Cahier de vacances
Classe de 3^e

Académie Lille

académies
Amiens
Lille

RÉGION ACADÉMIQUE
HAUTS-DE-FRANCE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Remerciements

Les IA-IPR remercient chaleureusement les auteurs de ce cahier de vacances qui ont contribué avec dynamisme, enthousiasme et très grand professionnalisme à son écriture en faisant preuve d'une grande disponibilité :

- Marie **Amoura**, Enseignante, collège Dupleix de Landrecies ;
- Carine **Blairon**, Enseignante, collège Dupleix de Landrecies ;
- Laure **Dremaux**, Enseignante, collège Dupleix de Landrecies ;
- Catherine **Hachin**, Enseignante, Lycée Watteau de Valenciennes ;
- Vincent **Joly**, Enseignant, collège Frédéric Joliot Curie de Lallaing - Membre de l'équipe académique Calcul@Tice ;
- Christophe **Poulain**, Enseignant, collège Paul Eluard de Beuvrages.

Ils remercient par ailleurs :

- Laurent **Hennequart**, enseignant au Lycée Ernest Couteaux de Saint-Amand-les-eaux et membre de l'équipe académique Calcul@Tice, pour son aide dans le choix de scénarios de calcul mental ;
- tout particulièrement M. Christophe **Poulain** qui a réalisé l'intégralité de la mise en page de ce cahier de vacances ;
- Stéphane **Robert**, enseignant au collège Arthur Rimbaud de Villeneuve d'Ascq qui a apporté indirectement sa contribution ;
- sans oublier **Fréderic Mathieu**, professeur des écoles - Référent pour les usages numériques - membre de l'équipe académique Calcul@Tice.

Cahier de vacances coordonné par :

Oliver **Wantiez** (IA - IPR) et Régis **Leclercq** (IA - IPR)

Ce cahier a été entièrement réalisé sous Linux, grâce au formateur de texte LaTeX et ses compléments graphiques.

Introduction

Ce cahier de vacances a été construit pour faciliter le travail en autonomie. Il ne remplace pas les apprentissages en classe. C'est un complément qui vous sera utile pour consolider des notions déjà vues et s'entraîner à faire des mathématiques régulièrement.

Toutes les notions mathématiques de l'année de 3^e ne sont pas abordées. Seuls des points identifiés comme prioritaires dans le document des attendus de 3^e pour la mise en œuvre des enseignements après la période de confinement ont été choisis par les auteurs de ce cahier de de vacances. Il est tout à fait possible de revoir les autres grâce à vos propres cahiers de leçons.

Ce cahier est découpé en fiches thématiques qui permettent de revoir les notions mathématiques en les identifiant et les ciblant rapidement. Chaque fiche se décompose en 6 rubriques :

- « **Les objectifs** » travaillés qui correspondent aux attendus de l'année de 3^e en mathématiques.
- « **Je me mets en route** » : vous trouverez un QCM qui permet de vous tester avant d'aborder la notion. Il permet de vous auto-corriger et de réactiver des éléments utiles pour réaliser la fiche.
- « **Je réactive mes connaissances** » : vous trouverez un rappel des notions importantes avec des exemples, il ne s'agit pas d'une leçon complète mais des éléments les plus importants utiles pour réaliser la suite.
- « **Je m'exerce** » : vous trouverez quelques exercices « fondamentaux » qui permettent de vous entraîner et de poursuivre l'apprentissage des mathématiques.
- « **Je cherche, je raisonne** » : vous trouverez des énigmes, des problèmes pour lesquels il faudra chercher, essayer, tester… Ils demandent un peu de travail mais sont construits pour que chacun puisse chercher et se rassurer. Un brouillon est fortement recommandé ! Les énigmes ou les problèmes permettent d'approfondir les notions de la fiche mais aussi de développer les compétences « CHERCHER » et « RAISONNER » du programme de mathématiques.
- « **Je me teste** » : vous trouverez, grâce à un lien ou un QR-code, un accès à des plateformes en ligne comme Doctools, tactileo qui permettent de réaliser quelques questions qui se corrigent automatiquement pour vérifier que l'on a compris les éléments les plus importants travaillés dans la fiche.

Vous trouverez également une page dédiée à la pratique du calcul mental et à la consolidation d'automatismes. La sélection de ces « petits jeux » disponibles sur le site Calcul@Tice vous amèrera sans nul doute à exercer votre mémoire et votre rapidité !

Enfin, il est important de ne pas oublier que les vacances permettent aussi de découvrir d'autres choses, d'éveiller sa curiosité et même de repérer des choses « mathématiques » dans le monde qui nous entoure.

Les mathématiques sont vivantes !

⋆ *Des corrigés détaillés seront mis en ligne sur le site disciplinaire de mathématiques dès le milieu du mois d'août.*

Table des matières

Automatismes et calculs

En plus des énigmes proposées chaque année dans le cadre des rallyes de calcul mental, le site Calcul@Tice, développé par l'académie de Lille, propose de nombreux exercices.
Nous en avons sélectionné quelques uns que tu retrouveras à l'adresse :

`https://calculatice.ac-lille.fr/cahiervacance43/`

N'hésite pas à cliquer sur le logo ci-dessus pour accéder à d'autres ressources Calcul@Tice !

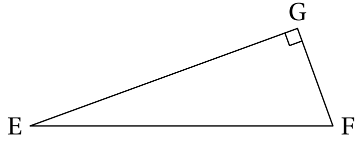
Le théorème de Pythagore

Objectif(s) :

- Je sais utiliser le théorème de Pythagore pour calculer une longueur.
- Je sais utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour prouver qu'un triangle est rectangle.
- Je sais utiliser la racine carrée d'un nombre positif.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Calculer 5^2, c'est obtenir…	10	25	52
2/ On peut écrire 49 sous la forme…	7×2	$7 + 7$	7×7
3/ L'aire d'un carré de côté c se calcule par la formule…	$c \times c$	$c + c$	$4 \times c$
4/ Le triangle EFG ci-dessous est un… 	triangle rectangle en E	triangle rectangle en F	triangle rectangle en G

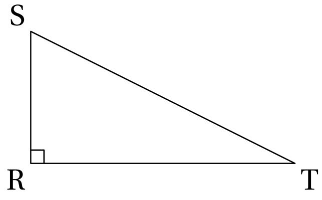
Auto-correction.

1 - B / 2 - C / 3 - A / 4 - C

Je réactive mes connaissances

Le théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les côtés de l'angle droit.

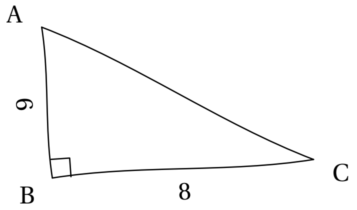


Comme le triangle RST est rectangle en R, alors :

$$ST^2 = SR^2 + RT^2$$

Exemple 1 Calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle

L'unité de longueur est le centimètre. La figure est donnée à titre indicatif.



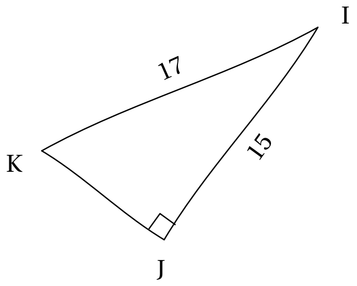
Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$AC^2 = 6^2 + 8^2$$
$$AC^2 = 36 + 64$$
$$AC^2 = 100$$
$$AC = 10 \text{ cm}$$

La longueur AC mesure 10 cm.

Exemple 2 Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle

L'unité de longueur est le centimètre. La figure est donnée à titre indicatif.



Dans le triangle KJI rectangle en J, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
KI^2 &= KJ^2 + JI^2\\
17^2 &= KJ^2 + 15^2\\
289 &= KJ^2 + 225\\
KJ^2 &= 289 - 225\\
KJ^2 &= 64\\
KJ &= 8 \text{ cm}
\end{aligned}$$

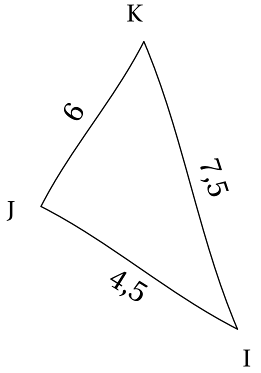
La longueur KJ mesure 8 cm.

La réciproque du théorème de Pythagore

On considère un triangle ABC où $[BC]$ est le plus grand côté.
Si $BC^2 = BA^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.

Exemple 3 Prouver qu'un triangle est rectangle

La figure est donnée à titre indicatif.



Dans le triangle IJK, $[IK]$ est le plus grand côté.

IK^2	$IJ^2 + JK^2$
$7{,}5^2$	$4{,}5^2 + 6^2$
	$20{,}25 + 36$
$56{,}25$	$56{,}25$

Comme $IK^2 = IJ^2 + JK^2$, alors le triangle IJK est rectangle en J d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

La racine carrée d'un nombre positif

On considère un nombre positif n.
La racine carrée de n est le nombre positif qui multiplié par lui-même, donne le nombre n.

$$\sqrt{n} \times \sqrt{n} = n \qquad \text{ou} \qquad \left(\sqrt{n}\right)^2 = n$$

n	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
$\sqrt{n}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Avec une calculatrice :

√■ (2 8 9) =

SECONDE √■

ou ☐ x^2 (2 8 9) =

Je m'exerce

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre. Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 12$ et $BC = 13$.

1. Quel est le nom de l'hypoténuse de ce triangle ?
2. Calcule la longueur AC en détaillant la démarche.
3. Trace le triangle ABC.

Exercice 2

On considère un triangle ABC tel que $AB = 9$ cm ; $AC = 12$ cm et $BC = 15$ cm.

1. Explique (sans calcul) pourquoi on est certain que ce triangle n'est pas rectangle en B ou C.
2. Prouve que ce triangle est rectangle en A.

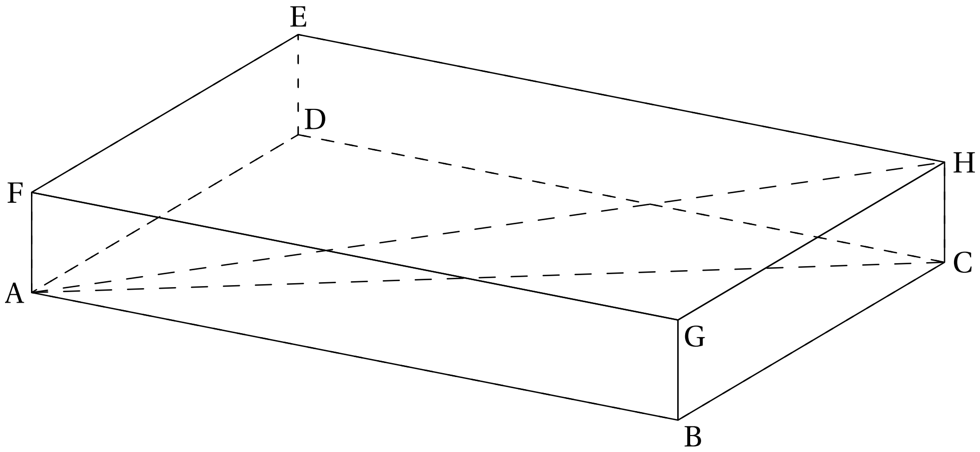
Exercice 3

Les questions sont indépendantes.

1. Le triangle AZE est rectangle en E avec $ZE = 5$ cm et $AE = 6$ cm.
   Fais une figure, puis calcule la valeur arrondie, au millimètre près, de la longueur AZ.
2. Le triangle RTY est rectangle en R avec $RT = 12$ dm et $TY = 14$ dm.
   Calcule l'arrondi, au millimètre près, de la longueur RY.

Exercice 4

On considère le pavé droit ci-dessous. Les dimensions sont les suivantes : $HC = 2$ cm, $BC = 6$ cm et $AB = 9$ cm. Calcule la longueur AH.



Je cherche, je raisonne

Enigme 1

$MATH$ est un losange de centre O, tel que $AH = 6,4$ cm et $MA = 7,2$ cm.

1. Fais une figure à main levée.
2. Calcule la longueur de la diagonale $[MT]$.
3. Fais une figure en vraie grandeur.

Enigme 2

Dans un rectangle de longueur 7 cm, le périmètre est de 18 cm.

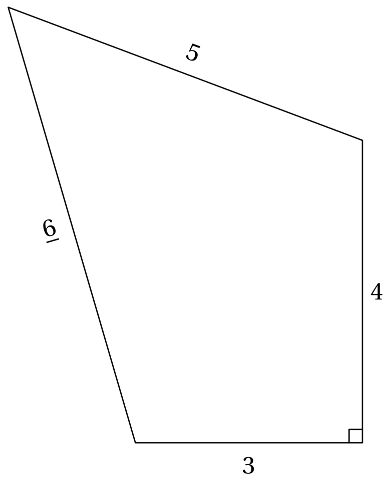
1. Quelle est la largeur de ce rectangle ? Construis alors le rectangle en vraie grandeur.
2. Calcule la longueur de la diagonale d'un tel rectangle.

Enigme 3

Construis un segment de longueur $\sqrt{5}$ cm.

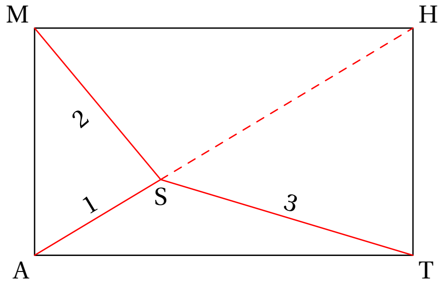
Enigme 4

Détermine l'aire du quadrilatère suivant :



Enigme 5

Quatre personnes M, A, T et H sont disposés en rectangle comme la figure ci-dessous. Une cinquième personne S est située à l'intérieur du rectangle comme indiqué sur la figure. Les distances, exprimées en centimètre, séparant cette personne S des personnes M, A et T sont indiquées sur la figure.



Quelle distance sépare la personne S de la personne H ?

Calculs fractionnaires

Objectif(s) :

- Je sais effectuer des calculs fractionnaires.
- Je sais utiliser les calculs fractionnaires pour résoudre des problèmes.

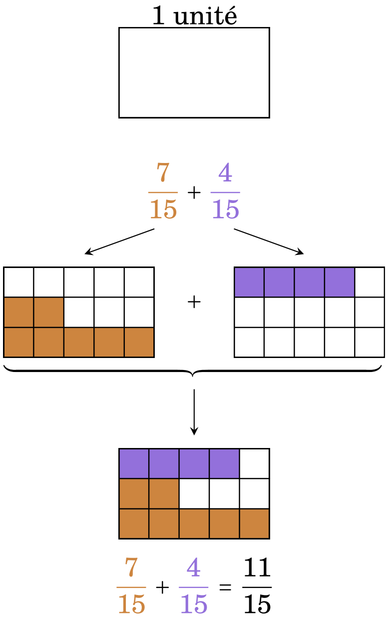
Je me mets en route

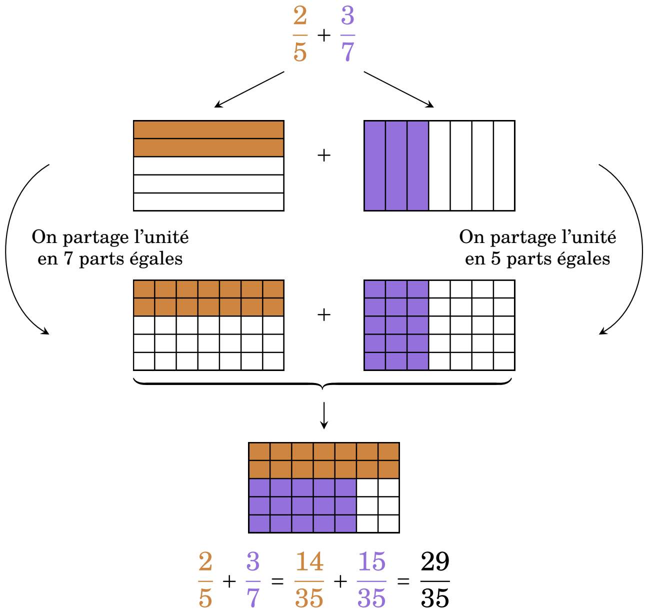
Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Dans l'écriture $\frac{5}{17}$, le nombre 17 est…	le nominateur	le dénominateur	le numérateur
2/ La somme $\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$ vaut…	$\frac{34}{55}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{7}{5}$
3/ La somme $\frac{1}{10}+\frac{1}{100}$ vaut…	$\frac{2}{110}$	$\frac{11}{100}$	$\frac{11}{110}$
4/ La somme $\frac{4}{7}+\frac{2}{7}$ vaut…	$= 0{,}86$	$= 0{,}857\,142\,857$	$= \frac{6}{7}$
5/ Un multiple commun à 5 et 7 est…	$7-5$	$5+7$	5×7
6/ Le plus petit multiple commun à 4 et 6 est…	2	12	24

Auto-correction.
1 - B / 2 - C / 3 - B / 4 - C / 5 - C / 6 - B

Je réactive mes connaissances





Additionner (ou soustraire) deux nombres en écritures fractionnaires

Si on souhaite additionner (ou soustraire) deux nombres en écritures fractionnaires, alors il faut les écrire avec le même dénominateur.

On a écrit que $\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$ et $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$. Comment écrire ces égalités ? On remarque que $\underset{\times 7}{\overset{\times 7}{\frac{2}{5} = \frac{14}{35}}}$ et $\underset{\times 7}{\overset{\times 7}{\frac{3}{7} = \frac{15}{35}}}$.

Écrire des écritures fractionnaires égales

On considère a et b deux nombres relatifs, avec b non nul.
Pour écrire une écriture fractionnaire égale à $\frac{a}{b}$, on peut multiplier le numérateur **et** le dénominateur par un même nombre *non nul*.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \text{ avec } k \text{ un nombre non nul}$$

Exemple 1 Premières sommes

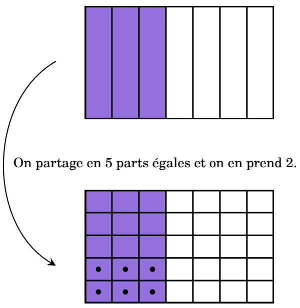
$$A = \frac{2}{3} + \frac{8}{3}$$
$$A = \frac{2+8}{3}$$
$$A = \frac{10}{3}$$

$$B = \frac{7}{8} - \frac{3}{5}$$
$$\frac{7_{\times 5}}{8_{\times 5}} \quad \frac{3_{\times 8}}{5_{\times 8}}$$
$$B = \frac{35}{40} - \frac{24}{40}$$
$$B = \frac{35-24}{40}$$
$$B = \frac{11}{40}$$

$$C = \frac{5}{9} + \frac{7}{12}$$
$$\frac{5_{\times 4}}{9_{\times 4}} \quad \frac{7_{\times 3}}{12_{\times 3}}$$
$$C = \frac{20}{36} + \frac{21}{36}$$
$$C = \frac{20+21}{36}$$
$$C = \frac{41}{36}$$

1 × 9 = 1	1 × 12 = 12
2 × 9 = 18	2 × 12 = 24
3 × 9 = 27	3 × 12 = 36
4 × 9 = 36	4 × 12 = 48
5 × 9 = 45	5 × 12 = 60
6 × 9 = 54	6 × 12 = $\underline{72}$
7 × 9 = 63	7 × 12 = 84
8 × 9 = $\underline{72}$	8 × 12 = 96
⋮	⋮

$\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}$, c'est prendre $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{7}$.



$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$$

Produit de deux nombres en écritures fractionnaires

Pour effectuer le produit de deux nombres en écritures fractionnaires, on multiplie les numérateurs *entre eux* et on multiplie les dénominateurs *entre eux*.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \qquad (b \neq 0 ; d \neq 0)$$

Exemple 2 Premiers produits

$$A = \frac{2}{5} \times \frac{8}{9}$$
$$A = \frac{2 \times 8}{5 \times 9}$$
$$A = \frac{16}{45}$$

$$B = \frac{4}{7} \times \frac{17}{5}$$
$$B = \frac{4 \times 17}{7 \times 5}$$
$$B = \frac{68}{35}$$

$$C = 4 \times \frac{6}{5}$$
$$C = \frac{4 \times 6}{5}$$
$$C = \frac{24}{5}$$

$$D = \frac{15}{8} \times \frac{12}{25}$$
$$D = \frac{15 \times 12}{8 \times 25}$$
$$D = \frac{5 \times 3 \times 3 \times 4}{4 \times 2 \times 5 \times 5}$$
$$D = \frac{9}{10}$$

Effectuer la division $\frac{2}{5} \div \frac{3}{7}$, c'est compléter l'égalité $\frac{2}{5} = ? \times \frac{3}{7}$

$$\frac{2}{5} = ? \times \frac{3}{7}$$
$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \underbrace{\frac{\square}{\square} \times \frac{3}{7}}_{=1}$$
$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \underbrace{\frac{7}{3} \times \frac{3}{7}}_{=1} \qquad \text{car } \frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{7 \times 3}{3 \times 7} = \frac{21}{21}$$
$$\frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5} \times \frac{7}{3}\right) \times \frac{3}{7}$$

Par conséquent $\frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3}$.

Quotient de deux nombres en écritures fractionnaires

Soit a et b deux nombres relatifs non nuls.
Diviser par le quotient $\frac{a}{b}$, cela revient à *multiplier* par le quotient $\frac{b}{a}$.

Exemple 3 Premiers quotients

$$A = \frac{2}{5} \div \frac{7}{9} \qquad B = \frac{4}{7} \div \frac{17}{5} \qquad C = 11 \div \frac{6}{5}$$
$$A = \frac{2}{5} \times \frac{9}{7} \qquad B = \frac{4}{7} \times \frac{5}{17} \qquad C = 11 \times \frac{5}{6}$$
$$A = \frac{2 \times 9}{5 \times 7} \qquad B = \frac{4 \times 5}{7 \times 17} \qquad C = \frac{11 \times 5}{6}$$
$$A = \frac{18}{35} \qquad B = \frac{20}{119} \qquad C = \frac{55}{6}$$

Je m'exerce

Exercice 1

Effectue les calculs suivants :

$$A = \frac{3}{8} + \frac{2}{5} \qquad B = \frac{4}{7} - \frac{8}{5} \qquad C = \frac{3}{5} \times \frac{7}{11} \qquad D = \frac{3}{5} \div \frac{7}{11}$$

Exercice 2

Effectue les calculs suivants :

$$E = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \qquad F = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{4}$$

Exercice 3

Quatre personnes découvrent un trésor et le partage se fait de la façon suivante : la 1^{re} personne prend un quart du trésor, la deuxième un tiers, la troisième $\frac{1}{5}$ et la dernière personne reçoit le reste soit 117 pièces d'or.

1. Prouve que la part de la quatrième personne représente $\frac{13}{60}$ du trésor.
2. Déduis-en que le trésor contenait 540 pièces d'or.
3. Quels sont les nombres de pièces obtenus par chacune des personnes ?

Je cherche, je raisonne

Enigme 1

En étudiant $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ puis $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, il est possible de donner, en moins d'une minute une fraction égale à la somme :

$$S = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$$

Explique pourquoi.

Enigme 2

Les égyptiens écrivaient les fractions comme sommes de fractions ayant uniquement un numérateur égal à 1 et *des dénominateurs différents*. Par exemple :

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{30}$$

1. Prouve l'égalité ci-dessus.
2. Peux-tu écrire $\frac{3}{7}$ de la même façon ?

Enigme 3

a et b désignent deux nombres et on sait que

$$\frac{a}{12} - \frac{b}{21} = \frac{1}{2}$$

Calcule $7a - 4b$.

Je me teste

Active le lien `https://link.dgpad.net/7z8V` ou le QR-code :

Les puissances

Objectif(s) :

- Je sais utiliser les puissances d'exposants positifs et négatifs pour simplifier l'écriture de produits et de quotients.
- Je connais et sais utiliser la notation scientifique.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Calculer 5^3, c'est obtenir…	125	15	8
2/ Calculer 10^5, c'est obtenir…	50	100 000	1 000 000
3/ Écrire 2^{-4}, cela signifie…	$(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$	$\dfrac{1}{2\times2\times2\times2}$	$2\times(-4)$
4/ Calculer 10^{-3}, c'est obtenir…	−1 000	0,001	0,000 1
5/ Le produit $10^4\times10^6$ est égal à…	10^{24}	10^{10}	1 000 000 000 000
6/ Le produit $271{,}8\times10^2$ est égal à…	27 180	2,718	271,800

Auto-correction.
1 - A / 2 - B / 3 - B / 4 - B / 5 - B / 6 - A

Je réactive mes connaissances

Dans la suite, n désigne toujours un nombre entier positif non nul et a est un nombre relatif.

Exemple 1

$$10^5 = 10\times10\times10\times10\times10 = 100\,000$$
$$2^9 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2 = 512$$
$$(-5)^3 = (-5)\times(-5)\times(-5) = -125$$
$$(-3)^2 = (-3)\times(-3) = 9$$

Exemple 2

$$5^{-1} = \frac{1}{5^1} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$
$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2\times2\times2} = \frac{1}{8}$$
$$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000} = 0{,}000\,01$$

Puissances d'exposant positif

On note a^n le produit de n facteurs tous égaux au nombre a.

$$a^n = \underbrace{a\times\cdots\times a}_{n\text{ facteurs}}$$

Cas particuliers :

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a \quad 1^n = 1 \quad 0^n = 0$$

$$10^n = \underbrace{10\times\cdots\times10}_{n\text{ facteurs}} = 1\,\underbrace{0\ldots0}_{n\text{ zéros}}$$

Puissances d'exposant négatif

On note
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ avec } (a\neq0)$$
C'est l'inverse de a^n.

Cas particuliers :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10\times\cdots\times10}_{n\text{ facteurs}}} = \frac{1}{1\,\underbrace{0\ldots0}_{n\text{ zéros}}} = 0,\ \underbrace{00\ldots01}_{n\text{ décimales}}$$

Écriture scientifique d'un nombre décimal

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est le produit d'un nombre compris entre 1 et 10 (non compris) par une puissance de 10 : $a \times 10^n$ avec a nombre décimal tel que $1 \leqslant a < 10$, n nombre entier relatif.

Exemple 3

Voici l'écriture scientifique des nombres 56 800 et 0,009 6 :

$$56\,800 = 5{,}68 \times 10^4 \qquad 0{,}009\,6 = 9{,}6 \times 10^{-3}$$

Elle permet d'évaluer un ordre de grandeur. Pour comparer deux nombres en écriture scientifique, on compare d'abord les puissances de 10.
Celui qui a la plus grande puissance de 10 est le plus grand nombre.
Si les puissances sont les mêmes, on compare les facteurs placés devant les puissances de 10.

Exemple 4

$3{,}45 \times 10^{13} < 3{,}449 \times 10^{15}$ car $10^{13} < 10^{15}$.

$3{,}45 \times 10^{13} > 3{,}449 \times 10^{13}$ car $3{,}45 > 3{,}449$.

Je m'exerce

Exercice 1

Un restaurant propose des menus à 16,90 € avec au choix 3 entrées, 3 plats et 3 desserts. Quel est le nombre de menus différents possibles ?

Exercice 2

Donne l'écriture décimale de chaque nombre :

$$10^3 \quad ; \quad 10^{-2} \quad ; \quad 2^{-2} \quad ; \quad (-5)^4$$

Exercice 3

Elsa observe au microscope, à midi, une cellule de bambou. Au bout d'une heure, la cellule s'est divisée en deux. On a alors deux cellules. Au bout de deux heures, ces deux cellules se sont divisées en deux.
Elsa note toutes les heures les résultats de ses observations.
À quelle heure notera-t-elle, pour la première fois, plus de 4 000 cellules ?

Source : D'après DNB Amérique du Nord 2002

Exercice 4

Utilise les définitions pour écrire sous la forme d'une seule puissance les nombres suivants :

$$5^3 \times 5^7 \qquad 3^8 \times 3^{-10} \qquad 4^{-3} \times 4^{-7} \qquad \frac{7^{13}}{7^5}$$

$$\frac{(-6)^2}{(-6)^5} \qquad \frac{9^{-2}}{9^7} \qquad 5^2 \times 3^2 \qquad \frac{14^3}{21^3}$$

Exercice 5

La structure métallique de la tour Eiffel a une masse de 7 300 tonnes. On considère que la structure est composée essentiellement de fer. Sachant qu'un atome de fer a une masse de $9{,}352 \times 10^{-26}$ kg, combien y a-t-il d'atomes de fer dans la structure ?

Exercice 6

Voici les masses en kg des planètes du système solaire :

Nom de la planète	Masse en kg
Mercure	33×10^{22}
Vénus	$4{,}87 \times 10^{24}$
Terre	598×10^{22}
Mars	$6\,418 \times 10^{20}$
Jupiter	$1\,900 \times 10^{24}$
Saturne	57×10^{25}
Uranus	866×10^{23}
Neptune	$10{,}3 \times 10^{25}$

Après avoir noté les masses des planètes en écriture scientifique, range les dans l'ordre croissant.

Exercice 7

Voici plusieurs données scientifiques. Exprime chacune d'elles en écriture scientifique.

1. Les physiciens pensent que l'univers est né il y a environ 15 milliards d'années.
2. Chaque seconde, la lumière parcourt environ 300 000 km.
3. La distance de la Terre au Soleil est d'environ 149,5 millions de km.
4. La distance de la Terre à la Lune est d'environ 384 400 km.

Exercice 8

Calcule les expressions suivantes et donne le résultat en notation scientifique :

$$A = 15 \times 10^{2} \times 4 \times 10^{-6} \qquad B = (2\,500\,000\,000)^{2} \qquad C = \frac{36 \times 10^{7}}{3 \times 10^{5}}$$

Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Écris les expressions suivantes sous la forme $a^m \times b^n$ où a, b, m et n sont des nombres entiers relatifs.

$$A = \frac{2^{5} \times 4^{5} \times 11^{-3}}{8^{-3} \times 11^{5}} \qquad B = \frac{6^{-3} \times (-5)^{7} \times 4^{7}}{10^{5} \times 2^{5} \times (-6)^{5}}$$

Enigme 2

Quel est le dernier chiffre du nombre $2^{2\,020}$? Explique ta démarche.

Je me teste

Teste toi sur un module en ligne accessible ou active le QR-code :

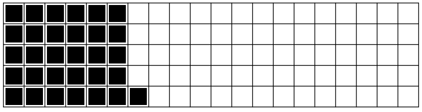
La proportionnalité

Objectif(s) :

- Je sais utiliser la proportionnalité pour résoudre des problèmes.
- Je sais utiliser les pourcentages.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Simon a 16 ans. Pierre, qui a deux ans de plus que Simon, est âgé de…	32 ans	14 ans	18 ans
2/ Simon a 16 ans. Pierre, qui est deux fois plus âgé a…	32 ans	14 ans	18 ans
3/ Simon a cinq ans de plus que Pierre. Dans deux ans, Simon sera plus âgé que Pierre de…	dix ans	vingt ans	cinq ans
4/ Sur la figure ci-dessous, on a noirci… 	50 % de la surface	$\frac{31}{69}$ de la surface	31 % de la surface

Auto-correction.
1 - C / 2 - A / 3 - C / 4 - C

Je réactive mes connaissances

Grandeurs proportionnelles

Dire que deux grandeurs sont proportionnelles signifie qu'en multipliant (ou divisant) l'une des grandeurs par un nombre n différent de 0, alors l'autre grandeur est multipliée (ou divisée) par le même nombre n.

$\times n$

Grandeur A		
Grandeur B		

$\times n$

Exemple 1 Reconnaître une situation de proportionnalité

1. Un fermier vend un œuf 0,24 € et dix œufs 2,00 €.

$\times 10$

Nombre d'œuf	1	10
Prix (€)	0,24	2,00

~~×10~~

Il n'y a donc pas proportionnalité entre le nombre d'œufs achetés et le prix payé.

2. Dans une recette pour quatre personnes, il faut 30 g de beurre. Pour douze personnes, il est indiqué 90 g de beurre.

$\times 3$

Nombre de personnes	4	12
Masse de beurre (g)	30	90

$\times 3$

Il y a donc proportionnalité entre le nombre de personnes et la quantité de beurre.

Coefficient de proportionnalité

Lorsque deux grandeurs sont proportionnelles, il existe un nombre k permettant de passer de l'une à l'autre par une multiplication. Ce nombre est appelé le coefficient de proportionnalité.

Grandeur A		
Grandeur B		

$\times k$

Exemple 2 Déterminer et utiliser un coefficient de proportionnalité

1. Reprenons l'exemple de la recette de cuisine :

Nombre de personnes	4	12
Masse de beurre (g)	30	90

$\times k$

Le nombre k est égal à $\frac{30}{4}$ (ou $\frac{90}{12}$). Ici, on peut écrire $k = 7{,}5$.

2. Chez un fleuriste, le prix des roses est proportionnel au nombre de roses achetées. On sait que 7 roses sont vendues 14,70 €.

Nombre de roses	7	15
Prix (€)	14,70	

$\times ?$

Le coefficient de proportionnalité est égal à $14{,}70 \div 7 = 2{,}10$. Pour 15 roses, on va donc payer $15 \times 2{,}10$ € = 31,50 €

Calculer une quatrième proportionnelle

Une boutique en ligne propose du tissu. Son prix est proportionnel à la longueur achetée. Sur la page d'accueil, une offre indique 28 m de tissu pour 21 €.

Combien coûtent 14 m de tissu ?

On utilise la définition.

$\div 2$

Tissu (m)	28	14
Prix (€)	21	

$\div 2$

14 m de tissu coûtent 10,50 €.

Combien coûtent 35 m de tissu ?

On calcule le prix de 7 m de tissu puis on décompose 35 m en 28 m + 7 m.

$\div 4$

Tissu (m)	28	7	35
Prix (€)	21		

$\div 4$

⊕

Tissu (m)	28	7	35
Prix (€)	21	5,25	

⊕

35 m de tissu coûtent 26,25 €.

Combien coûtent 18 m de tissu ?

On cherche le prix pour 1 m de tissu puis on calcule le prix pour 18 m.

$\div 28$

Tissu (m)	28	1	18
Prix (€)	21		

$\div 28$

$\times 18$

Tissu (m)	28	1	18
Prix (€)	21	0,75	

$\times 18$

18 m de tissu coûtent $18 \times 0{,}75$ € = 13,50 €.

Combien coûtent 15 m de tissu ?

On peut utiliser la méthode précédente en la « résumant » grâce à l'égalité des produits en croix.

Tissu (m)	28	15
Prix (€)	21	

15 m de tissu coûtent $15 \times 21 \div 28 = 11{,}25$ €.

Exemple 3 Calculer une quatrième proportionnelle

Une fois lancé, un planeur se déplace à la vitesse constante de 80 km/h. Le pilote sait qu'il lui reste 24 km à parcourir. Comme la vitesse est constante, alors la distance parcourue est proportionnelle au temps de vol. Par conséquent, après avoir changé d'unité de durée, on a le tableau de proportionnalité suivant :

Distance (km)	80	24
Temps de vol (min)	60	

On peut utiliser le coefficient de proportionnalité : $k = 60 \div 80 = 0{,}75$. Par conséquent, le temps de vol sera de $24 \times 0{,}75 = 18$ min.

Augmentation et diminution en pourcentage

- Augmenter une quantité de t %, cela revient à multiplier cette quantité par $1 + \dfrac{t}{100}$.

Prix avant augmentation de 15 %	100	
Prix après augmentation de 15 %	115	

×1,15

- Diminuer une quantité de t %, cela revient à multiplier cette quantité par $1 - \dfrac{t}{100}$.

Prix avant diminution de 7 %	100	
Prix après diminution de 7 %	93	

×0,93

On pourra consulter la page 60 pour des compléments sur les pourcentages.

Exemple 4 Augmentation / Diminution en pourcentage

1. Le nombre d'élèves d'un collège est 417. On prévoit une augmentation de 4,2 % de ce nombre à la prochaine rentrée scolaire. On peut donc estimer le nombre d'élèves à la rentrée par :

$$417 \times \left(1 + \frac{4{,}2}{100}\right) = 417 \times (1 + 0{,}042) = 417 \times 1{,}042$$

soit environ 435 élèves.

2. Pour améliorer la santé, les fabricants de l'agroalimentaire se sont engagés à diminuer la quantité de sel dans leurs plats de 12 %. Avant cette diminution, on peut lire sur une étiquette que la quantité de sel est 2,2 g. Alors la nouvelle quantité de sel sera :

$$2{,}2 \times \left(1 - \frac{12}{100}\right) = 2{,}2 \times (1 - 0{,}12) = 2{,}2 \times 0{,}88$$

soit environ 1,94 g.

Je m'exerce

Exercice 1

Les questions sont indépendantes.

1. Le débit d'un robinet est de 16 L par minute.
   Combien de temps faudra-t-il pour remplir une baignoire de 500 L ?
2. Dans un jus de fruits, il y a 15 % d'ananas. Quelle quantité d'ananas boit-on en dégustant 20 cL de ce jus de fruits ?
3. Lors des élections de délégués de classe, un candidat a obtenu 40 % des voix.
   Sachant qu'il y a 30 élèves dans la classe, combien d'élèves ont voté pour ce candidat ?

Exercice 2

Les questions sont indépendantes.

1. Lors d'un parcours sur autoroute, il reste 20 km avant d'arriver à la prochaine aire de repos.
   Combien de temps me faut-il pour atteindre cette aire sachant que je roule à 120 km/h ?
2. Sur une carte à l'échelle 1:2 500, la longueur d'une rue est 3,7 cm.
   Quelle est la longueur *réelle* de cette rue ?
3. Suite à des travaux d'embelissement, la population d'une ville a augmenté de 8 %. Sachant qu'avant les travaux, la population comptait 1 250 habitants, quel est actuellement le nombre d'habitants ?

Enigme 1

Un automobiliste roule 15 minutes à la vitesse de 80 kilomètres par heure puis 1 heure et 45 minutes à la vitesse de 120 kilomètres par heure. Calcule la vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet.

Enigme 2

Un chauffeur de taxi pratique un tarif donné par le tableau suivant :

Distance (en km)	0 à 5	5 à 10	10 à 20	Plus de 20
Prix (en €)	2 € par km	1 € par km plus 5 €	2 € par km moins 5 €	1 € par km plus 15 €

1. Combien paie un client pour parcourir 7,5 km ? 15 km ? 22,5 km ?
2. Dans le tarif pratiqué, le prix est-il *toujours* proportionnel à la distance ? Justifie.

Enigme 3

Les habitants d'un immeuble à appartements décident d'acheter cet immeuble. Ils regrouperont leur argent de façon à ce que chacun paie une somme proportionnelle à la taille de son appartement. Par exemple, une personne habitant un appartement qui occupe un cinquième de la superficie de l'ensemble des appartements devra payer un cinquième du prix total de l'immeuble.

Entoure « Correct » ou « Incorrect » pour chacune des affirmations suivantes :

1/ La personne qui habite l'appartement le plus grand paiera davantage par mètre carré de son appartement que la personne habitant l'appartement le plus petit.	Correct	Incorrect
2/ Si on connaît la superficie de deux appartements et le prix d'un des deux, on peut calculer le prix du second.	Correct	Incorrect
3/ Si on connaît le prix de l'immeuble et la somme que paiera chaque propriétaire, on peut calculer la superficie totale de l'ensemble des appartements.	Correct	Incorrect
4/ Si le prix total de l'immeuble était réduit de 10 %, chacun des propriétaires paierait 10 % de moins.	Correct	Incorrect

Enigme 4

Source Image : https://en.wikipedia.org/wiki/File:Homer_Simpson_2006.png

Source exercice : https://sciencetonnante.wordpress.com/2013/04/29/le-paradoxe-de-simpson/

Homer est contrarié ! On lui a découvert des calculs sur un de ses reins. Il se rend à l'hôpital pour avoir les conseils d'un médecin spécialisé…

1. Après avoir confirmé le diagnostic, le médecin lui expose les résultats d'une étude réalisée pour le *British medical journal* : « les deux traitements ont été testés chacun sur 350 patients, et voici les chiffres : le traitement A a fonctionné dans 273 cas et le traitement B dans 289. »
   (a) Selon cette étude, quel traitement Homer va-t-il choisir ?
   (b) Calcule le pourcentage « de guérison » de chaque traitement.
2. Peureux comme il est, Homer a besoin d'un deuxième avis. Et là, en se basant sur la même étude, voici les commentaires que le deuxième médecin expose à Homer : « On a testé les traitements sur différents patients qui pouvaient être atteint soit de petits calculs, soit de gros calculs.

	Traitement A	Traitement B
Petits calculs (< 2 cm)	81 / 87	234 / 270
Gros calculs (> 2 cm)	192 / 263	55 / 80

   (a) Dans chacun des cas, calcule le pourcentage « de guérison » de chaque traitement.
   (b) Quel traitement Homer va-t-il choisir ?

Le théorème de Thalès

Objectif(s) :

- Je sais utiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur.
- Je sais utiliser la réciproque du théorème de Thalès pour prouver que des droites sont parallèles.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

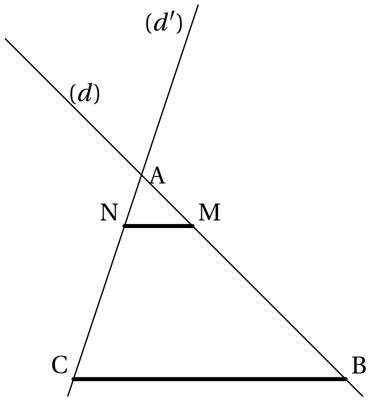
Question	**Réponse A**	**Réponse B**	**Réponse C**
1/ Si deux droites sont parallèles à la même troisième droite, alors ces deux droites sont	perpendiculaires	parallèles	on ne peut pas savoir
2/ Si deux droites sont perpendiculaires à la même troisième droite, alors ces deux droites sont	perpendiculaires	parallèles	on ne peut pas savoir
3/ Si $\frac{x}{7} = \frac{5}{8}$, alors…	$x = \frac{7 \times 5}{8}$	$x = \frac{8 \times 5}{7}$	$x = \frac{8}{7 \times 5}$
4/ La fraction $\frac{35}{45}$ est égale à …	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{9}$	0,777

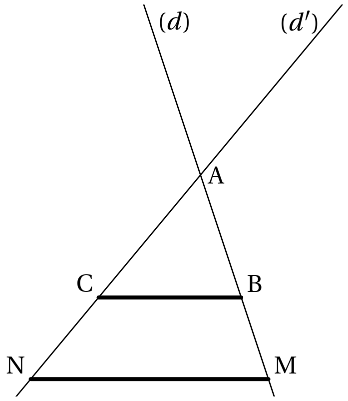
Auto-correction.
1 - B / 2 - B / 3 - A / 4 - B

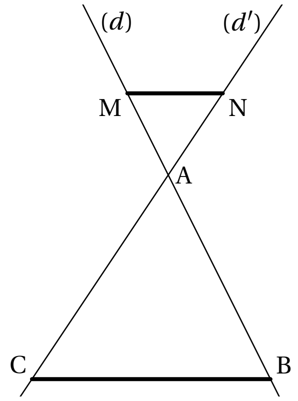
Je réactive mes connaissances

Le théorème de Thalès

On considère deux droites (d) et (d') sécantes en A.
Sur la droite (d), on place deux points B et M, différents du point A.
Sur la droite (d'), on place deux points C et N, différents du point A.







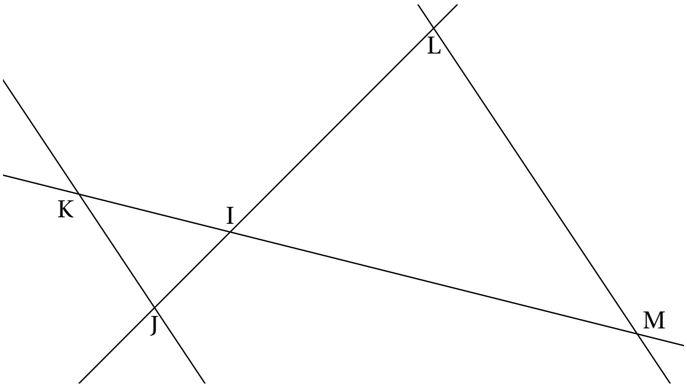
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors il y a proportionnalité entre les côtés correspondants des triangles ABC et AMN.
On peut écrire cette conclusion sous la forme :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

ou sous la forme du tableau de proportionnalité :

Côtés du triangle AMN	AM	AN	MN
Côtés *correspondants* du triangle ABC	AB	AC	BC

Exemple 1 Calculer une longueur avec le théorème de Thalès



Sur la figure ci-contre (*donnée à titre indicatif*), les droites (JK) et (LM) sont parallèles.
De plus, on sait que $IM = 4{,}1$ cm ; $LM = 2{,}8$ cm ; $IJ = 1{,}3$ cm ; $IL = 2{,}2$ cm.
On remarque les deux triangles IJK et ILM formés par les droites parallèles (JK) et (LM). On peut donc appliquer le théorème de Thalès.

Dans le triangle IJK, L est un point de la droite (IJ), M est un point de la droite (IK).
Comme les droites (LM) et (JK) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{IL}{IJ} = \frac{IM}{IK} = \frac{LM}{JK}$$

On remplace par les longueurs connues :

$$\frac{2{,}2}{1{,}3} = \frac{4{,}1}{IK} = \frac{2{,}8}{JK}$$

$$IK = \frac{4{,}1 \times 1{,}3}{2{,}2} \qquad JK = \frac{2{,}8 \times 1{,}3}{2{,}2}$$

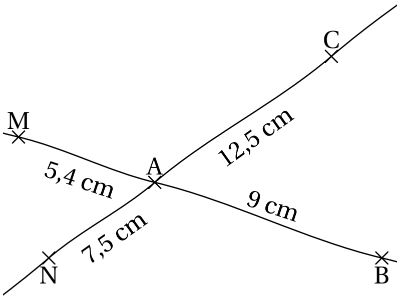
$$IK = \frac{5{,}33}{2{,}2} \qquad JK = \frac{3{,}64}{2{,}2}$$

$$IK \approx 2{,}4 \text{ cm} \qquad JK \approx 1{,}7 \text{ cm}$$

La réciproque du théorème de Thalès

Soit (d) et (d') deux droites sécantes en A.
B et M sont deux points de la droite (d), distincts de A.
C et N sont deux points de la droite (d'), distincts de A.
Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ *et* les points A, M, B sont alignés dans le même ordre que les points A, N, C alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Exemple 2 Prouver que deux droites sont parallèles



Sur la figure ci-contre, est-ce que les droites (MN) et (BC) sont parallèles ?

Dans le triangle ABC, M est un point de la droite (AB), N est un point de la droite (AC).

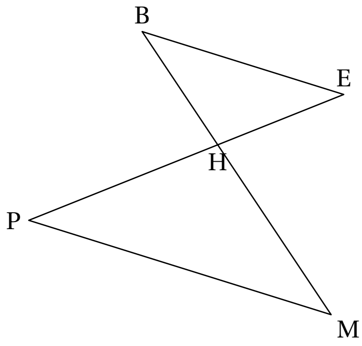
$$\left.\begin{array}{l} \frac{AM}{AB} = \frac{5{,}4}{9} = \frac{5{,}4 \times 10}{9 \times 10} = \frac{54}{90} = \frac{54 \times 25}{90 \times 25} = \frac{1\,350}{2\,250} \\ \frac{AN}{AC} = \frac{7{,}5}{12{,}5} = \frac{7{,}5 \times 10}{12{,}5 \times 10} = \frac{75}{125} = \frac{75 \times 18}{125 \times 18} = \frac{1\,350}{2\,250} \end{array}\right\} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

De plus, les points A, M, B sont alignés dans le même ordre que les points A, N, C. Donc les droites (MN) et (BC) sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès.

Je m'exerce

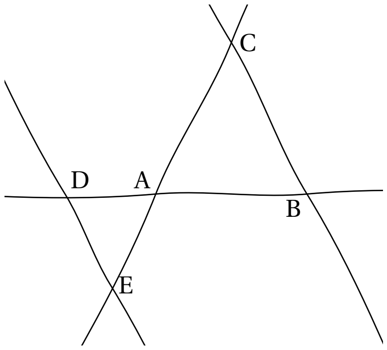
Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.
On donne *à titre indicatif* la figure ci-dessous et les longueurs suivantes : $HB = 1,8$; $HE = 1,2$; $HP = 1,6$; $HM = 2,4$. Les droites (BE) et (PM) sont-elles parallèles ?



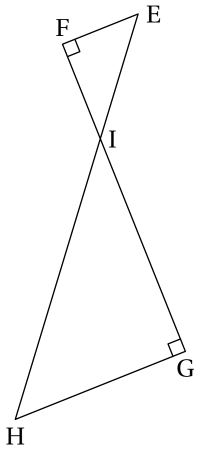
Exercice 2

La figure ci-dessous est donnée à titre indicatif. On sait que les droites (DE) et (BC) sont parallèles et on a les longueurs suivantes : $AB = 7$ cm ; $AD = 5$ cm et $AC = 8$ cm.
Calcule la longueur AE.



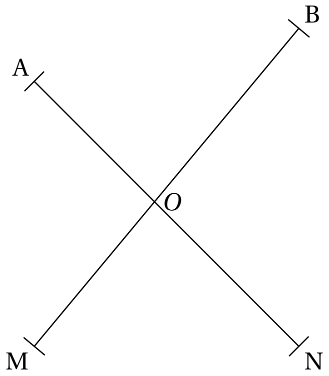
Exercice 3

La figure ci-dessous est donnée à titre indicatif. Les droites (EH) et (FG) sont sécantes en I. L'unité de longueur est le centimètre. Les longueurs sont $IE = 6$; $IF = 4{,}8$ et $IH = 10$.
Calcule les longueurs FE et HG.



Exercice 4

$[AN]$ et $[BM]$ sont deux segments qui se coupent en O comme sur la figure ci-dessous et qui vérifient $AN = 6$ cm ; $OA = 1,5$ cm ; $BO = 2,5$ cm ; $BM = 10$ cm. *Attention, cette figure n'a pas été réalisée en vraie grandeur.*

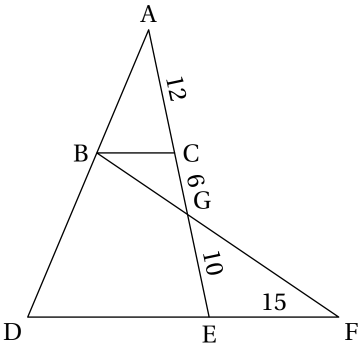


Prouve que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

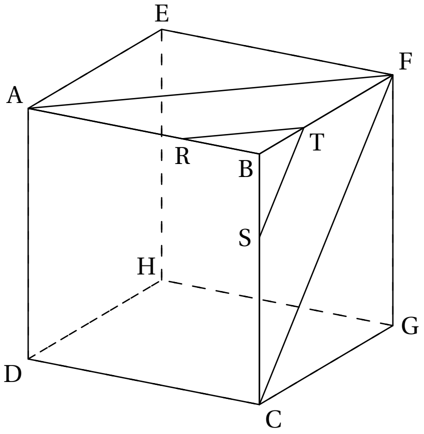
Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Sur la figure ci-contre, donnée à titre indicatif, l'unité de longueur est le centimètre. Les points D, E et F sont alignés. Les points B et C appartiennent respectivement aux segments $[AD]$ et $[AE]$. Le point d'intersection des droites (FB) et (AE) est le point G.
Sachant que les droites (BC) et (DF) sont parallèles, calcule la longueur DE.



Enigme 2



Soit un cube $ABCDEFGH$. Par un point R du segment $[AB]$, on mène la parallèle à la droite (AF) ; elle coupe le segment $[BF]$ en T. Par le point T, on mène la parallèle à la droite (FC) ; elle coupe le segment $[BC]$ en S
Prouve que les droites (RS) et (AC) sont parallèles.

En vidéo

Pour un complément sur le théorème de Thalès (ainsi que le théorème de Pythagore), on pourra visualiser cette vidéo.

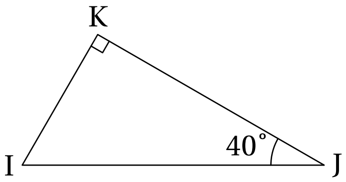
La trigonométrie

Objectif(s) :

- Je sais utiliser la trigonométrie pour calculer une longueur.
- Je sais utiliser la trigonométrie pour calculer un angle.

Je me mets en route

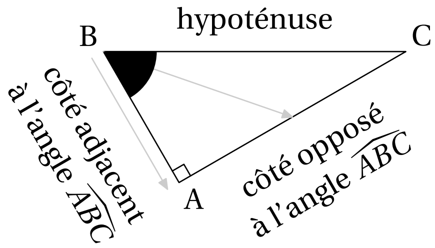
Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Si $7x = 5$, alors…	$x = 5 - 7$	$x = 5 \div 7$	$x = 5 \times 7$
2/ Si $\frac{x}{7} = 5$, alors…	$x = 5 + 7$	$x = 5 \div 7$	$x = 5 \times 7$
3/ Si $\frac{7}{x} = 5$, alors…	$x = 7 + 5$	$x = 7 \div 5$	$x = 7 \times 5$
4/ Dans la figure ci-dessous, quelle est la mesure de l'angle $\widehat{JIK}$?  	50°	40°	140°

Auto-correction.
1 - B / 2 - C / 3 - B / 4 - A

Je réactive mes connaissances

Vocabulaire

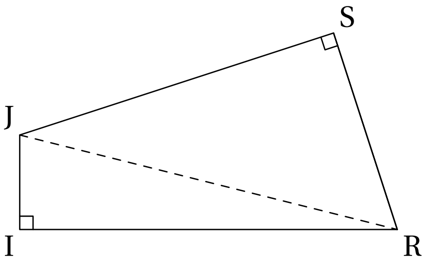


Dans le triangle ABC, rectangle en A :

- le côté $[BC]$ est l'hypoténuse ;
- le côté $[AB]$ est *le côté adjacent à l'angle* $\widehat{ABC}$;
- le côté $[AC]$ est *le côté opposé à l'angle* $\widehat{ABC}$.

Ce vocabulaire dépend de l'angle considéré. Il faudra être attentif à cela : sur la figure ci-dessus, le côté $[AB]$ est *le côté opposé à l'angle* $\widehat{BCA}$.

Exemple 1 Utiliser le vocabulaire



On considère la figure ci-contre.

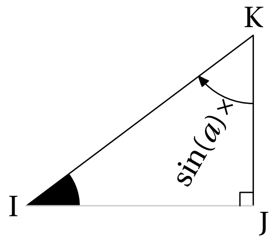
1. Dans le triangle IJR, rectangle en I :
   (a) le côté $[IJ]$ est *le côté adjacent* à l'angle $\widehat{IJR}$.
   (b) le côté $[IJ]$ est *le côté opposé* à l'angle $\widehat{IRJ}$.
2. Dans le triangle JSR, rectangle en S :
   (a) le côté $[JS]$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{SJR}$.
   (b) le côté $[RS]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{SJR}$.

Le sinus d'un angle aigu

Dans tous les triangles rectangles ayant un angle aigu de mesure a, il y a proportionnalité entre l'hypoténuse et le côté opposé à l'angle aigu considéré. Le coefficient multiplicatif permettant de passer de l'hypoténuse au côté opposé à l'angle de mesure a s'appelle *le sinus de l'angle aigu de mesure a* et se note $\sin(a)$.

Hypoténuse		
Côté opposé à l'angle aigu de mesure a		

$\times \sin(a)$



Dans le triangle IJK, rectangle en J, on a :

$$\sin(a) = \frac{\text{côté opposé à l'angle aigu de mesure } a}{\text{hypoténuse}} = \frac{JK}{IK}$$

ou

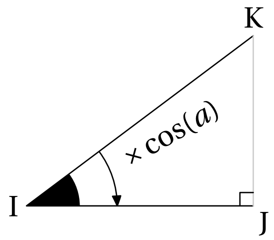
$$\text{hypoténuse} \times \sin(a) = \text{côté opposé à l'angle aigu de mesure } a$$

Le cosinus d'un angle aigu

Dans tous les triangles rectangles ayant un angle aigu de mesure a, il y a proportionnalité entre l'hypoténuse et le côté adjacent à l'angle aigu considéré. Le coefficient multiplicatif permettant de passer de l'hypoténuse au côté adjacent à l'angle de mesure a s'appelle *le cosinus de l'angle aigu de mesure a* et se note $\cos(a)$.

Hypoténuse		
Côté adjacent à l'angle aigu de mesure a		

$\times \cos(a)$



Dans le triangle IJK, rectangle en J, on a :

$$\cos(a) = \frac{\text{côté adjacent à l'angle aigu de mesure } a}{\text{hypoténuse}} = \frac{IJ}{IK}$$

ou

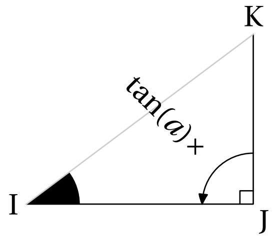
$$\text{hypoténuse} \times \cos(a) = \text{côté adjacent à l'angle aigu de mesure } a$$

La tangente d'un angle aigu

Dans tous les triangles rectangles ayant un angle aigu de mesure a, il y a proportionnalité entre le côté adjacent à l'angle de mesure a et le côté opposé à l'angle aigu considéré. Le coefficient multiplicatif permettant de passer de du côté adjacent à l'angle de mesure a au côté adjacent à l'angle de mesure a s'appelle *la tangente de l'angle aigu de mesure a* et se note $\tan(a)$.

Côté adjacent à l'angle aigu de mesure a		
Côté opposé à l'angle aigu de mesure a		

$\times \cos(a)$



Dans le triangle IJK, rectangle en J, on a :

$$\tan(a) = \frac{\text{côté opposé à l'angle aigu de mesure } a}{\text{Côté adjacent à l'angle aigu de mesure } a} = \frac{KJ}{IJ}$$

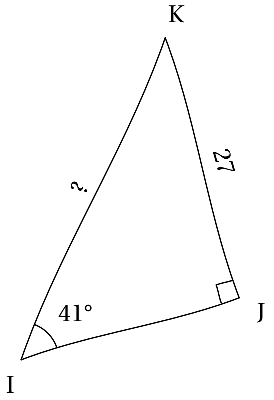
ou

$$\text{Côté adjacent à l'angle aigu de mesure } a \times \tan(a) = \text{côté opposé à l'angle aigu de mesure } a$$

Exemple 2 Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

IJK est un triangle rectangle en J. On sait que $JK = 27$ cm et $\widehat{KIJ} = 41°$. Calcule la longueur IK.

La figure est donnée à titre indicatif.



On cherche l'hypoténuse et on connait le côté opposé à l'angle. Donc on utilise le sinus de l'angle de 41°.

Dans le triangle IJK, rectangle en J, on a :

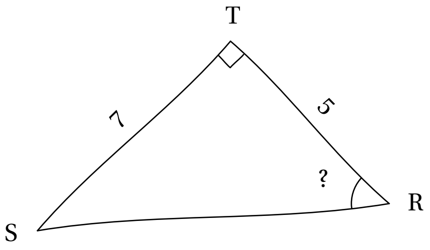
$$\begin{aligned} IK \times \sin(\widehat{JIK}) &= JK \\ IK \times \sin(41°) &= 27 \\ IK &= \frac{27}{\sin(41°)} \\ IK &\approx 41{,}15 \text{ cm} \end{aligned}$$

Pour le calcul de la valeur approchée, on a utilisé la calculatrice : 2 7 ÷ sin (4 1) =

Exemple 3 Calculer la mesure d'un angle d'un triangle rectangle.

RST est un triangle rectangle en T. On sait que $RT = 5$ cm et $TS = 7$ cm. Détermine une mesure approchée au degré de l'angle $\widehat{TRS}$.

La figure est donnée à titre indicatif.



On connaît les côtés opposé et adjacent à l'angle $\widehat{TRS}$. Par conséquent, on utilise la tangente de l'angle $\widehat{TRS}$.

Dans le triangle RTS, rectangle en T, on a :

$$\begin{aligned} \tan(\widehat{TRS}) &= \frac{TS}{RT} \\ \tan(\widehat{TRS}) &= \frac{7}{5} \\ \widehat{TRS} &\approx 54° \end{aligned}$$

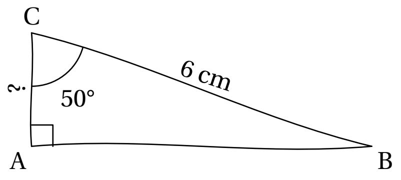
Pour le calcul de la valeur approchée, on a utilisé la calculatrice : $\overset{\text{SECONDE}}{}$ $\overset{\text{ATAN}}{\text{tan}}$ (7 ÷ 5) =

Je m'exerce

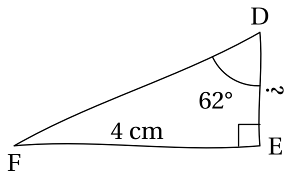
Exercice 1

Dans les deux cas ci-dessous, détermine la longueur demandée. *Les figures sont données à titre indicatif.*

①



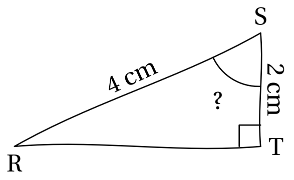
②



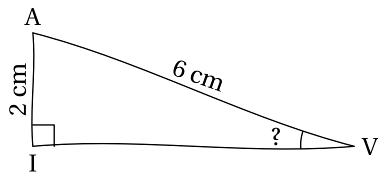
Exercice 2

Dans les deux cas ci-dessous, détermine l'angle demandé. *Les figures sont données à titre indicatif.*

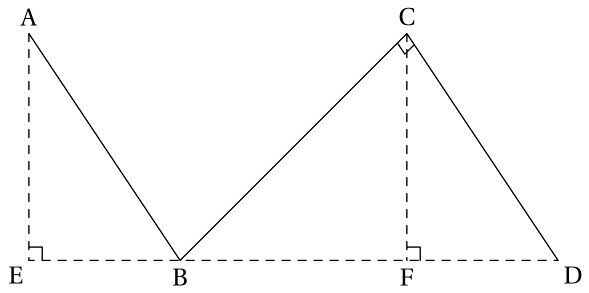
①



②



Enigme 1



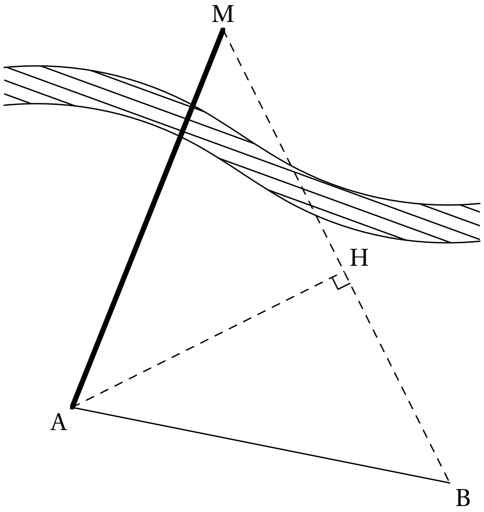
Une ligne de haute tension alimente deux transformateurs A et D en passant par B et C. Voici un plan vu de dessus de cette ligne où l'angle $\widehat{EAB}$ mesure 45° et l'angle $\widehat{EDC}$ mesure quant à lui 50°. Les distances AE et CF sont égales et mesurent 30 mètres.

1. Calcule une valeur approchée de la longueur du fil nécessaire.
2. Si la configuration du terrain le permettait, quelle économie de fil ferait-on en reliant directement A à D ?

Enigme 2

Au stade Bollaert, Éric Sikora, un ancien joueur emblématique du Racing Club de Lens, est venu distiller son expérience de tireur de coup-franc. Il positionne le ballon à la gauche du terrain, tout juste à l'angle de la surface de réparation : le ballon est donc placé à 16,5 m de la ligne de but ; à 23,3 m de l'un de ses poteaux de but et à 29 m de l'autre. Il va shooter à ras de terre. Quel est l'angle de tir (arrondi au degré) ?

Enigme 3



À l'aide de la figure ci-contre *qui n'est pas à l'échelle*, on cherche à déterminer la longueur AM du point M visible de A et B. À cause de la rivière, on a mesuré les informations suivantes : $AB = 250$ m ; $\widehat{MAB} = 65°$ et $\widehat{ABM} = 50°$. Détermine la longueur AM.

Calcul littéral

Objectif(s) :

- Je sais développer, factoriser et réduire des expressions algébriques simples.
- Je sais développer une expression du type $(a-b)(a+b)$.
- Je sais factoriser une expression du type a^2-b^2.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	**Réponse A**	**Réponse B**	**Réponse C**
1/ L'expression $5x-3-x$ est égale à…	$2x$	$5x-3$	$4x-3$
2/ Le produit de 4 par la somme de y et de 7 est…	$4(y+7)$	$4y+7$	$4+7y$
3/ Si $x=3$, l'expression x^2-4x+5 est égale à…	-1	2	4
4/ L'opposé de $7t-3$ est…	$7t+3$	$-7t-3$	$-7t+3$

Auto-correction.
1 - C / 2 - A / 3 - B / 4 - C

Je réactive mes connaissances

Développer : Définition

Développer une expression algébrique, c'est transformer un produit en une somme ou une différence.

Développer avec la simple distributivité

Pour tous nombres k, a et b :

$$k\,(a+b) = k\,a + k\,b$$

Exemple 1 Utiliser la simple distributivité

Développons les expressions A, B, C et D :

$$A = 2(x+7)$$
$$A = 2\times x + 2\times 7$$
$$A = 2x + 14$$

$$B = 13(5-y)$$
$$B = 13\,(5 + (-y))$$
$$B = 13\times 5 + 13\times(-y)$$
$$B = 65 - 13y$$

$$C = -3(x-5)$$
$$C = (-3)\times x + (-3)\times(-5)$$
$$C = (-3x) + 15$$

$$D = 4x(2+5x)$$
$$D = 4x\times 2 + 4x\times 5x$$
$$D = 8x + 20x^2$$

Coup de pouce :

$4x\times 5x = 4\times x\times 5\times x = 4\times 5\times x\times x = 20\times x^2 = 20x^2$

Développer avec la double distributivité

Pour tous nombres a, b, c et d :

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple 2 Utiliser la double distributivité

Développe les expressions A et B suivantes :

$$\begin{aligned}
A &= (3x+7)(x+4)\\
A &= 3x\times x + 3x\times 4 + 7\times x + 7\times 4\\
A &= 3x^2 + 12x + 7x + 28\\
A &= 3x^2 + 19x + 28
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= (14+y)(5-3y)\\
B &= (14+y)\left(5+(-3y)\right)\\
B &= 14\times 5 + 14\times(-3y) + y\times 5 + y\times(-3y)\\
B &= 70 - 42y + 5y - 3y^2\\
B &= -3y^2 - 37y + 70
\end{aligned}$$

Développer avec une égalité remarquable

Pour tous nombres relatifs a et b :

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

Exemple 3 Utiliser l'égalité remarquable $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Développe l'expression A suivante :

$$\begin{array}{ll}
A = (4x+3)(4x-3) & \\
A = (4x)^2 - 3^2 & \text{On utiliser l'identité remarquable } (a+b)(a-b) \text{ avec } a = 4x \text{ et } b = 3\\
A = 16x^2 - 9 & \text{On réduit l'expression}
\end{array}$$

Factoriser une expression algébrique

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en un produit.

Factoriser avec un facteur commun

Pour tous nombres k, a et b :

$$ka + kb = k(a+b) \qquad ka - kb = k(a-b)$$

Exemple 4 Utiliser un facteur commun pour factoriser

Factorise les expressions A et B suivantes :

$$\begin{aligned}
A &= 5t + 2{,}5t - 3{,}4t\\
A &= t\,(5 + 2{,}5 - 3{,}4)\\
A &= 4{,}1t
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= 15x - 35\\
B &= 5\times 3x - 5\times 7\\
B &= 5(3x-7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= 3(y-7) + (5y-9)(y-7)\\
C &= (y-7)\left(3 + (5y-9)\right)\\
C &= (y-7)(5y-6)
\end{aligned}$$

Factoriser avec une identité remarquable

Pour tous nombres relatifs a et b :

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Exemple 5 Utiliser l'égalité remarquable pour factoriser

Factorise les expressions A et B suivantes :

$$A = x^2 - 16 \qquad B = 49 - 36y^2$$
$$A = x^2 - 4^2 \qquad B = 7^2 - (6y)^2$$
$$A = (x-4)(x+4) \qquad B = (7-6y)(7+6y)$$

Je m'exerce

Exercice 1

Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 4(x+8)$$
$$B = -7(15-2y)$$
$$C = (y+5)(4+2y)$$
$$D = (3+x)2$$
$$E = (5t+7)(5t-7)$$

Exercice 2

Factorise les expressions suivantes :

$$A = 25y^2 + 4y$$
$$B = 9(2y+3) + (2y+3)(5-8y)$$
$$C = (t-2)(5+4t) + (6t-1)(t-2)$$
$$D = x^2 - 49$$
$$E = (x-3)^2 - 81$$

Exercice 3

Calcule astucieusement :

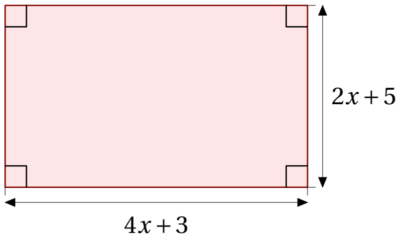
$$A = 17 \times 104$$
$$B = 1\,001 \times 36$$
$$C = 26 \times 99$$

Exercice 4

Calcule astucieusement :

$$A = 4,7 \times 2 + 4,7 \times 8$$
$$B = 75 \times 27 + 3 \times 75$$
$$C = 34 \times 121 - 34 \times 21$$

Exercice 5



1. Exprime en fonction de x, le périmètre de ce rectangle sous la forme d'une expression développée et réduite.
2. Exprime en fonction de x, l'aire de ce rectangle :
   (a) sous la forme d'une expression factorisée.
   (b) sous la forme d'une expression développée et réduite.

Exercice 6

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Ajouter 6
- Multiplier par 4
- Soustraire 24

1. (a) Si on choisit 4 comme nombre de départ, quel est le résultat obtenu ?
   (b) Reprends la question précédente avec les nombres 7 et -3.
2. Quelle conjecture peut-on écrire ?
3. Démontre cette conjecture.

Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 3x - 5 + 8(x - 11)$$
$$B = (4x + 3)(5 - 2x) + 3x^2 - 11$$
$$C = 7t^2 - (2x - 3)(2x + 3) + 4$$
$$D = 11(y + 7) - (4y + 5)(2 - 5y)$$

Enigme 2

Factorise les expressions suivantes :

$$A = 4t^2(t + 3) - 16t(2t - 9)$$
$$B = (t + 5)(6t - 2) - (3t + 7)(6t - 2)$$
$$C = (5y - 3)^2 - (4 + 8y)(5y - 3)$$
$$D = (4x - 7)^2 - (6 + 3x)^2$$

Enigme 3

Programme A	**Programme B**
– Choisir un nombre	– Choisir un nombre
– Soustraire 3 à ce nombre	– Ajouter 4 à ce nombre
– Multiplier le résultat par 8	– Calculer le carré du résultat obtenu
– Ajouter le carré du nombre de départ	– Soustraire 40 au résultat obtenu

1. (a) Quel est le résultat obtenu par chacun de ces programmes si le nombre choisi au départ est 7 ?
   (b) Reprends la question précédente avec les nombres -5 et 3,2.
2. Ces programmes donnent-ils toujours le même résultat quel que soit le nombre de départ ? Justifie.

Enigme 4

Deux nombres ont pour somme 42. Si on ajoute 5 à chacun d'eux, de combien augmente leur produit ?

Enigme 5

Démontre que la somme de trois nombres entiers consécutifs est un multiple de 3.

Enigme 6

Dans l'application Bubbl'X, il faut construire une expression cible à l'aide de développements, sommes, etc… appliqués à une liste d'expressions littérales données.
Trouve d'abord une solution (il n'y a pas de limite au nombres de combinaisons à effectuer), puis tente de le faire en un minimum de coups.
Sauras-tu battre le record de chaque défi ?

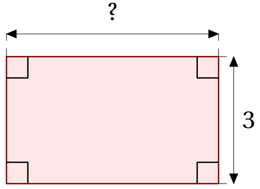
Équations

Objectif(s) :

- Je sais résoudre algébriquement différents types d'équations.
- Je sais résoudre des problèmes s'y ramenant.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ L'expression réduite de $8y-5+2y$ est…	$10y-5$	$5y$	$8y-5+2y$
2/ L'égalité $6x-1=4x$ est vraie pour…	$x=1$	$x=0{,}25$	$x=0{,}5$
3/ L'aire du rectangle ci-dessous est de 27 cm^2. Sa longueur mesure… 	9 cm	10,5 cm	4,5 cm
4/ Paul a trois ans de moins qu'Agnès. À eux deux, Ils ont 105 ans. L'âge d'Agnès est…	51 ans	47 ans	54 ans

Auto-correction.
1 - A / 2 - C / 3 - A / 4 - C

Je réactive mes connaissances

Définition

Une **équation** est une égalité dans laquelle intervient un nombre de valeur inconnue.
Ce nombre est souvent désigné par une lettre.

Exemple 1 On considère l'équation $4x-2=3x+7$

x est l'inconnue ; $4x-2$ est le membre de gauche ; $3x+7$ est le membre de droite.

Résoudre une équation

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre inconnu pour que l'égalité soit vraie.
Chacune de ces valeurs est appelée **solution de l'équation**.

Exemple 2 Savoir si un nombre est solution d'une équation

Est-ce que le nombre -2 est solution de l'équation $2x-1=7x+3$?
Testons la valeur $x=-2$:

$$\begin{array}{r c r}
2\times(-2)-1 & \qquad\qquad & 7\times(-2)+3 \\
-4-1 & & -14+3 \\
-5 & & -11
\end{array}$$

Comme $-5 \neq -11$, alors $x=-2$ n'est pas une solution de l'équation $2x-1=7x+3$.

Méthode de résolution d'une équation

Pour résoudre une équation, il faut « isoler » l'inconnue en utilisant les propriétés suivantes :

1. Une égalité est conservée lorsqu'on ajoute (ou on soustrait) un même nombre aux deux membres de cette égalité.
2. Une égalité est conservée lorsqu'on multiplie (ou on divise) par un même nombre non nul les deux membres de cette égalité.

Pour résoudre algébriquement une équation, on peut donc procéder en trois étapes :

1^{re} étape : On regroupe les variables.

2^e étape : On regroupe les constantes.

3^e étape : On cherche la valeur de $1x$.

Exemple 3 Premières résolutions d'équations

① Résoudre l'équation $x + 5 = 14$.

$$\begin{array}{rcll} x+5 &=& 14 & \\ -5 & & -5 & \text{On soustrait 5 à chaque membre.} \\ x &=& 9 & \end{array}$$

② Résoudre l'équation $x - 3{,}2 = 11$.

$$\begin{array}{rcll} x-3{,}2 &=& 11 & \\ +3{,}2 & & +3{,}2 & \text{On ajoute 3,2 à chaque membre.} \\ x &=& 14{,}2 & \end{array}$$

③ Résoudre l'équation $3y = 24$.

$$\begin{array}{rcll} 3y &=& 24 & \\ \div 3 & & \div 3 & \text{On divise chaque membre par 3.} \\ y &=& 8 & \end{array}$$

④ Résoudre l'équation $7x = -11$.

$$\begin{array}{rcll} 7x &=& -11 & \\ \div 7 & & \div 7 & \text{On divise chaque membre par 7.} \\ x &=& \dfrac{-11}{7} & \end{array}$$

⑤ Résoudre l'équation $2x + 4 = 31$.

$$\begin{array}{rcll} 2x+4 &=& 31 & \\ -4 & & -4 & \text{On soustrait 4 à chaque membre.} \\ 2x &=& 27 & \\ \div 2 & & \div 2 & \text{On divise chaque membre par 2.} \\ x &=& 13{,}5 & \end{array}$$

⑥ Résoudre l'équation $7t - 6 = 3t + 8$.

$$\begin{array}{rcll} 7t-6 &=& 3t+8 & \\ -3t & & -3t & \text{On soustrait } 3t \text{ à chaque membre.} \\ 4t-6 &=& 8 & \\ +6 & & +6 & \text{On ajoute 6 à chaque membre.} \\ 4t &=& 14 & \\ \div 4 & & \div 4 & \text{On divise chaque membre par 4.} \\ t &=& 3{,}5 & \end{array}$$

Équation produit

On appelle équation produit toute équation qui peut se mettre sous la forme $A \times B = 0$ (où A et B sont des expressions littérales).

Si un produit de facteurs est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.
Autrement dit : si $A \times B = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$.

La réciproque de cette propriété est vraie : « dans un produit, si un facteur est nul, alors le produit est nul. »

Exemple 4 Résoudre l'équation $(3x - 15)(2x + 6) = 0$

Si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul. On en déduit que :

$$\begin{array}{rcl c rcl} 3x-15 &=& 0 & \text{ou} & 2x+6 &=& 0 \\ +15 & & +15 & & -6 & & -6 \\ 3x &=& 15 & \text{ou} & 2x &=& -6 \\ \div 3 & & \div 3 & & \div 2 & & \div 2 \\ x &=& 5 & \text{ou} & x &=& -3 \end{array}$$

L'équation $(3x - 15)(2x + 6) = 0$ admet deux solutions : 5 et -3.

Je m'exerce

Exercice 1

Résous les équations suivantes :

a) $x + 7 = 13$

b) $y - 5 = -4$

c) $-3z = 4$

d) $\frac{x}{4} = -15$

e) $4y - 5 = 11$

f) $8z + 7 = 4z - 3$

Exercice 2

Résous les équations suivantes :

a) $(x+5)(2x+4) = 0$

b) $(2y+3)(-7y+9) = 0$

Exercice 3

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 6.
- Ajouter 9.

1. Si on choisit 7 comme nombre de départ, quel nombre obtient-on ?
2. Quel nombre doit-on choisir au départ si l'on veut obtenir 75 comme résultat ?
3. Quel nombre doit-on choisir au départ si l'on veut obtenir son triple comme résultat ?

Exercice 4

À sa première évaluation, Jean a eu 11,5 sur 20. Quelle note doit-il obtenir à sa prochaine évaluation pour que sa moyenne soit égale à 13 ?

Exercice 5

Emmy et Nathan saisissent sur leur calculatrice un même nombre et appliquent un programme de calcul différent. À la fin, ils obtiennent le même résultat.

Programme d'Emmy	**Programme de Nathan**
Choisir un nombre. Multiplier ce nombre par 7 Soustraire 5 au résultat	Choisir un nombre. Multiplier ce nombre par 4. Ajouter 10 à ce nombre.

Trouve le nombre qu'Emmy et Nathan avaient choisi comme nombre de départ.

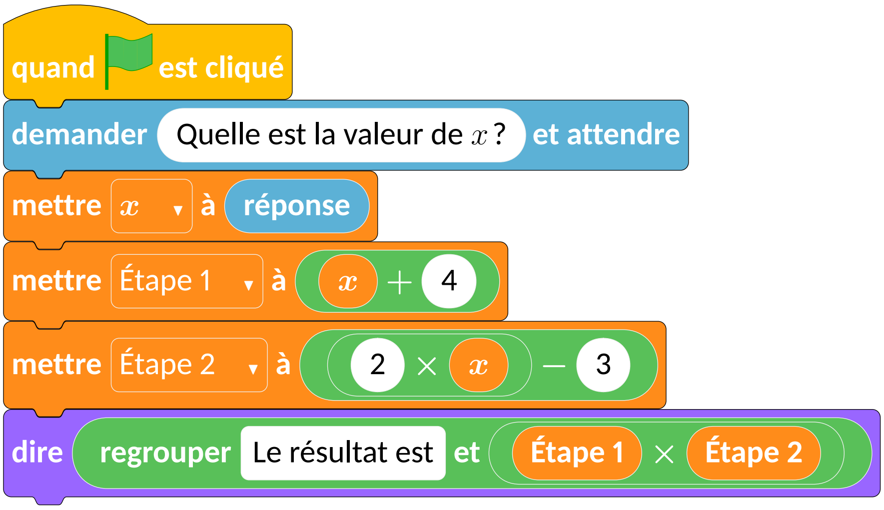
Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Avec son argent de poche, Théo peut s'acheter trois T-shirts et il lui restera 22 €.
Par contre, si il veut en acheter 9, il lui manquera 30 €.
Calcule le prix d'un T-shirt et le montant de son argent de poche.

Enigme 2

Laura a créé trois variables x, Étape 1, Étape 2, puis elle a réalisé le script ci-dessous :



```
quand ⚑ est cliqué
demander Quelle est la valeur de x ? et attendre
mettre x à réponse
mettre Étape 1 à x + 4
mettre Étape 2 à 2 × x − 3
dire regrouper Le résultat est et Étape 1 × Étape 2
```

1. Vérifie que si la valeur de x est 5 alors le résultat est 63.
2. Quel résultat obtient-on si la valeur de x est -3 ?
3. Parmi les expressions suivantes, recopie celle qui correspond au programme de calcul donné par le script.

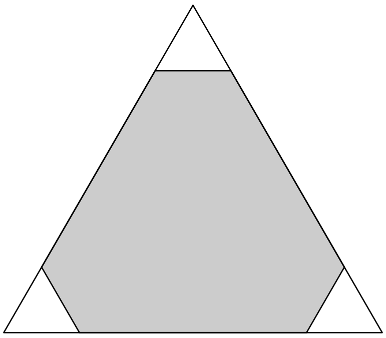
$$A = (x+4) \times (2x-3) \qquad B = x + 4 \times 2x - 3 \qquad C = x + 4 \times (2x-3)$$

4. Pour quelle(s) valeur(s) de x obtient-on un résultat égal à 0 ?

D'après DNB Nouvelle Calédonie, février 2020.

Enigme 3

Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm.
La somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone gris restant.
Quelle est la mesure du côté des petits triangles ?



D'après DNB Pondichéry, avril 2015.

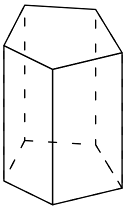
Grandeurs

Objectif(s) :

- Je sais calculer des grandeurs géométriques (longueurs , aires , volumes).
- Je sais convertir des unités.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	**Réponse A**	**Réponse B**	**Réponse C**
1/ L’unité adaptée pour calculer la superficie d’un pays est…	m^2	km	km^2
2/ Ce solide est… 	un pavé droit	un prisme droit	une pyramide
3/ Une valeur approchée du nombre π est…	3,14	3,17	3,24
4/ Lorsque $t = 2$, la valeur de l’expression $3t^2 + 5$ est…	11	17	27

Auto-correction.
1 - C / 2 - B / 3 - A / 4 - B

Je réactive mes connaissances

Tableau de conversions

×10 ×10 ×10 ×10 ×10 ×10

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

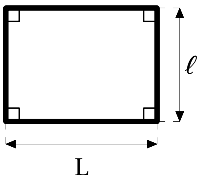
÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10

Le périmètre d’une figure est la longueur de son contour.

PÉRIMÈTRE

Formules

Rectangle

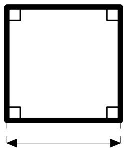


$P = 2 \times L + 2 \times \ell$

ou

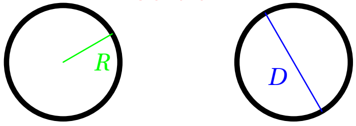
$P = (L + \ell) \times 2$

Carré



$P = 4 \times c$

Cercle



$P = 2 \times \pi \times R$ ou $P = \pi \times D$

AIRE

L'aire d'une figure est la mesure de l'intérieur (surface) de cette figure.

Tableau de conversions

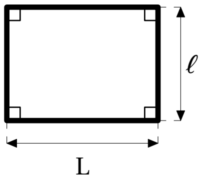
×100 ×100 ×100 ×100 ×100 ×100

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2

÷100 ÷100 ÷100 ÷100 ÷100 ÷100

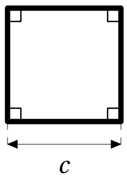
Formules

Rectangle



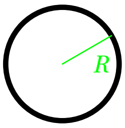
$\mathcal{A} = L \times \ell$

Carré



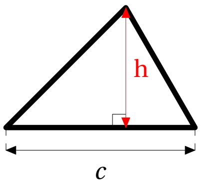
$\mathcal{A} = c \times c$

Disque



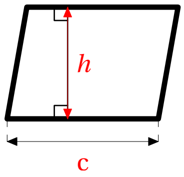
$\mathcal{A} = \pi \times R^2$

Triangle



$\mathcal{A} = \dfrac{c \times h}{2}$

Parallélogramme



$\mathcal{A} = c \times h$

VOLUME

Tableau de conversions

×1 000 ×1 000 ×1 000 ×1 000 ×1 000 ×1 000

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3

÷1 000 ÷1 000 ÷1 000 ÷1 000 ÷1 000 ÷1 000

$1\ \text{dm}^3 = 1\ \text{L}$

Tableau de conversions

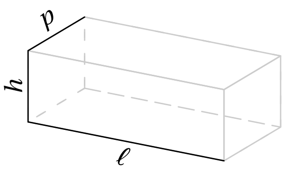
×10 ×10 ×10 ×10 ×10 ×10

kL	hL	daL	L	dL	cL	mL

÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10

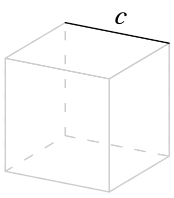
Formules

Pavé droit



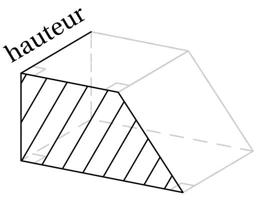
$\mathcal{V} = \ell \times h \times p$

Cube



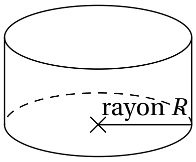
$\mathcal{V} = c \times c \times c$

Prisme droit



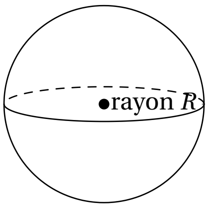
$\mathcal{V}$ = Aire de la base×hauteur

Cylindre de révolution



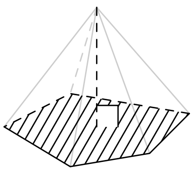
$\mathcal{V} = \pi \times R^2 \times h$

Boule



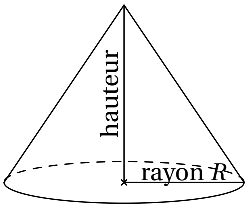
$\mathcal{V} = \dfrac{4\pi \times R^3}{3}$

Pyramide



$\mathcal{V} = \dfrac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

Cône de révolution

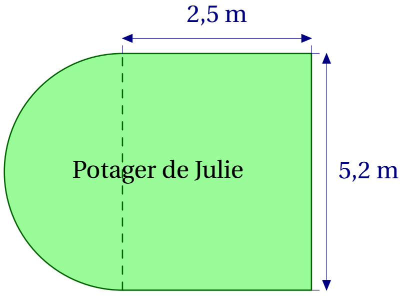


$\mathcal{V} = \dfrac{\pi \times R^2 \times h}{3}$

Je m'exerce

Exercice 1

Julie possède un terrain rectangulaire de 38 m par 25 m sur lequel elle a fait construire une maison de plain-pied d'une superficie de 147 m^2 ainsi qu'un potager.

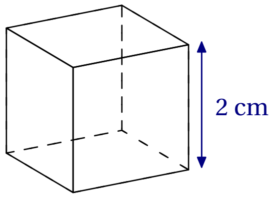


1. Quelle superficie de pelouse reste-t-il à tondre ? On arrondira le résultat au dixième.
2. Julie souhaite clôturer son potager. Calcule la longueur de grillage à acheter.

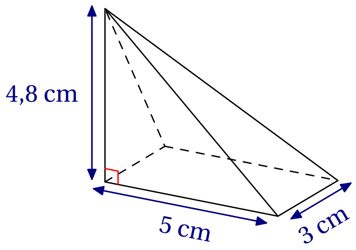
Exercice 2

Calcule le volume des solides suivants :

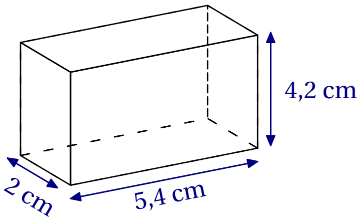
(a)



(b)



(c)



Exercice 3

On considère un cône de révolution dont le disque de base a pour rayon 5 dm et pour hauteur 12 dm.

1. Calcule la valeur exacte du volume de ce cône de révolution.
2. Donne l'arrondi de ce volume au cm^3 près.

Exercice 4

Complète :

1. (a) 4,5 km = ... cm
   (b) 458 cm = 4,58 ....
2. (a) 0,42 m^2 = ... cm^2
   (b) 63,5 dam^2 = 6 350 ....
3. (a) 13,4 dm^3 = ... dam^3
   (b) 0, 78 hm^3 = 780 000 ....
4. (a) 2 578 cL = ... dm^3
   (b) 41,75 dm^3 = 417,5 ....

Exercice 5

La gélule est une forme médicamenteuse utilisée quand le médicament qu'elle contient a une odeur forte ou un goût désagréable que l'on souhaite cacher.
On trouve des gélules de différents calibres. Ces calibres sont numérotés de « 000 » à « 5 ». Le tableau suivant donne la longueur de ces différents calibres de gélule :

Calibre de la gélule	000	00	0	1	2	3	4	5
Longueur L de la gélule (en mm)	26,1	23,3	21,7	19,4	18,0	15,9	14,3	11,1

Source : « Technical Reference File 1st edition CAPSUGEL - Gélules Coni-Snap

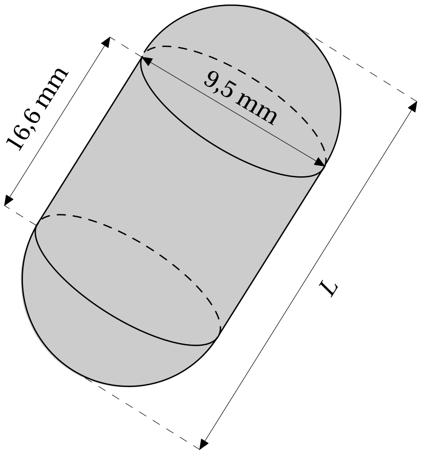
On dispose d'une gélule constituée :

— d'une partie cylindrique d'une hauteur de 16,6 mm ;

— et de deux demi-sphères identiques de diamètre 9,5 mm

comme l'indique le croquis ci-contre. *Il n'est pas en vraie grandeur.*

1. À quel calibre correspond cette gélule ?
2. Calcule le volume arrondi au mm^3 de cette gélule.

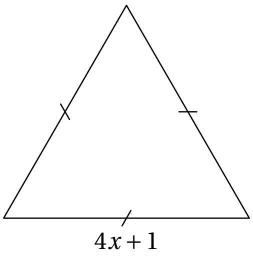


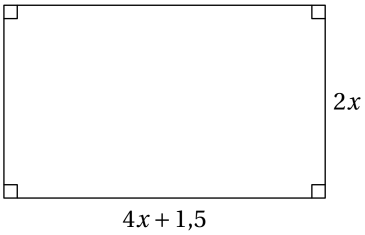
D'après DNB Centres étrangers 2015

Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Toutes les longueurs sont exprimées en centimètre. On considère les deux figures ci-dessous, un triangle équilatéral et un rectangle, où x représente un nombre positif quelconque.





1. Construis le triangle équilatéral pour $x = 2$.
2. (a) Démontre que le périmètre du rectangle en fonction de x peut s'écrire $12x + 3$
   (b) Pour quelle valeur de x le périmètre du rectangle est-il égal à 18 cm ?
3. Est-il vrai que les deux figures ont le même périmètre pour toutes les valeurs de x ? Justifie.

D'après DNB Centres étrangers 2019

Enigme 2

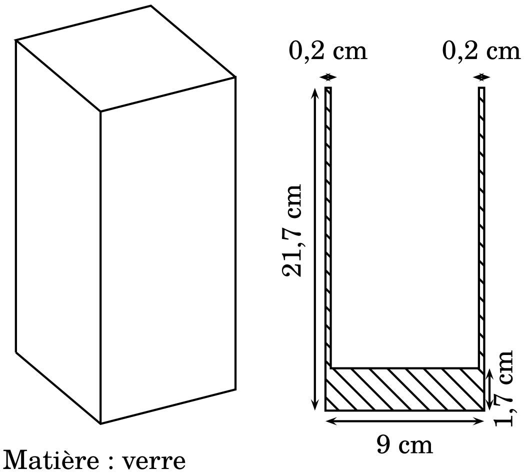
Parmi tous les rectangles ayant pour périmètre 48 cm, lequel est celui qui a la plus grande aire ?

Enigme 3

Antoine crée des objets de décoration avec des vases, des billes et de l'eau colorée.

Pour sa nouvelle création, il décide d'utiliser :
- le vase ayant les caractéristiques ci-contre ;
- des billes en verre, en forme de boule de 1,8 cm de diamètre.

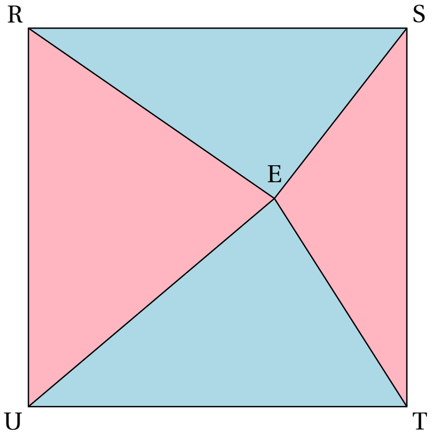
Il met 150 billes dans le vase. Peut-il ajouter un litre d'eau colorée sans risquer le débordement ?



Matière : verre
Forme : pavé droit
Dimensions extérieures : 9 cm × 9 cm × 21,7 cm
Épaisseur des bords : 0,2 cm
Épaisseur du fond : 1,7 cm

D'après DNB Antilles-Guyane 2016

Enigme 4



RSTU est un carré.
On place un point E à l'intérieur de ce carré.
Compare l'aire des triangles roses par rapport à celle des triangles bleus.

Grandeurs composées

Objectif(s) :

- Je sais mener des calculs mettant en jeu des grandeurs composées.
- Je sais effectuer des conversions d'unités.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ 2 h 18 min est équivalent à…	2,3 h	2,18 h	3,8 h
2/ 5,8 m^3 est équivalent à…	58 dm^3	58 000 cm^3	0,005 8 dam^3
3/ 1 500 mL est équivalent à…	15 m^3	1,5 dm^3	15 dm^3
4/ 4 200 cm^2 est équivalent à…	42 m^2	4,2 dm^2	42 dm^2

Auto-correction.
1 - A / 2 - C / 3 - B / 4 - C

Je réactive mes connaissances

Définitions

Une grandeur composée est une grandeur issue du produit ou du quotient d'autres grandeurs :

- on parle de grandeur produit quand elle résulte de la multiplication de deux grandeurs ;
- on parle de grandeur quotient quand elle résulte de la division de deux grandeurs.

L'unité d'une grandeur composée est le produit ou le quotient des unités de chaque grandeur

Exemple 1 Premières grandeur produit et grandeur quotient

L'aire d'un rectangle est une grandeur produit car c'est le produit de deux longueurs. Une unité d'aire peut être le m^2 car m × m = m^2.
La masse volumique est une grandeur quotient car c'est le quotient de la masse d'un élément par son volume. L'unité d'une masse volumique peut être le g/cm^3, si la masse est exprimée en g et le volume en cm^3.

Conversions

Pour convertir des grandeurs composées, on convertit les unités simples avant d'effectuer le produit ou le quotient du résultat.

Exemple 2 Conversion avec une grandeur produit

L'énergie E est une grandeur produit obtenue par la formule $E = P \times t$, où P correspond à la puissance et t au temps.
On souhaite convertir 2,5 kW.h en W.s.
2,5 kW = 2 500 W et 1 h = 3 600 s.
Donc 2,5 kW.h = $2\,500 \times 3\,600 W.s$ = 9 000 000 W.s

Exemple 3 Conversion avec une grandeur quotient

On souhaite convertir 45 km/h en m/s.
45 km = 45 000 m et 1 h = 3 600 s.

Donc 45 km/h = $\dfrac{45\,000}{3\,600}$ = 12,5 m/s.

Je m'exerce

Exercice 1

Un conducteur met 1 s avant de commencer à freiner quand il voit un obstacle. Quelle distance parcourt-il pendant cette durée s'il roule à 80 km/h ?

Exercice 2

Le 21 mai 2007, le TGV Est a battu le record de vitesse sur rail en atteignant 574,8 km/h.

1. Exprime cette vitesse en m/s. On donnera l'arrondi à l'unité.
2. Le précédent record de 143,14 m/s avait été établi par le TGV Atlantique le 18 mai 1990. Exprime cette vitesse en km/h.

Exercice 3

Une feuille d'or de surface d'aire 10 cm^2 a une masse de 12 mg.

1. Quelle est la masse surfacique, en milligrammes par centimètre carré, de cette feuille d'or ?
2. Convertis cette grandeur en grammes par mètre carré.

Exercice 4

La vitesse d'essorage d'un lave-linge est 600 tr/min (le tambour effectue 600 tours par minute).

1. Exprime cette vitesse en tr/s.
2. Un essorage dure 3 min 30 s. Calcule le nombre de tours effectués par le tambour.
3. Le tambour a effectué 3 360 tours pendant un essorage. Calcule, en minutes et secondes, la durée de cet essorage.

Exercice 5

Les pommes de douche classiques ont un débit de 15 L/min.
Les pommes de douche à débit réduit ont un débit de 6 L/min.
La famille FONTAINE est composée de 4 personnes qui prennent chacune une douche de 3 min en moyenne chaque jour.
Quelle économie pourrait-elle faire par an si elle changeait la pomme de douche classique par une pomme à débit réduit sachant qu'un m^3 revient 3 euros ?

Je cherche, je raisonne

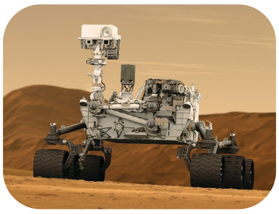
Enigme 1

Un haltère en acier est composé d'un cylindre de hauteur 0,25 m dont la base est un disque de diamètre 3 cm, sur lequel sont soudées deux boules. On sait que l'une des boules a un diamètre de 1,2 dm et l'autre a une masse de 6 kg.
Sachant que la masse volumique de l'acier constituant cet haltère est de 7,8 g/cm^3, peut-on dire que cet haltère est équilibré ?

Enigme 2

Lancé le 26 novembre 2011, le rover Curiosity de la NASA est chargé d'analyser la planète Mars, appelée aussi planète Rouge.
Il a atterri sur la planète Rouge le 6 août 2012, parcourant ainsi une distance d'environ 560 millions de km en 255 jours.

1. Quelle a été la durée en heures du vol ?
2. Calcule la vitesse moyenne du rover en km/h. Arrondis à la centaine près.



3. Via le satellite Mars Odyssey, des images prises et envoyées par le rover ont été retransmises au centre de la NASA.
   Les premières images ont été émises de Mars à 7 h 48 min le 6 août 2012.
   La distance parcourue par le signal a été de 248×10^6 km à une vitesse moyenne de 300 000 km/s environ (vitesse de la lumière).
   À quelle heure ces premières images sont-elles parvenues au centre de la NASA ? (On donnera l'arrondi à la minute près.)

D'après DNB Pondichéry 2013

Enigme 3

Mathilde et Eva se trouvent à la Baie des Citrons.
Elles observent un bateau de croisière quitter le port de Nouméa. Mathilde pense qu'il navigue à une vitesse de 20 noeuds. Eva estime qu'il navigue plutôt à 10 noeuds. Elles décident alors de déterminer cette vitesse mathématiquement.

Sur son téléphone, Mathilde utilise d'abord la fonction chronomètre. Elle déclenche le chronomètre quand l'avant du navire passe au niveau d'un cocotier et l'arrête quand l'arrière du navire passe au niveau du même cocotier ; il s'écoule 40 secondes. Ensuite, Eva recherche sur Internet les caractéristiques du bateau. Voici ce qu'elle a trouvé :

– Caractéristiques techniques –

Longueur : 246 m
Largeur : 32 m
Calaison : 6 m
Mise en service : 1990
Nombre maximum de passagers : 1 596
Membres d'équipage : 677

Qui, de Mathilde ou Eva, a raison ?
Rappel : Le « nœud » est une unité de vitesse. Naviguer à 1 nœud signifie parcourir 0,5 mètre en 1 seconde.

D'après DNB Nouvelle Calédonie 2014

Je me teste

Active le lien `https://link.dgpad.net/EV1i` ou le QR-code :

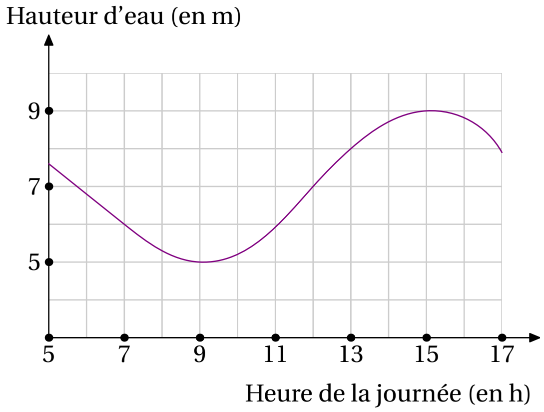
Notion de fonction

Objectif(s) :

- J'utilise les notations et le vocabulaire fonctionnels (fonction, image, antécédent).
- Je sais passer d'un mode de représentation d'une fonction à un autre.
- Je sais déterminer, à partir des différents modes de représentation, l'image d'un nombre.
- Je sais déterminer un antécédent à partir d'une représentation graphique ou d'un tableau de valeurs d'une fonction.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

<table>
<tr><th>Question</th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1/ En remplaçant x par -3 dans l'expression $2 - 3x^2$, on obtient …</td><td>-25</td><td>-16</td><td>29</td></tr>
<tr><td>2/ Hugo va au cinéma, il achète 5 places au prix de x euros l'une, 3 euros de popcorn et 4 euros de boissons. L'expression qui donne le montant total de ses dépenses est…</td><td>$12x$</td><td>$12 + x$</td><td>$5x + 7$</td></tr>
<tr><td>3/ Dans le tableau suivant, quelle est la hauteur d'eau à 6 h ?
<table>
<tr><td>Heure de la journée (en h)</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td><td>11</td><td>13</td><td>15</td><td>17</td></tr>
<tr><td>Hauteur d'eau (en m)</td><td>7,5</td><td>6</td><td>5</td><td>6</td><td>8</td><td>9</td><td>8</td></tr>
</table></td><td>7</td><td>7,5</td><td>11</td></tr>
<tr><td>On considère la représentation graphique ci-contre :</td><td colspan="3">
</td></tr>
<tr><td>4/ La représentation graphique ci-dessus nous donne :</td><td>La hauteur d'eau en fonction de l'heure</td><td>L'heure en fonction de la hauteur d'eau</td><td>Les deux</td></tr>
<tr><td>5/ Quelle est l'ordonnée du point de la représentation graphique ci-dessus dont l'abscisse est 7 ?</td><td>5,75</td><td>6</td><td>12</td></tr>
<tr><td>6/ Quelle est l'abscisse du point de la représentation graphique ci-dessus dont l'ordonnée est 8 ?</td><td>5</td><td>5,25</td><td>13</td></tr>
</table>

Auto-correction.

1 - A / 2 - C / 3 - B / 4 - A / 5 - B / 6 - C

Je réactive mes connaissances

FONCTION

Fonction déterminée par son expression algébrique.

Pour calculer l'image d'un nombre par une fonction, on remplace x par ce nombre dans l'expression algébrique de la fonction.

La fonction $g : x \mapsto x^2 - 4$

Calculons l'image de 3 par cette fonction :

$$g(3) = 3^2 - 4 = 9 - 4 = 5$$

On peut modéliser une situation par une fonction. Par exemple, le programme de calcul suivant qu'on modélise par une fonction g :

- Choisir un nombre
- L'élever au carré
- Soustraire 4 au résultat

Lorsque, pour tout x, on définit une fonction g, on dit que :

- $g(x)$ est *l'image de x par la fonction g* ;
- x est *un antécédent de $g(x)$ par la fonction g*.

Fonction déterminée par un tableau

Voici le tableau de valeurs de la fonction g :

x	–1	0	1	2
$g(x)$	–3	–4	–3	0

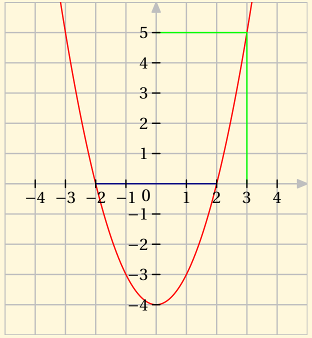
Par lecture de ce tableau, on sait que :

- **l'image de 0 par la fonction g est** -4 ;
- -3 **a deux antécédents par la fonction g :** 1 **et** -1.

Fonction déterminée par une représentation graphique

Sur la représentation graphique de la fonction g, les images $g(x)$ se lisent sur l'axe des ordonnées et leurs antécédents x sur l'axe des abscisses.

Voici la représentation graphique de la fonction g :



À partir de cette représentation graphique, on peut lire une valeur approchée :

- de l'image de 3 qui est 5 ;
- des antécédents de 0 qui sont −2 et 2.

Remarque : Par une fonction, l'image d'un nombre est unique, alors qu'un nombre peut avoir plusieurs antécédents.

Je m'exerce

Exercice 1

On sait que : $f(4) = 9$ et $f(-3) = -7$.

1. Traduis chacune des égalités par une phrase contenant le mot « image ».
2. Traduis chacune des égalités par une phrase contenant le mot « antécédent ».
3. Traduis par une égalité :
    - (a) L'image de 2 par la fonction g est -5.
    - (b) -8 est l'image de 12 par la fonction h.
    - (c) L'antécédent de 4 par la fonction k est -8.
    - (d) -2 a pour antécédent 8 par la fonction w.

Exercice 2

Soit la fonction $j : x \mapsto x^2 + 2$.

1. Complète :

    (a) $j(x) =$

    (b) $j(2) =$

    (c) $j(-4) =$

2. Calcule l'image de 10.
3. Calcule l'image de -5.

Exercice 3

Voici le tableau de valeurs de la fonction h :

x	-7	-4	-1	5	6	10
$h(x)$	-4	10	12	7	5	-4

1. Complète :

    (a) $h(-1) =$

    (b) $h(\ ) = 5$

2. Quelle est l'image de -7 ?
3. Quelle est l'image de -1 ?
4. Quels sont les antécédents de -4 ?

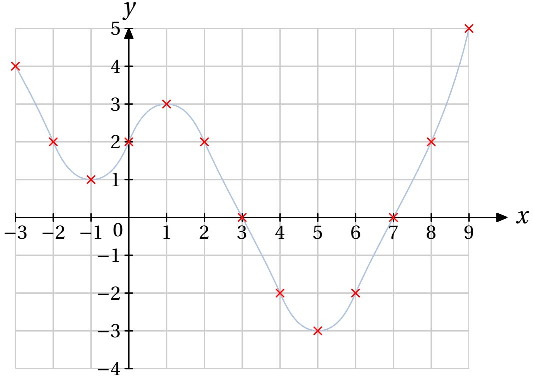
Exercice 4

Soit la fonction $g : x \mapsto 2x^2 - 3$.
Complète le tableau suivant :

x	-3	-1	4	10
$g(x)$				

Exercice 5

Ci-dessous est représentée graphiquement une fonction h pour x compris entre -3 et 9 :



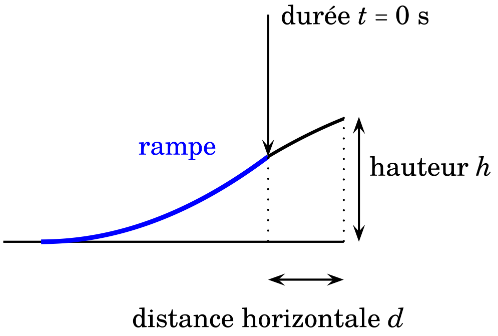
Par lecture graphique, détermine :

1. L'image du nombre 9 par la fonction h ;
2. $h(-1)$;
3. Les antécédents par h du nombre 0 ;
4. L'image par h du nombre -3 ;
5. Les antécédents par h du nombre -2 ;
6. Les antécédents par h du nombre 2.

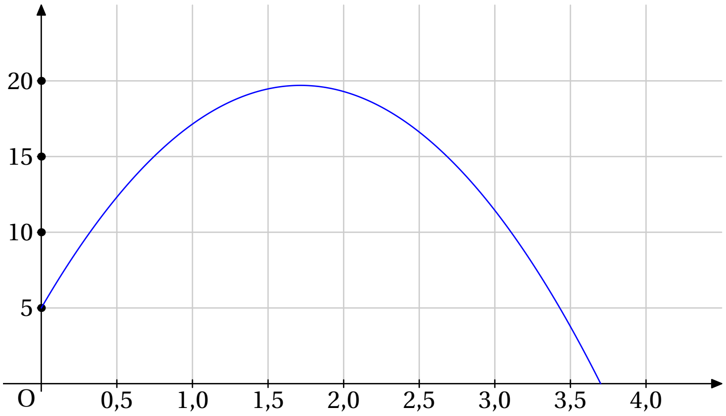
Enigme 1

Lors d'une course en moto-cross, après avoir franchi une rampe, Gaëtan a effectué un saut record en moto. Le saut commence dès que Gaëtan quitte la rampe.
On note t la durée (en secondes) de ce saut. La hauteur (en mètres) est déterminée en fonction de la durée t par la fonction h suivante :

$$h : t \mapsto (-5t - 1{,}35)(t - 3{,}7)$$



Voici la courbe représentative de cette fonction h :



Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifie en utilisant soit le graphique soit des calculs.

1. En développant et en réduisant l'expression de h, on obtient

$$h(t) = -5t^2 - 19{,}85t + 4{,}995$$

2. Lorsqu'il quitte la rampe, Gaëtan est à 3,8 m de hauteur.
3. Le saut de Gaëtan dure moins de 4 secondes.
4. Le nombre 3,5 est un antécédent du nombre 3,77 par la fonction h.
5. Gaetan a obtenu la hauteur maximale avant 1,5 seconde.

D'après DNB Pondichéry 2016

Enigme 2

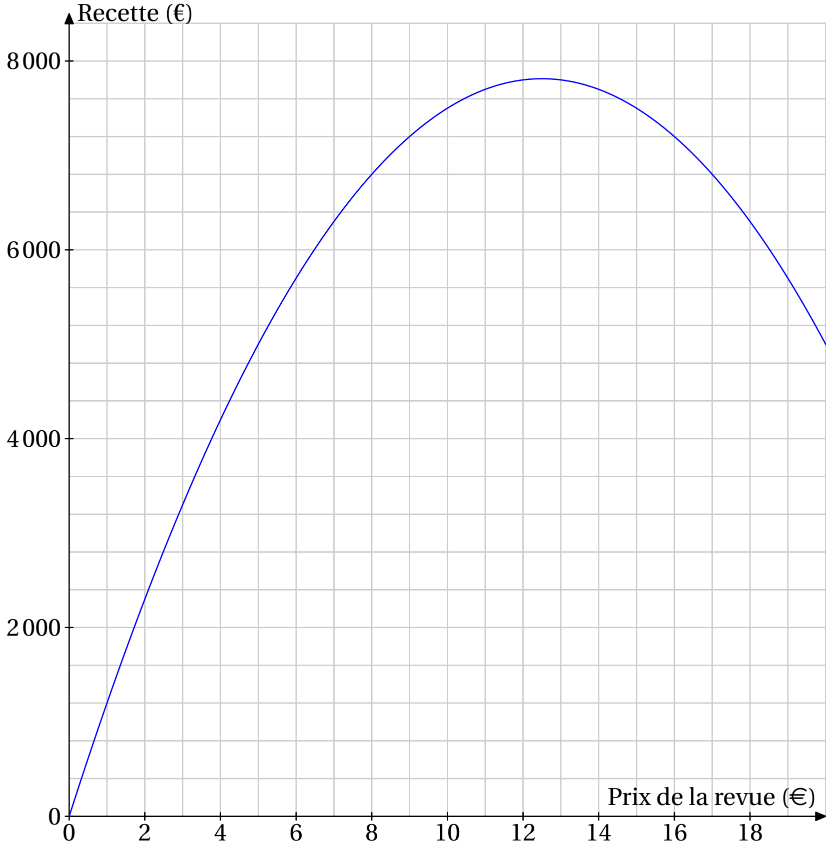
Le nombre d'abonnés à une revue dépend du prix de la revue. Pour un prix x compris entre 0 et 20 €, le nombre d'abonnés est donné par la fonction A telle que : $A(x) = -50x + 1\,250$.

La recette, c'est-à-dire le montant perçu par l'éditeur de cette revue, est donnée par la fonction R telle que : $R(x) = -50x^2 + 1\,250x$.

Représentation graphique de la fonction A

1. Le nombre d'abonnés est-il proportionnel au prix de la revue ? Justifie.
2. Vérifie, par le calcul, que $A(10) = 750$ et interprète concrètement ce résultat.
3. Détermine graphiquement pour quel prix la recette de l'éditeur est maximale.
4. Détermine graphiquement les antécédents de 6 800 par R.
5. Lorsque la revue coûte 5 euros, détermine le nombre d'abonnés et la recette.

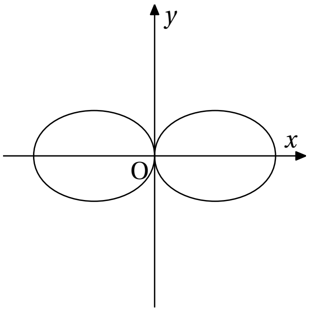
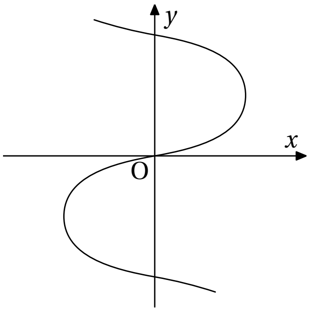
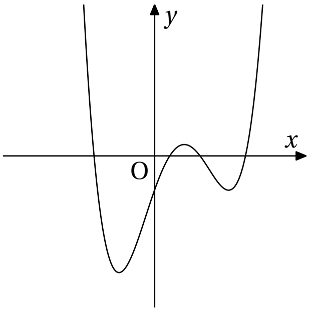
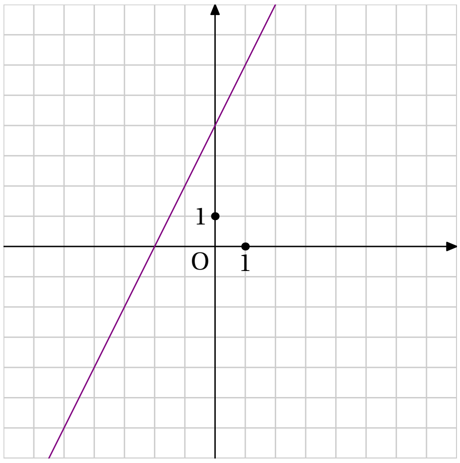
Représentation graphique de la fonction R



D'après DNB Centres étrangers 2013

Je me teste

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

<table>
<tr><th>Question</th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1/ La représentation graphique d’une fonction peut être…</td><td> </td><td> </td><td> </td></tr>
<tr><td>2/ Si $f(2) = 4$ alors on peut dire que…</td><td>4 est l’antécédent de 2 par la fonction f</td><td>2 a pour antécédent 4 par la fonction f</td><td>4 est l’image de 2 par la fonction f</td></tr>
<tr><td colspan="4">On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-contre :
 </td></tr>
<tr><td>3/ Quelle est l’image de -1 par la fonction f représentée ci-dessus ?</td><td>2</td><td>6</td><td>$-2{,}5$</td></tr>
<tr><td>4/ Quel est le nombre dont l’image est 6 sur cette même représentation graphique ?</td><td>-5</td><td>1</td><td>16</td></tr>
<tr><td colspan="4">Voici le tableau de valeurs d’une fonction g :
<table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-1</td><td>4</td><td>-1</td><td>2</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>5/ Dans le tableau précédent, donne l’image par la fonction g de -1</td><td>-2</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>6/ Dans ce tableau, donne un antécédent par la fonction g de 2</td><td>-1</td><td>4</td><td>-2</td></tr>
</table>

Tu pourras aussi te tester en cliquant sur ce lien ou en activant ce QR-code :

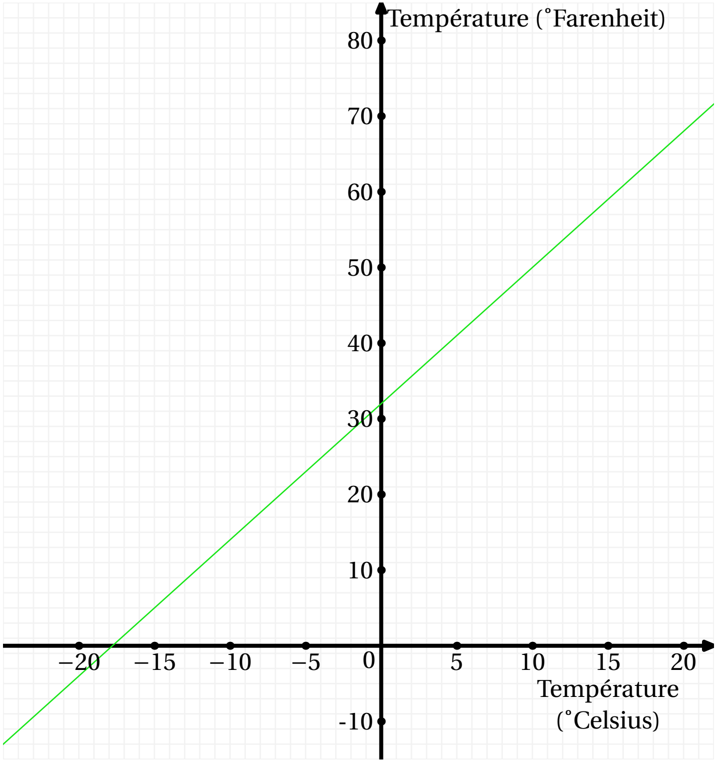
Fonctions affines

Objectif(s) :

- Je sais passer d'un mode de représentation d'une fonction à une autre.
- Je sais représenter graphiquement une fonction linéaire, une fonction affine.
- Je sais faire le lien entre situation de proportionnalité et fonction linéaire.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ La température en degré Farenheit est-elle proportionnelle à la température en degré Celsius ? 	Oui	Non	On ne peut pas le savoir
2/ Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 3$. L'image de 3 par la fonction f est…	12	9	3
3/ Une plante mesure 3 cm et pousse de 1,5 cm par semaine. L'expression de sa taille t en fonction du nombre n de semaines écoulées est $t(n) = \ldots$	$3n + 1{,}5$	$1{,}5n + 3$	$4{,}5n$

Auto-correction.

1 - B / 2 - A / 3 - B

Je réactive mes connaissances

Fonction Affine

Expression algébrique
de la forme $x \mapsto mx + p$ avec m et p deux nombres.

Si x représente la distance parcourue, le prix $f(x)$ est donné par
$$f(x) = 2x + 3$$

Exemple de situation pouvant être modélisée par une fonction affine :
Une course en taxi coûte 3 € pour la prise en charge et 2 € pour chaque kilomètre parcouru.

Calculer l'image d'un nombre
On remplace x par le nombre.

Trouver un antécédent
On cherche la valeur de x en résolvant une équation.

L'image de 4 par la fonction f est 11 car
$$f(4) = 2 \times 4 + 3 = 11$$

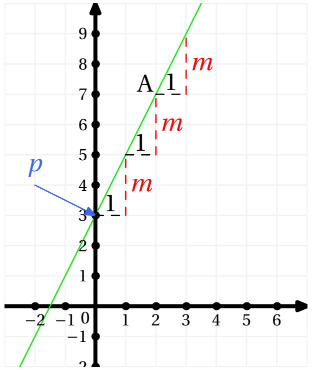
Un antécédent de 17 par la fonction f est 7 car
$$\begin{aligned} f(x) &= 17 \\ 2x + 3 &= 17 \\ 2x &= 14 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Représenter une fonction affine - Tableau de valeurs

x	2	4	7	0
$f(x)$	7	11	17	3

Les points $A(2;7)$ et $B(7;17)$ appartiennent à la représentation graphique de la fonction f.

La **représentation graphique** est une droite.



p est l'ordonnée à l'origine.
m s'appelle le coefficient directeur de la droite.

Cas particuliers

Si $m = 0$, on a alors $x \mapsto p$, la fonction est constante.
Elle modélise une situation ne dépendant pas de x.
Sa représentation graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses.

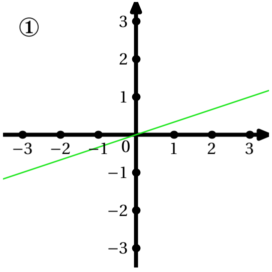
Si $p = 0$, on a alors $x \mapsto mx$, la fonction est linéaire.
Elle modélise une situation de proportionnalité.
La représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

Je m'exerce

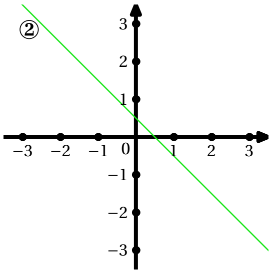
Exercice 1

Parmi les représentations graphiques, quelles sont celles qui peuvent représenter une fonction affine? Justifie.

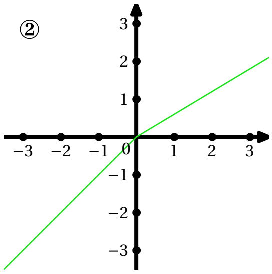
①



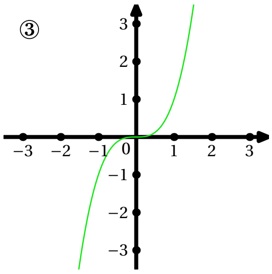
②



②



③



Exercice 2

1. Entoure les expressions algébriques des fonctions affines.

$f(x) = 4x - 5$ $\quad g(x) = 3x$ $\quad h(x) = \dfrac{x}{2} + 3$

$i(x) = 8$ $\quad j(x) = x^2 - 3 - (5x - x^2)$ $\quad k(x) = 4x^2 + 1$

2. Parmi celles-ci, laquelle est une fonction linéaire?

Exercice 3

Sandrine marche à une vitesse constante de 5 km/h. On note $d(t)$ la distance parcourue (en kilomètre) pendant la durée t (en h).

1. Complète le tableau suivant :

Durée t (en h)	1	0,5	1,5	
Distance $d(t)$ (en km)				25

2. Que signifie concrètement $d(4) = 20$?
3. Exprime $d(t)$ en fonction de t.
4. d est-elle une fonction linéaire? Explique.

Exercice 4

Parmi les situations suivantes, lesquelles sont modélisées par une fonction affine? Justifie.

1. À une station-service, on s'intéresse au prix à payer (en euros) en fonction de la quantité (en litres) d'essence achetée.
2. On s'intéresse à l'aire d'un disque en fonction de son rayon.
3. Un jeune lutteur de sumo a décidé de faire un régime particulièrement riche en protéines pour prendre rapidement du poids. Au début du régime, il pesait 90 kg, il a ensuite pris 6 kg chaque mois. On s'intéresse à son poids en fonction du nombre de mois écoulés.
4. Une association caritative vend des porte-clés pour collecter des fonds. Elle les vend à 5 € le porte-clés auquel s'ajoute 3 € de frais de port.

Exercice 5

On considère la fonction f définie par $f(x) = -4x$ et la fonction g définie par $g(x) = 3x + 2$.

1. Calcule $f(-2)$ et l'image par g de -3.
2. Quel est l'antécédent de 12 par f et l'antécédent de -5 par g?
3. Trace les deux fonctions dans un repère orthonormé.

Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Cindy termine ses études. Elle postule pour un emploi de commerciale dans différentes entreprises et reçoit trois réponses positives.

Société A : on lui propose un salaire mensuel fixe de 1 300 € auquel il faut ajouter 10 % du montant de ses ventes.

Société B : on lui propose un salaire égal à 30 % du montant de ses ventes.

Société C : on lui propose un salaire fixé à 1 700 €.

Aide Cindy à faire un choix entre les trois sociétés.

Enigme 2

CRYPTOGRAPHIE
Le chiffre affine est une variante du chiffre de César permettant de crypter des messages.
On commence par remplacer chaque lettre par son ordre dans l'alphabet, auquel, pour des raisons techniques, on enlève 1 : A devient 0, B devient 1,... Z devient 25.
On choisit ensuite deux nombres entiers a et b qui sont la clé de chiffrement. Le nombre x est alors codé par $f(x) = ax + b$.
Ce nombre n'étant pas forcément compris entre 0 et 25, on prend son reste r dans la division par 26. Et ce nombre r est à son tour remplacé par la lettre qui lui correspond.

1. Code le message suivant à l'aide de la fonction affine $f(x) = 3x + 2$: « le trésor est caché ».
2. Grégory et Wilson sont des jumeaux qui ont l'habitude de communiquer par message codés. Ils utilisent la fonction suivante : $f(x) = 3x + 7$.
   Complète le tableau de chiffrage suivant :

Lettre à coder	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x)$	7							31					
r	7							5					
Lettre codée	H							F					

Lettre à coder	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
x	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$f(x)$			52										
r			0										
Lettre codée			A										

3. Grégory a envoyé le message suivant : KGHSX AXPG MH GTPJJFMT. Décode ce message.
4. Wilson désire lui dire « merci ». Que doit-il écrire ?

Je me teste

Active le lien `https://link.dgpad.net/FMFR` ou le QR-code :

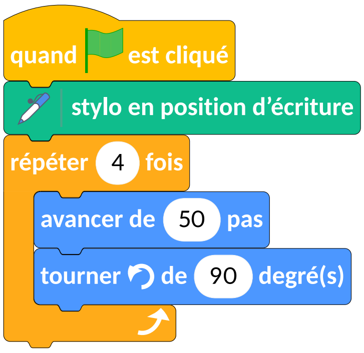
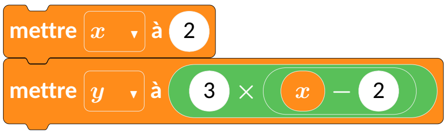
Algorithmique

Objectif(s) :

- Je sais comprendre la structure générale d'un algorithme.
- Je sais écrire, mettre au point, exécuter un programme.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Dans le mot ADA, si je remplace A par ADA, j'obtiens…	ADA	ADAADAADA	ADADADA
2/ Avec l'algorithme ci-dessous, le lutin trace… 	un rectangle	un triangle	un carré
3/ Avec l'algorithme ci-dessous, la variable y vaut… 	0	2	

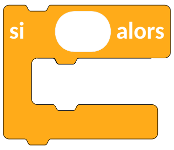
Auto-correction.
1 - C / 2 - C / 3 - A

Je réactive mes connaissances

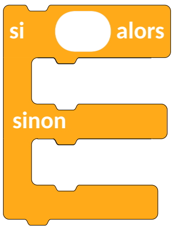
Les conditions ou tests

Pour atteindre un objectif, il faut remplir des conditions. Elles se notent sous la forme :

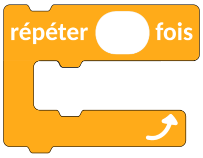
```
si condition alors
    Faire cela
fin
```



```
si condition alors
    Faire cela
sinon
    Faire ceci
fin
```

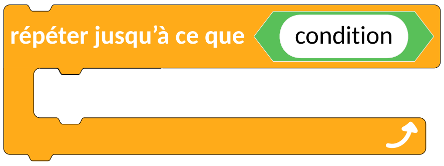


Les boucles



Pour répéter une (ou plusieurs) action(s) un certain nombre de fois.

Pour répéter une (ou plusieurs) action(s) « en continu ».



Pour répéter une (ou plusieurs) action(s) et s'arrêter lorsque la « condition » est vérifiée.

Je m'exerce

Exercice 1

Il existe des chansons très célèbres basées sur la répétition d'un seul et même texte…
Votre professeur, ayant constaté cela, souhaite créer une chanson dédiée aux mathématiques. Comment modifier l'algorithme ci-contre, en changeant *un seul* caractère, pour qu'on entende 80 fois « J'aime les maths » ?

```
Répéter 8 fois :
    Dire « j'aime les maths »
    Répéter 4 fois :
        Dire « j'aime les maths »
    fin Répéter
fin Répéter
```

Exercice 2

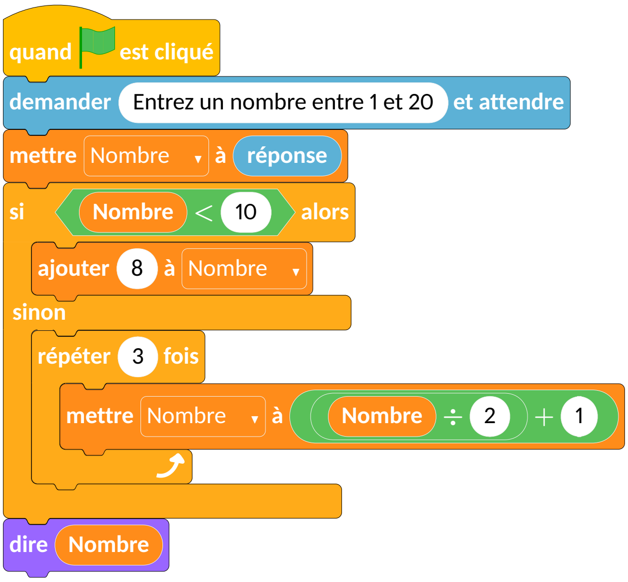
En énumérant la liste des nombres entiers :
- on remplace les multiples de 3 par le mot « FER » ;
- on remplace les multiples de 7 par le mot « MAT » ;
- on remplace les multiples de 3 et 7 par le mot « FERMAT ».

Par exemple : 1 - 2 - FER - 4 - 5 - FER - MAT - … - 19 - 20 - FERMAT - …

1. Jusqu'à quel nombre peux-tu aller ?
2. Propose une version Scratch de ce jeu.

D'après une énigme du Rallye IREM de Lille

Exercice 3



```
quand ⚑ est cliqué
demander (Entrez un nombre entre 1 et 20) et attendre
mettre Nombre à (réponse)
si <(Nombre) < (10)> alors
    ajouter (8) à Nombre
sinon
    répéter (3) fois
        mettre Nombre à (((Nombre) ÷ (2)) + (1))
dire (Nombre)
```

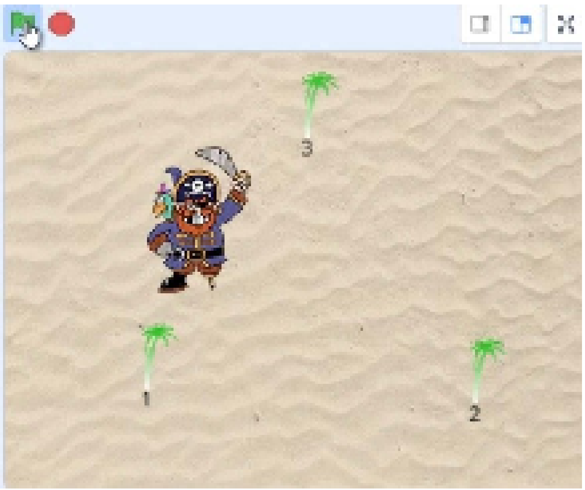
Un lutin a été programmé avec le script ci-contre.
Quel est le résultat de ce programme si l'utilisateur entre le nombre 7 ? le nombre 12 ? le nombre 10 ?

Un projet

Jack le pirate a enterré son trésor dans une zone triangulaire délimitée par 3 palmiers. Malheureusement pour lui, il a perdu la carte qui était censée lui permettre de le retrouver !

C'est pourquoi il décide de chercher un peu au hasard, tout en suivant un étrange algorithme, comme illustrée dans la vidéo ci-dessous :

Vidéo

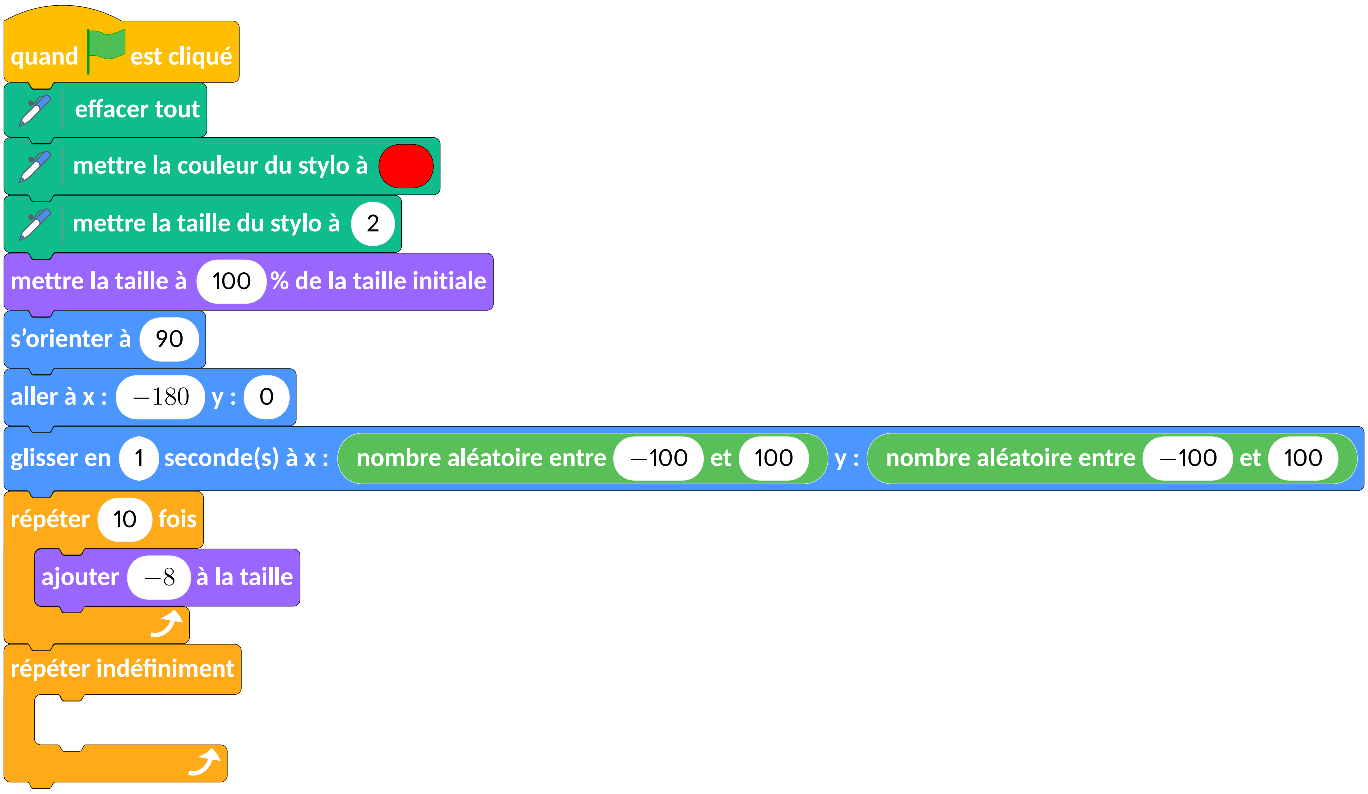


Pour retrouver son trésor, il se place d'abord n'importe où dans le triangle.
Il lance ensuite un dé équilibré dont les six faces sont numérotées de 1 à 6.

- S'il obtient 1 ou 2, il se tourne vers le palmier n° 1, se dirige vers lui et s'arrête à mi-parcours. Il creuse alors à cet endroit.
- S'il obtient 3 ou 4, il se tourne vers le palmier n° 2 et fait la même chose.
- Enfin, s'il obtient 5 ou 6, il fait une nouvelle fois la même chose mais cette fois avec le palmier n° 3.

Il continue ainsi jusqu'à retrouver son trésor, en espérant que cette méthode soit suffisamment aléatoire pour lui assurer de creuser à peu près partout.
Penses-tu qu'avec cette méthode il creusera de façon uniforme dans tout le triangle ?

On va modéliser cette situation à l'aide d'un programme Scratch dans lequel chaque emplacement creusé sera marqué par un point rouge. Voici le début du script qui contrôle le pirate. Il est accessible en ligne en suivant ce lien ou à l'aide du QR-Code ci-contre.

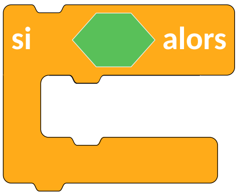


```
quand 🏁 est cliqué
effacer tout
mettre la couleur du stylo à 🟥
mettre la taille du stylo à 2
mettre la taille à 100 % de la taille initiale
s'orienter à 90
aller à x : −180 y : 0
glisser en 1 seconde(s) à x : nombre aléatoire entre −100 et 100 y : nombre aléatoire entre −100 et 100
répéter 10 fois
    ajouter −8 à la taille
répéter indéfiniment
```

1. Le début de ce script n'est qu'une introduction qui amène le pirate dans la scène. Mais en comprends-tu le fonctionnement ? Pour le vérifier, réponds à ces questions :
   (a) Est-il possible que le pirate débute sa recherche à la position de coordonnées $(50; 120)$?
   (b) Quelle est la taille du lutin Pirate quand il débute sa recherche ?
2. À présent, il faut que tu programmes la recherche du trésor dans la boucle « infinie ».

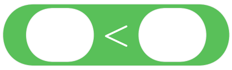
   Pour cela, il va falloir créer une variable « Dé » qui indiquera la direction à suivre en fonction de sa valeur.

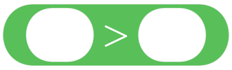
   Il va donc falloir utiliser des instructions conditionnelles (appelés aussi « Tests ») pour déterminer vers quel palmier le pirate va se diriger.



   De plus, tu auras certainement besoin (entre autres) des blocs suivants :

   Pour lancer le dé et tester sa valeur :

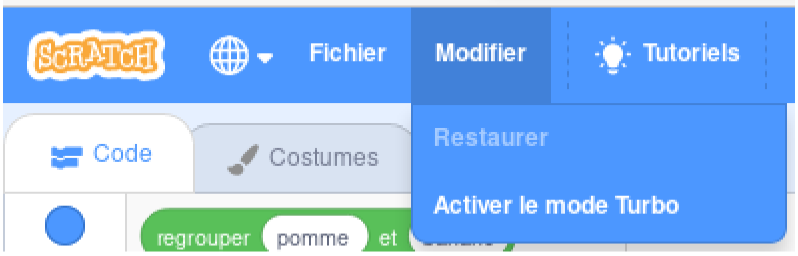




   Pour déplacer le lutin Pirate :

   Pour marquer un emplacement :

3. Exécute ton programme. Tu peux accélérer la recherche en passant en « mode Turbo ». Le pirate a-t-il creusé partout dans le triangle ?



Le savais-tu ? La figure que dessine point par point le pirate est appelé « Triangle de Sierpinski ». Elle fait partie de la famille des fractales, figures qui se construisent de façon algorithmique à partir d'un motif qui se répète à l'infini.
Tu peux en apprendre plus ici ou là ou encore à l'aide du QR-code :

Compléments sur les pourcentages

Objectif(s) :

- Je sais calculer un pourcentage.
- Je sais appliquer un pourcentage.
- Je sais traduire une augmentation ou une diminution.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ 40 % est représenté par la fraction…	$\frac{40}{100}$	0,04	4
2/ La fraction $\frac{1}{20}$ représente un pourcentage égal à…	20 %	5 %	50 %
3/ 8 % de 1 200 € est égal à…	96	150	80

Auto-correction.
1 - A / 2 - B / 3 - A

Je réactive mes connaissances

Pourcentage - Fraction de dénominateur 100

Un pourcentage peut traduire :

- une proportion qui s'exprime sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal :

$$17\ \% = \frac{17}{100} = 0{,}17$$

- une augmentation ;
- une diminution.

Exemple 1 Différentes écritures

On a les égalités suivantes :

$$0{,}45 = 0{,}45 \times 100\ \% = 45\ \% = \frac{45}{100} \qquad 7\ \% = \frac{7}{100} = 0{,}07$$

Calculer un pourcentage

Le calcul d'un pourcentage est un problème d'égalité de proportions.
Comme

$$\frac{12}{30} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100}$$

alors la proportion $\frac{12}{30}$ se traduit par 40 %.

Exemple 2 Quel est le pourcentage de filles dans une classe ?

Dans une classe de 15 élèves, il y a 9 filles.
La proportion des filles est donnée par : $\frac{9}{15} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{60}{100}$.
Il y a donc 60 % de filles au sein de la classe.

Appliquer un pourcentage

Prendre $t\%$ d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Exemple 3 Les spectateurs d'un Tour de France

En 2019, 12 millions de spectateurs ont assisté au Tour de France cycliste. 20 % étaient étrangers.
20 % de 12, c'est $\frac{20}{100} \times 12 = 2{,}4$. Il y avait 2,4 millions de spectateurs étrangers en 2019 sur les routes du Tour de France.

Exemple 4 Filles externes

Dans une classe de 30 élèves, la proportion de filles est de $\frac{2}{3}$; la proportion des externes chez les filles est de 60 %. On va déterminer la proportion de filles externes dans l'ensemble de la classe.
La proportion de filles dans cette classe est $\frac{2}{3}$. Comme

$$\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$$

alors il y a 20 filles dans la classe.
La proportion de filles externes *chez les filles de cette classe* est 60 %. Comme

$$\frac{60}{100} = \frac{12}{20}$$

alors il y a 12 filles externes *parmi les filles de cette classe*.
Par conséquent, sur l'ensemble de la classe, les filles externes représentent

$$\frac{12}{30} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100} = 40\ \%$$

des élèves de la classe.

Augmentation et diminution

Augmenter une valeur de t % revient à la multiplier par $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$.

Diminuer une valeur de t % revient à la multiplier par $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$.

Exemple 5 Augmentation en %

Le prix d'une paire de basket est de 49 €. Il augmente de 8 %. Son nouveau prix est égal à :

$$\left(1 + \frac{8}{100}\right) \times 49 = 1{,}08 \times 49 = 52{,}25\ €$$

Exemple 6 Diminution en %

Le prix d'un T-Shirt est de 21 €. Il diminue de 12 %. Son nouveau prix est égal à :

$$\left(1 - \frac{12}{100}\right) \times 21 = 0{,}88 \times 21 = 18{,}48\ €$$

Exemple 7 Évolution d'un chiffre d'affaire

Le chiffre d'affaire d'une entreprise est passé de 8 500 € à 10 400 € entre 2015 et 2019. Calcule le taux d'évolution de ce chiffre d'affaire en %.
La valeur de départ est 8 500 € ; la valeur finale est 10 400 €. Il s'agit donc d'une augmentation.
Cherchons le nombre qui multiplié par 8 500 donne 10 400 :

$$\begin{aligned} 8\,500 \times ? &= 10\,400 \\ ? &= \frac{10\,400}{8\,500} \\ ? &\approx 1{,}224 \end{aligned}$$

Comme $1{,}224 = 1 + 0{,}224 = 1 + \frac{22{,}4}{100}$, alors le chiffre d'affaire a évolué d'environ 22,4 %.

Je m'exerce

Exercice 1

Regroupe les nombres qui représentent la même proportion :

- $\dfrac{100}{100}$
- 0,01
- 10 %
- $\dfrac{25}{100}$
- 1 %
- $\dfrac{5}{100}$
- $\dfrac{10}{100}$
- $\dfrac{1}{100}$
- 0,1
- $\dfrac{1}{4}$
- 0,75
- $\dfrac{1}{10}$
- $\dfrac{1}{2}$
- 0,5
- 50 %
- 100 %
- 75 %
- 25 %
- $\dfrac{1}{20}$
- $\dfrac{50}{100}$
- 1
- $\dfrac{75}{100}$
- 0,25
- 0,05
- 5 %
- $\dfrac{3}{4}$

Exercice 2

Parmi les 125 élèves de 3^e d'un collège, 80 vont dans le lycée de leur secteur. Donne, en pourcentage, la proportion d'élèves allant dans le lycée de leur secteur.

Exercice 3

Lors d'un sondage auprès de 200 personnes, 14 % disent ne pas partir en vacances. Combien de personnes ne partent pas en vacances ?

Exercice 4

Complète les phrases comme dans les exemples suivants :

Augmenter de 4 %, c'est multiplier par $\left(1+\dfrac{4}{100}\right)=1,04$.

Diminuer de 3 %, c'est multiplier par $\left(1-\dfrac{3}{100}\right)=0,97$

a) Augmenter de 32 %, c'est multiplier par ....

b) Augmenter de $7,8$ %, c'est multiplier par ....

c) Diminuer de 25 %, c'est multiplier par ....

d) Diminuer de $8,6$ %, c'est multiplier par ....

Exercice 5

Le nombre journalier de clients d'un restaurateur était de 95 et il a augmenté de 9 %. À combien s'élève désormais ce nombre de clients ?

Exercice 6

Un pantalon coûtant 70 € est soldé à 20 %. Quel est son prix final ?

Exercice 7

Dans une boulangerie, 25 viennoiseries ont été confectionnées. 40 % d'entre elles sont des croissants et 20 % des croissants sont fourrés aux amandes. Détermine la proportion de croissants fourrés aux amandes parmi toutes les viennoiseries.

Exercice 8

Entoure la bonne réponse :

1. Sachant que dans un village, il y a 500 habitants et que 200 d'entre eux sont des femmes, quelle est la proportion de femmes dans ce village ?

   a. 4 % b. $\frac{2}{5}$ c. 40 % d. 20 %

2. Lorsqu'on diminue 1 200 de 5 %, quel est le résultat ?

   a. 1 140 b. 1 260 c. 60 d. 1 199,95

3. Après une augmentation de 15 %, un article coûte 207 €. Quel était son prix avant augmentation ?

   a. 238,05 € b. 175,95 € c. 180 € d. 192 €

4. Dans une entreprise, 70 % des employés possèdent une voiture et $\frac{1}{4}$ de ces voitures sont blanches. Quel est le pourcentage d'employés possédant une voiture blanche ?

   a. 28 % b. 17,5 % c. 35,7 % d. 25 %

Exercice 9

1. Après une augmentation de 10 %, le prix d'un article est de 63,80 €. Détermine le prix avant augmentation.
2. Après une baisse de 20 %, la population d'une ville est de 384 000 habitants. Détermine le nombre d'habitants avant la baisse.

Exercice 10

Lors d'une fête du cinéma, une place d'entrée de cinéma habituellement vendue 8 € est vendue 5 €. Quel est le pourcentage de réduction ?

Je cherche, je raisonne

Enigme 1

Mathilde a acheté un pantalon le 6 janvier lors de la première semaine des soldes. Elle a eu une réduction de 30 % sur le prix initial. Elle a payé 60,20 €.

1. Combien coûtait le pantalon avant les soldes ?
2. La semaine suivante, le même magasin baisse ses prix de 10 % supplémentaires (par rapport au prix soldé). Léa va acheter le même pantalon que Mathilde. Combien va-t-elle payer ?
3. Léa affirme qu'elle a obtenu une réduction de 40 % par rapport au prix initial. A t-elle raison ?

Enigme 2

Dis si l'affirmation suivante est vraie ou fausse, en justifiant :

> « Augmenter un prix de 20 % puis effectuer une remise de 20 % sur ce nouveau prix
> revient à redonner à l'article son prix initial. »

Enigme 3

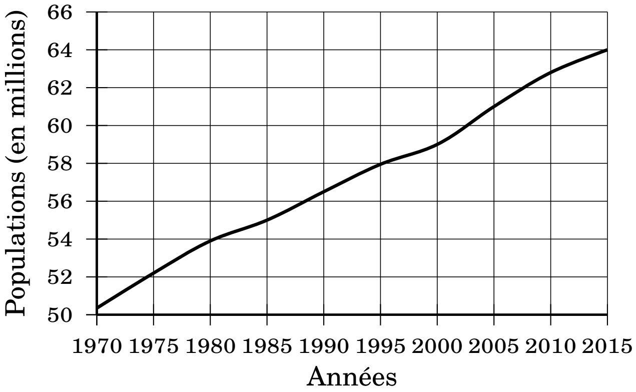
Les données et les questions de cet exercice concernent la France métropolitaine.

Document 1

En 2015, environ 4,7 % de la population française souffrait d'allergies alimentaires.
En 2010, les personnes concernées par des allergies alimentaires étaient deux fois moins nombreuses qu'en 2015.
En 1970, seulement 1 % de la population était concernée.

Source : Agence nationale de la sécurité sanitaire de l'alimentation, de l'environnement et du travail.

Document 2



1. Déterminee une estimation du nombre de personnes, à 100 000 près, qui souffraient d'allergies alimentaires en France en 2010.
2. Est-il vrai qu'en 2015, il y avait environ 6 fois plus de personnes concernées qu'en 1970 ?

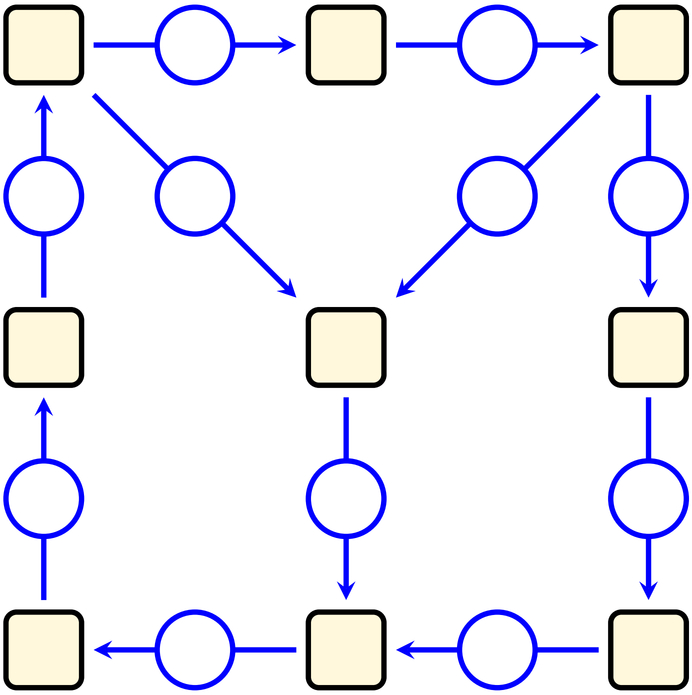
D'après DNB Amérique du Nord 2017

Je me teste

Active le lien `https://link.dgpad.net/gQc2` ou encore flashe le QR-code suivant :

Détente

Complète ces différentes boucles en plaçant les nombres proposés et les opérations à effectuer aux bons emplacements.



Nombres à placer

−30 −12 −10 −9

−8

−6 −3 3 5

Opérations à utiliser

−4 +1 +2 +9 ×(−6)

×(−3) ×10 ÷(−2) ÷3 ÷4

÷5

Le pavé droit *ABCDEFGH* a été dessiné dans trois positions différentes. Termine les représentations inachevées.