

# Probabilités discrètes

## Terminale Spé-Math

### Rappel sur les probabilités et variables aléatoires

$$P(\emptyset) = 0 ; \quad 0 \leq P(A) \leq 1 ; \quad P(\Omega) = 1 ; \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A) ; \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{Espérance : } E(X) = \sum_{i=1}^n x_i P(X = x_i) ; \quad \text{Variance : } V(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 P(X = x_i) ; \quad \text{Écart-type : } \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

### Loi de Bernoulli

Expérience qui n'a que deux issues possibles : « succès » de probabilité  $p$  et « échec » de probabilité  $1 - p$

Notation :  $\mathcal{B}(p)$

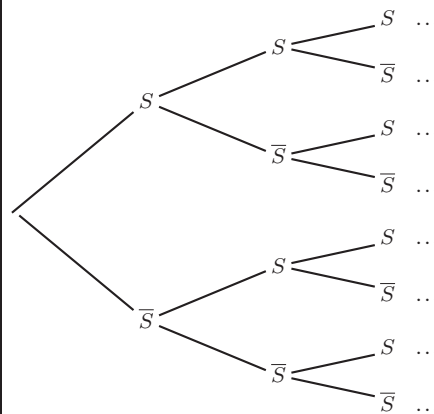
$$P(X = 1) = p \text{ et } P(X = 0) = 1 - p$$

$$E(X) = p$$

$$V(X) = p(1 - p)$$

$$\sigma(X) = \sqrt{p(1 - p)}$$

### Arbre pondéré de la loi binomiale



### Loi binomiale

Répétition de  $n$  épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes.  $X$  est égale au nombre de succès.

Notation :  $\mathcal{B}(n; p)$  ;  $q = 1 - p$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times q^{n-k}$$

$$E(X) = np$$

$$V(X) = npq$$

$$\sigma(X) = \sqrt{npq}$$

### Probabilités conditionnelles

Probabilité conditionnelle de l'évènement  $B$  sachant que l'évènement  $A$  est réalisé :  $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$  avec  $P(A) \neq 0$

$$\text{Cas d'équiprobabilité sur } \Omega : P_A(B) = \frac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(A)}$$

$$\text{Probabilités composées : } P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = P(B) \times P_B(A)$$

Probabilités totales avec  $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  formant une partition de  $\Omega$  :

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B)$$

$$P(B) = P(A_1)P_{A_1}(B) + P(A_2)P_{A_2}(B) + \dots + P(A_n)P_{A_n}(B)$$

### Indépendance de deux événements

$A$  et  $B$  indépendants

$$\iff P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$\iff P_A(B) = P(B)$$

$$\iff P_B(A) = P(A)$$

$A$  et  $B$  indépendants

$$\iff \bar{A} \text{ et } B \text{ indépendants}$$

$$\iff A \text{ et } \bar{B} \text{ indépendants}$$

$$\iff \bar{A} \text{ et } \bar{B} \text{ indépendants}$$

### Arbre de probabilité

