5}{x(x-1)^2}$

Exercice 9
$a) \; \frac{4x-3}{(2x+1)^2} = 0 \qquad VI : \frac{-1}{2}$
$\Leftrightarrow 4x - 3 = 0 \; et \; (2x+1)^2 \neq 0$
$S = \{\frac{3}{4}\}$

$b) \; \frac{1}{x-3} - \frac{x+2}{2x-6} = \frac{1}{2} \quad VI : 3$
$\Leftrightarrow \frac{2}{2x-6} - \frac{x+2}{2x-6} = \frac{x-3}{2x-6} \Leftrightarrow 2 - x - 2 - x + 3 = 0 \; et \; 2x - 6 \neq 0$

$\Leftrightarrow\ -2x = -3\ et\ x \neq 3\ \Leftrightarrow\ x = \frac{3}{2}\ et\ x \neq 3$

$S = \{\frac{3}{2}\}$

$c)\ \frac{x}{x+1} + \frac{1}{2x} = 1\ VI : 0 :\ -1$

$\Leftrightarrow\ \frac{2x^2}{2x(x+1)} + \frac{x+1}{2x(x+1)} = \frac{2x^2+2x}{2x(x+1)}\ \Leftrightarrow\ x+1 = 2x\ et\ x \neq 0\ et\ x \neq -1$

$\Leftrightarrow\ 1 = x\ et\ x \neq 0\ et\ x \neq -1$

$S = \{1\}$

$d)\ \frac{2x+3}{x-2} = \frac{x+3}{x-1}\ VI : 2\ ;\ 1$

$\Leftrightarrow\ (2x+3)(x-1) = (x+3)(x-2)\ \Leftrightarrow\ 2x^2 + x - 3 = x^2 + x - 6\ \Leftrightarrow\ x^2 = -3.$

$S = \emptyset$

Exercice 10

a) $3(5x - \sqrt{2}) + 2 \geq x + 3\sqrt{2}\ \Leftrightarrow\ 15x - 3\sqrt{2} + 2 \geq x + 3\sqrt{2}\ \Leftrightarrow\ 14x \geq 6\sqrt{2} - 2\ \Leftrightarrow x \geq \frac{3\sqrt{2}-1}{7}$

$S = \left[\frac{3\sqrt{2}-1}{7}\ ;\ +\infty\right[$

b) $S =]-17\ ;\ +\infty[$

c) S=∅

Exercice 11

$a)\ (3x-1)(x+4) < 0$

$3x - 1 = 0\ \Leftrightarrow\ x = \frac{1}{3}$

$x + 4 = 0\ \Leftrightarrow\ x = -4$

$S =]-4\ ;\ \frac{1}{3}[$

x	-∞		-4		$\frac{1}{3}$		+∞
$3x-1$		-		-	0	+	
$x+4$		-	0	+		+	
$(3x-1)(x+4)$		+	0	-	0	+	

$b)\ \frac{-2x+7}{x-3} \geq 0$

$-2x + 7 = 0\ \Leftrightarrow\ x = \frac{7}{2}$

$x - 3 = 0\ \Leftrightarrow\ x = 3$

$S =]3\ ;\ \frac{7}{2}]$

x	-∞		3		$\frac{7}{2}$		+∞
$-2x+7$		+		+	0	-	
$x-3$		-	0	+		+	
$\frac{-2x+7}{x-3}$		-	‖	+	0	-	

c) $(4x-1)^2 - 9 > 0$

$(4x - 1 - 3)(4x - 1 + 3) > 0$

$(4x-4)(4x+2) > 0$

$4x - 4 = 0\ si\ x = 1$

$4x + 2 = 0\ si\ x = \frac{-1}{2}$

x		$\frac{-1}{2}$		1	
$4x-4$	-		-	0	+
$4x+2$	-	0	+		+
$P(x)$	+	0	-	0	+

(4x-1)²-9>0 ssi $x \in]-\infty\ ;\ \frac{-1}{2}[\cup]1\ ;\ +\infty[$

d) $\frac{x-3x^2}{x+2} \leq 0$ VI: -2

$\frac{x(1-3x)}{x+2} \leq 0$

$x = 0$

$1 - 3x = 0\ si\ x = \frac{1}{3}$

x		-2		0		$\frac{1}{3}$	
x	-		-	0	+		+
$1-3x$	+		+		+	0	-
$x+2$	-	0	+		+		+
$Q(x)$	+	‖	-	0	+	0	-

$\frac{x-3x^2}{x+2} \leq 0$ ssi $x \in]-2\ ;\ 0] \cup [\frac{1}{3}\ ;\ +\infty[$

a) $x^2 \leq 25 + (x-5)(3x+1) \Leftrightarrow\ x^2 - 25 - (x-5)(3x+1) \leq 0$

$\Leftrightarrow\ (x-5)(x+5)-(x-5)(3x+1)\ \le 0\ \Leftrightarrow\ (x-5)(x+5-3x-1)\ \le 0\ \Leftrightarrow\ (x-5)(-2x+4)\ \le 0$

$(x-5)(-2x+4)\ \le 0$

$-2x+4=0\ \Leftrightarrow\ x=2$

$x-5=0\ \Leftrightarrow\ x=5$

x	-∞		2		5		+∞
$-2x+4$		+	0	-		-	
$x-5$		-		-	0	+	
$(x-5)(-2x+4)$		-	0	+	0	-	

$S=]-\infty\,;\,2]\cup[5\,;\,+\infty[$

f) $\frac{2x-1}{x-4}\le 1\ \Leftrightarrow \frac{2x-1}{x-4}-1\le 0\ \Leftrightarrow\ \frac{2x-1}{x-4}\ -\frac{x-4}{x-4}\le 0\ \Leftrightarrow\ \frac{2x-1-x+4}{x-4}\le 0\ \Leftrightarrow\ \frac{x+3}{x-4}\le 0$

$\dfrac{x+3}{x-4}\le 0$

$x+3=0\ \Leftrightarrow\ x=-3$

$x-4=0\ \Leftrightarrow\ x=4$

$S=]-3;\,4[$

x	-∞		-3		4		+∞
$x+3$		-	0	+		+	
$x-4$		-		-	0	+	
$\dfrac{x+3}{x-4}$		+	0	-	‖	+	

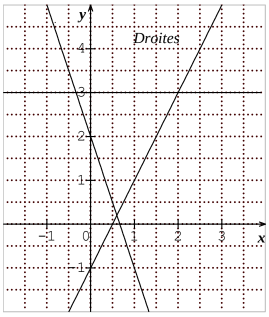
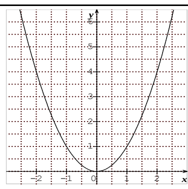
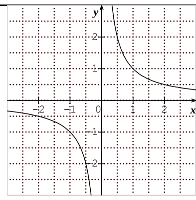
g) $S=]-\infty\,;\,\frac{1}{3}\,[\cup]1\,;\,2[$

h) $S=]-\infty\,;\,-2]\ \cup[0\,;\,+\infty[$

i) $S=[\frac{5}{6};\,2[$

j) $S=]3\,;\,+\infty[$

Exercice 12

	D_f	Tableau de variations	Tableau de signe	Représentation graphique
Fonctions affines f(x)=ax+b	ℝ	x : -∞ +∞ ax+b a>0 : $\nearrow$	x : -∞ 0 +∞ ax+b a>0 : - 0 +	
		x : -∞ +∞ ax+b a<0 : $\searrow$	x : -∞ 0 +∞ ax+b a<0 : + 0 -	
		x : -∞ +∞ b a=0 : $\rightarrow$	x : -∞ 0 +∞ b a=0 : Signe de b	
Fonction carrée f(x)=x²	ℝ	x : -∞ 0 +∞ x² : $\searrow$ 0 $\nearrow$	x : -∞ 0 +∞ x² : + 0 +	
Fonction inverse f(x)=1/x	ℝ*	x : -∞ 0 +∞ x² : $\searrow$ ‖ $\searrow$	x : -∞ 0 +∞ x² : - ‖ +	

2. a) $f(x)=5(x-3)^2+1$ comme 5>0

x	-∞	3	+∞
$f(x)$	$\searrow$	1	$\nearrow$

b) $f(x)=2(x+4)^2-6$ comme 2>0

x	-∞	-4	+∞

$f(x)$	↘	-6	↗

c) $f(x) = -3(x-1) - 8$ comme -3<0

x	-∞	1	+∞
$f(x)$	↗	-8	↘

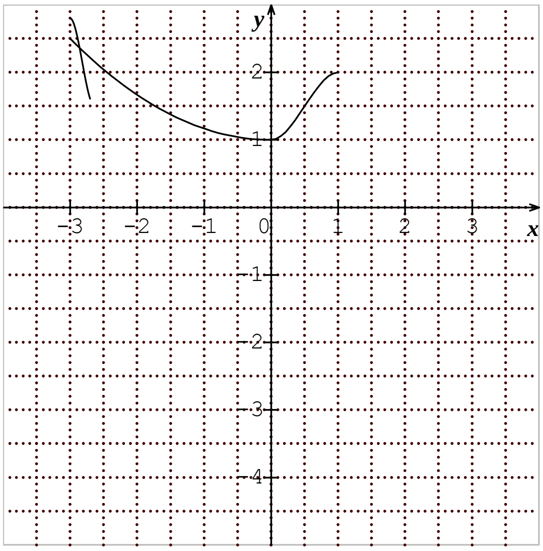
d) $f(x) = -(x+2)^2 + 9$ comme -1<0

x	-∞	-2	+∞
$f(x)$	↗	9	↘

Exercice 13

1.a) Vrai b) Faux c) Vrai

d) Faux e) On ne sait pas f) Faux



Exercice 14

A	0	0	0	4	6
B	32	16	8	8	8
I	1	2	3	4	5
C	16	8	4	6	7
F(C)	18	2	-6	-2	0

Cet algorithme est un algorithme de dichotomie, il permet de trouver une valeur approchée de l'antécédent de 0.

Exercice 15

a) $f(x) = (x-5)(x-1)$; $f(1) = f(5)$ =0 ; La courbe de f coupe l'axe des abscisses en 1 et 5.

b) $f(x) = x^2 - 6x + 5$; $f(0) = 5$; La courbe de f coupe l'axe des ordonnées en 5.

c) $f(-4) = 45$; $f(\frac{2}{3}) = \frac{13}{9}$; $f(\sqrt{5}) = 14 - 6\sqrt{5}$

d) $f(x) = -4$ ssi $x = x = 3$; $f(x) = 5$ ssi $x = 0$ ou $x = 6$

e) $f(x) \leq 12 \iff (x-3)^2 - 4 \leq 12 \iff (x-3)^2 - 16 \leq 0$

$$\iff (x-3-4)(x-3+4) \leq 0 \iff (x-7)(x+1) \leq 0$$

$$x - 7 = 0 \iff x = 7 \text{ et } x + 1 = 0 \iff x = -1$$

x		-1		7	
$x-7$	-		-	0	+
$x+1$	-	0	+		+
$P(x)$	+	0	-	0	+

S=[-1 ; 7]

f) f(x)-(-4)=(x-3)²≥0 et f(3)=-4

g) Si a<b≤3 …. f(a)>f(b)≥-4 f décroissante ; si 3≤a<b … -4≤f(a)<f(b) f croissante.

h) 0,8≤x≤0,9 ⇔ f(0,8) ≥f(x) ≥f(0,9) ⇔ 4≥g(x) ≥0,41 car f décroissante

i) Voir calculatrice.

Exercice 16

a) VI : -1, D_f=]-∞ ; -1[∪]-1 ; +∞[b) $f(-4)=3$ et $f(\frac{3}{5})=\frac{1}{8}$

c) f($\frac{1}{2}$)=0 et $f(2)=1$ d) f(x)≥2 ssi x∈]-∞ ; -1[∪]3 ; +∞[

e) Réduction au même dénominateur.

f) Si a<b<-1 …. f(a)<f(b) f croissante ; si -1<a<b … f(a)<f(b) f croissante.

g) Voir calculatrice.

Exercice 17

a) $B(x)=R(x)-C(x)=8\,900x-x3+300x^2-25\,000x=-x3+300x^2-16\,100x$

b) $B_m(x)=\frac{-x^3+300x^2-16\,100x}{x}=-x^2+300x-16\,100$

$6\,400-(x-150)^2=6\,400-(x^2-300x+22\,500)=6\,400-x^2+300x-22\,500$

$=-x^2+30x-16\,100=B_m(x)$

c) $B_m(x)=6\,400-(x-150)^2=(80-x+150)(80+x-150)=(-x+230)(x-70)$

$(-x+230)(x-70)$:

$-x+230=0 \Leftrightarrow x=230$

$x-70=0 \Leftrightarrow x=70$

x	0		70		230		300
$-x+230$		+		+	0	-	
$x-70$		-	0	+		+	
$(x-5)(-2x+4)$		-	0	+	0	-	

Le bénéfice moyen est positif entre 70 et 230 articles produits et vendus.

Exercice 18

a) AED est un triangle rectangle en A : $A_{AED}=\frac{x\times(x-6)}{2}=\frac{1}{2}x^2-3x$

b) ABCD est un carré de côté x : $A_{ABCD}=x^2$

c) $A_{ABCD}>3\times A_{AED} \Leftrightarrow x^2>3\left(\frac{1}{2}x^2-3x\right)=\frac{3}{2}x^2-9x \Leftrightarrow \frac{-1}{2}x^2+9x>0 \Leftrightarrow -x^2+18x>0$

$\Leftrightarrow x(-x+18)>0x=0-x+18=0 \Leftrightarrow x=18$

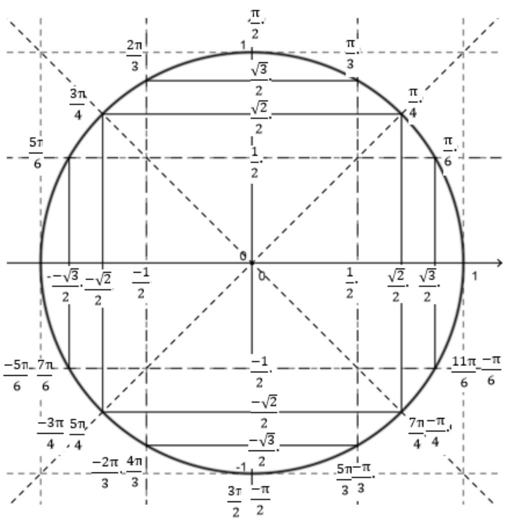
x	-∞		0		18		+∞
x		-	0	+		+	
$-x+18$		+		+	0	-	
$x(x-3)$		-	0	+	0	-	

$S=]0\,;\,18[$

Or x est une longueur strictement supérieure à 6 cm.

Donc l'aire du carré ABCD est strictement supérieure au triple de l'aire du triangle AED lorsque x est strictement compris entre 6 cm et 18 cm.

Exercice 19



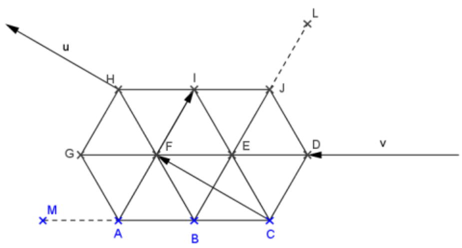
Exercice 20

1. $\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{AD}$ $\qquad$ $\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{JH}=\overrightarrow{DH}$

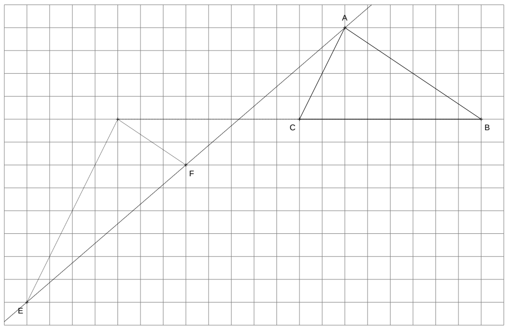
$\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{IF}=\overrightarrow{BJ}$ $\qquad$ $\overrightarrow{DJ}-\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{EH}$

$\overrightarrow{IF}+\overrightarrow{IE}=\overrightarrow{IB}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{EJ}-\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{AJ}$ $\qquad$ $\overrightarrow{FI}-\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{FD}$



Exercice 21



1. $\vec{u}=\frac{8}{3}\vec{\imath}-\vec{\jmath}$ et $\vec{v}=\frac{-16}{5}\vec{\imath}+\frac{6}{5}\vec{\jmath}$.

$\frac{8}{3}\times\frac{6}{5}-(-1)\times\frac{-16}{5}=0$. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires.

2. $\vec{u}=4\overrightarrow{AB}+\frac{18}{5}\overrightarrow{CA}$ et $\vec{v}=\frac{10}{3}\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$.

$4\times(-3)-\frac{18}{5}\times\frac{-10}{3}=0$.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires.

Exercice 22

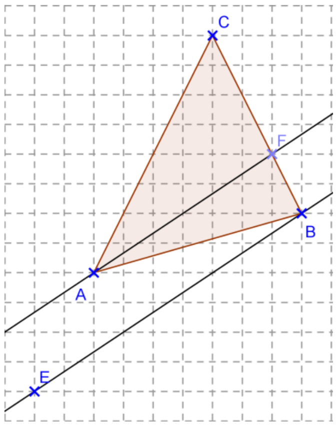
$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE}$

$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}+2\overrightarrow{BC}-2\overrightarrow{CA}$

$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

Donc E est le milieu de [AF].

Exercice 23

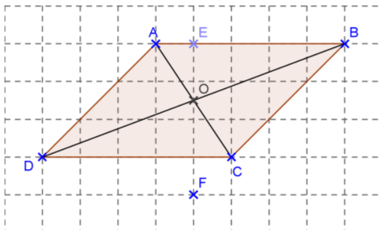


$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{EB}$, donc colinéaires donc parallèles.

Exercice 24



$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CF}=\frac{-1}{5}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\frac{-1}{3}\overrightarrow{CB}$

$=\frac{-1}{5}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}=\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$

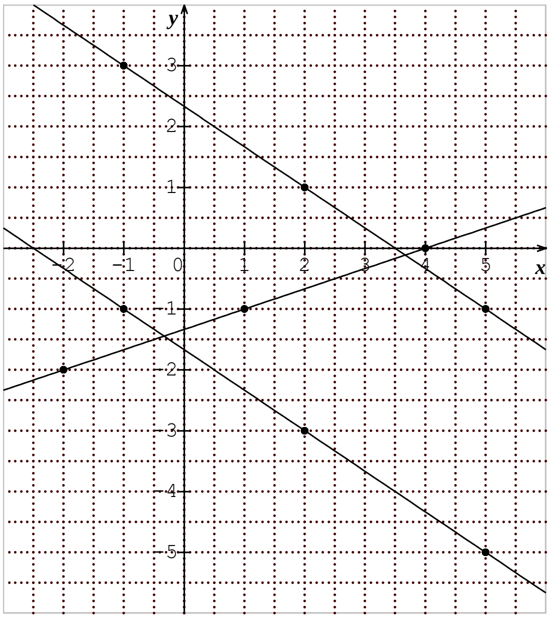
$\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AO}=\frac{-1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{-1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{3}{10}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}-\frac{3}{10}\times\frac{4}{3}=0$, … colinéaires, … alignés.

Exercice 25 :

$(D_2)//(D_3)$ $\qquad$ $(D_1)\cap(D_2)=S(3\ ;\frac{-1}{3})$ $\qquad$ $(D_1)\cap(D_3)=S(\frac{11}{3}\ ;\frac{1}{9})$

Exercice 26



(d1) : $y = \frac{2}{5}x - 3$
(d2) : $y = \frac{-4}{3}x + 2$
(d3) : $y = 4$
(d4) : $x = -2$

Exercice 27 :
(AB) : $y = \frac{-5}{3}x + \frac{11}{3}$
(AC) : $y = 2x - 11$
(d) : $y = 2x + 11$

Exercice 28
$-2 \times (-3) + 3 = 6 + 3 = 9$ A∈ Δ $-2 \times (-1) + 3 = 2 + 3 = 5$ B∈ Δ
$-2 \times 1 + 3 = -2 + 3 = 1$ C∉ Δ $-2 \times 5 + 3 = -10 + 3 = -7$ D∉ Δ
A, B et C ne sont pas alignés sinon C serait un point de Δ.

$\overrightarrow{BC}$(2 ; -3) $\overrightarrow{BD}$(6 ; -9)
Alors $2 \times (-9) - (-3) \times 6 = -18 + 18 = 0$
Les vecteurs sont colinéaires, les points B, C et D sont alignés.

Exercice 29
D(7 ; 6) E(9 ; -2) F(-3 ; -6) Milieu de [AF] : (-1 ; -1) donc B.

Exercice 30
a) $x_L = \frac{-5+1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$ et $y_L = \frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5$, donc L(-2 ; 5)
b) On note M(x ; y) : ABCM est un parallélogramme ssi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC}$: $\begin{cases} 1 - (-5) = 6 - x \\ 7 - 3 = -1 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 6 - x \\ 4 = -1 - y \end{cases} \Leftrightarrow$
$\begin{cases} x = 0 \\ y = -5 \end{cases}$,
donc M(0 ; -5)
c) On note N(x ;y) : $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - (-5) = 2 \times \left(1 - (-5)\right) + 3 \times (6 - (-5)) \\ y - 3 = 2 \times (7 - 3) + 3 \times (-1 - 3) \end{cases} \Leftrightarrow$
$\begin{cases} x + 5 = 12 + 33 \\ y - 3 = 8 - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = -1 \end{cases}$,
donc N(40 ; -1)
On notre P(x ; y) : $2\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{BP} + 3\overrightarrow{CP} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\left(x - (-5)\right) - (x - 1) + 3(x - 6) = 0 \\ 2(y - 3) - (y - 7) + 3\left(y - (-1)\right) = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 10 - x + 1 + 3x - 18 = 0 \\ 2y - 6 - y + 7 + 3y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 7 = 0 \\ 4y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{4} \\ y = -1 \end{cases},$$

donc $P(1{,}75\,;\,-1)$

Exercice 31

$\overrightarrow{AB}\binom{7}{-1}$; $\overrightarrow{AI}\binom{4}{-4}$; $\overrightarrow{BI}\binom{-3}{-3}$

AB=$\sqrt{7^2+(-1)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

AI=$\sqrt{4^2+(-4)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

BI=$\sqrt{(-3)^2+(-3)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$AI^2+BI^2=32+18=50$ et $AB^2=50$

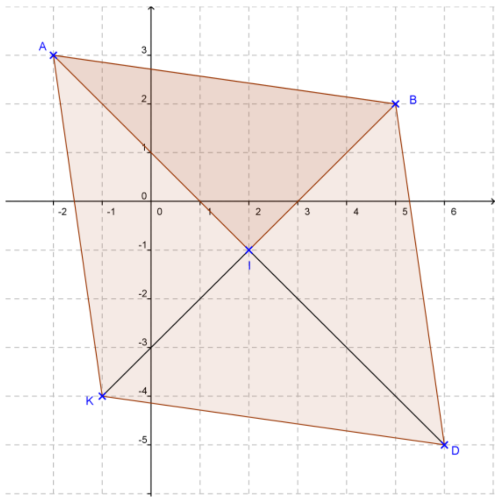
donc $AI^2+BI^2=AB^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABI est rectangle en I.

Si K est le symétrique de B par rapport à I

alors $\overrightarrow{BK}=2\ \overrightarrow{BI} \Leftrightarrow \begin{cases} x-5=2\times(-3)=-6 \\ y-2=2\times(-3)=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-4 \end{cases}$

K(-1 ; -4)



$\frac{x_A+x_D}{2}=\frac{-2+6}{2}=2=x_I$ et $\frac{y+y_D}{2}=\frac{3+(-5)}{2}=-1=y_I$, donc I est le milieu de [AD].

I est le milieu de [AD] et de [BK] (par symétrie),

donc le quadrilatère AKDB est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu, mais elles sont aussi perpendiculaires, donc AKBD est un losange.

Soit M(x ; y)$\in$(AB) alors A, B et M sont alignés

donc $\overrightarrow{AB}\binom{7}{-1}$ et $\overrightarrow{AM}\binom{x+2}{y-3}$ sont colinéaires : xy'-x'y=0

$$\Leftrightarrow 7(y-3)-(-1)(x+2)=0 \Leftrightarrow 7y-21+x+2=0 \Leftrightarrow 7y=-x+19 \Leftrightarrow y=\frac{-1}{7}x+\frac{19}{7}$$

E(-38 ; y) appartient à la droite (AB) ssi ses coordonnées vérifient l'équation de la droite :

$$y=\frac{-1}{7}\times(-38)+\frac{19}{7}=\frac{38+19}{7}=\frac{57}{7}.$$

Donc il faut que E(-38 ; $\frac{57}{7}$).

$\overrightarrow{AB}\binom{7}{-1}$ et $\overrightarrow{IF}\binom{-49}{7}$:

$xy'-x'y=7\times7-(-1)\times(-49)=49-49=0.$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{IF}$ sont colinéaires donc les droites (AB) et (IF) sont parallèles.

Exercice 32

```
VARIABLES
  xA EST_DU_TYPE NOMBRE
  xB EST_DU_TYPE NOMBRE
  xI EST_DU_TYPE NOMBRE
  yA EST_DU_TYPE NOMBRE
  yB EST_DU_TYPE NOMBRE
  yI EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE xA
  LIRE yA
  LIRE xB
  LIRE yB
  xI PREND_LA_VALEUR (xA+xB)/2
  yI PREND_LA_VALEUR (yA+yB)/2
  AFFICHER xI
  AFFICHER yI
FIN_ALGORITHME
```

Exercice 33

a) Vrai b) Vrai c) Vrai d) Vrai e) Faux f) Faux g) Faux

Exercice 34

Positions relatives de :	Strict parallèles	Coplanaires	Sécant(e)s	Non coplanaires	Confondu(e)s	In cluse
(DH) et (CH)		*	*			
(HB) et (AG)		*	*			
(HB) et(EG)				*		
(EF) et (DC)	*	*				
(EF) et (CG)				*		
(DI) et (AG)				*		
(AH) et (FC)				*		
(EH) et (BFG)	*					
(AH) et (BFG)	*					
(AG) et (BDG)			*			
(IB) et (FCG)						*
(DC) et (BCI)			*			
(AI) et (ABC)			*			
(ABC) et (EFG)	*					
(BCI) et (FGB)					*	
(BDG) et (ABI)			*			
(EHF) et (BCI)			*			
(EFC) et (ADH)			*			
(EHF) et (DBI)			*			

Exercice 35 :

Dans ABD, K∈[AD], I∈[AB], $\frac{AK}{AD}=\frac{1}{4}$ et $\frac{AI}{AB}=\frac{1}{2}$

Thalès non vérifié donc (KI) et (BD) ne sont pas parallèles.

Comme elles sont coplanaires (ABD), elles sont sécantes.

Dans ABC, J∈[AC], I∈[AB], $\frac{AJ}{AC}=\frac{1}{2}$ et $\frac{AI}{AB}=\frac{1}{2}$

D'après la réciproque de Thalès (IJ) et (BC) sont parallèles.

De plus I∉(BCD), donc (IJ) est parallèle au plan (BCD).

Soit M l'intersection de (IK) et (BD)

Alors (d) est la parallèle à (IJ) (et (BC)) passant par M d'après le théorème du toit.

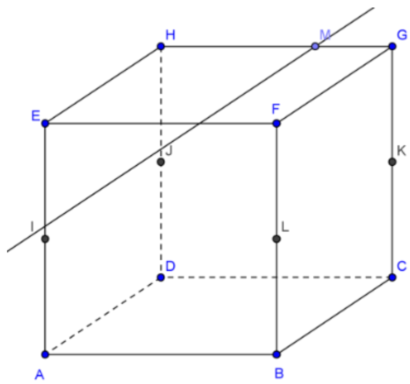
Exercice 36

(IJ)//(AD)//(BC)//(LK) car milieu. Donc (IJ)//(LK),

M point commun aux deux plans,

Théorème du toit,

Δ passe par M et // à(IJ) et (LK).



Exercice 37

40% de 60 : 24 donc $\frac{22\times24+28\times(60-24)}{60}$=25,6

Exercice 38

Effectifs c c	34	52	62	67	
Fréquences					100

1292 ; 1143 ; [1143 ; 1525] ; 687.
Au moins 50% des employés gagnent entre 1143 et 1525 €.

Exercice 39

a) Faux Q_3, 25%. b) Vrai M=123. c) Vrai Q_3=255>Max=176. d) Vrai moyenne.

Exercice 40 1.b) 2.a) 3. c)

Exercice 41

A∩B : « la carte tirée est l'as de cœur » ; A∪B : « la carte tirée est un as ou un cœur ».
$\bar{A} \cap \bar{B}$: « la carte tirée n'est ni un cœur ni un as ».
On tire au hasard, donc il y a équiprobabilité, on applique la formule de Laplace :

$p(A) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ $p(B) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ $p(A \cap B) = \frac{1}{32}$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{11}{32}$$

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = p(\overline{A \cup B}) = 1 - p(A \cup B) = \frac{21}{32}$$

Exercice 42

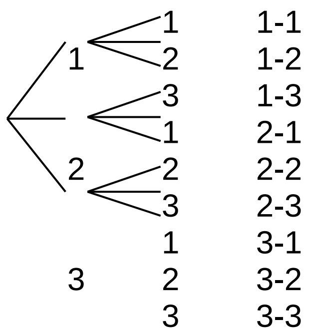
	E	$\bar{E}$	Total
S	405	600	1005
$\bar{S}$	315	180	495
Total	720	780	1500

L'abonné est pris au hasard, il y a équiprobabilité, on applique la formule de Laplace :

$p_1=\frac{405+600+315}{1500} = \frac{1320}{1500} = \frac{2}{25}$ $p_2=\frac{780}{1500} = \frac{13}{25}$ $p_3=\frac{315}{1500} = \frac{21}{100}$.

Exercice 43

Avec un arbre :



Algorithme :

```
VARIABLES
  a EST_DU_TYPE NOMBRE
  b EST_DU_TYPE NOMBRE
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
  S EST_DU_TYPE NOMBRE
  f EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  S PREND_LA_VALEUR S=0
  POUR i ALLANT_DE 1 A 100
    DEBUT_POUR
    a PREND_LA_VALEUR floor(random()*3+1)
    b PREND_LA_VALEUR floor(random()*3+1)
    SI (a==b) ALORS
      DEBUT_SI
      S PREND_LA_VALEUR S+1
      FIN_SI
    FIN_POUR
  f PREND_LA_VALEUR S/100
  AFFICHER "f="
  AFFICHER f
FIN_ALGORITHME
```

Les promeneurs s'assoient au hasard, il y a équiprobabilité, donc on peut appliquer la formule de Laplace :
On note M : « les deux promeneurs sont assis sur le même banc », alors $p(M) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Exercice 44

On note x la probabilité de sortie du 1 :

$p1 = p2 = p3 = \ p4 = p5 = x\ et\ p6 = 2x$

De plus $p1 + p2 + p3 + p4 + p5 + p6 = 1$

Soit $x + x + x + x + x + 2x = 1 \ \Leftrightarrow\ 7x = 1 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{1}{7}$

$p1 = p2 = p3 = \ p4 = p5 = \frac{1}{7}$ et $p6 = \frac{2}{7}$

$p(A) = p5 + p6 = 1/7 + 2/7 = 3/7$

$p(B) = p1 + p3 + p5 = 17 + 17 + 17 = 37$

$p(C) = p1 + p2 = 1/7 + 1/7 = 2/7$

$p(D) = 1 - p(B) = 1 - 37 = 47$

Exercice 45

Dans chacun des cas suivants, dire a/ si l'implication : **Si P alors Q** est vraie ou fausse

b/ si la réciproque : **Si Q alors P** est vraie ou fausse

P	Q	Réponse a/	Réponse b/
x=2	x^2=4	V	F
x>2	x^2>4	V	F
x>$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{x}$<-2	F	F
f est affine	la courbe est une droite	V	F
x=$\frac{\pi}{3}$	cos x=$\frac{1}{2}$	V	F
ABC triangle rectangle en A	$BC^2=AB^2+AC^2$	V	V
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$	ABCD parallélogramme	V	V
$AB = CD$	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$	F	V
$AB \neq CD$	$\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{CD}$	V	F
(d) et (d') coplanaires	(d)//(d')	F	V
C'est le 1er janvier	Le lycée est fermé	V	F

Exercice 46

a) $AH^2=HB\times HC$: $AH^2=9$ et $HB\times HC=16$ donc le triangle ne peut être rectangle.

b) $AH^2=HB\times HC$: $AH^2=36$ et $HB\times HC=36$ donc le triangle peut être rectangle. Mais ce n'est pas obligatoire.

c) ABC rectangle en B alors H est confondu avec B.
$AH^2=AB^2$ et $HB\times HC=0$. Donc la relation est fausse.

d) Oui, d'après la propriété.