DS 2 - mardi 13 décembre 2022 - sujet A

Durée : 1h50 Calculatrice est autorisée

Nom : .... Prénom : ....

TOTAL sur 20	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4
	/ 6,5	/8	/4	/ 1,5

Exercice 1. 6,5 points

Un supermarché dispose d'un stock de pommes. On sait que 40 % des pommes proviennent d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B.

Il a été constaté que 85 % des pommes provenant du fournisseur A sont commercialisables. La proportion de pommes commercialisables est de 95% pour le fournisseur B.

Le responsable des achats prend au hasard une pomme dans le stock. On considère les évènements suivants :

- A : « La pomme provient du fournisseur A »
- B : « La pomme provient du fournisseur B »
- C : « La pomme est commercialisable »

Partie A

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
2. Montrer que la probabilité que la pomme ne soit pas commercialisable est 0,09.
3. La pomme choisie est non commercialisable. Le responsable des achats estime qu'il y a deux fois plus de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B. A-t-il raison ?

Pour la partie B, on suppose que la proportion de pommes non commercialisables est p=0,09.

Partie B

On prend au hasard 25 pommes dans le stock. Le stock est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

On arrondira les résultat à 0,001.

1. Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de pommes commercialisables. Déterminer la loi de probablité de X dans cette situation.
2. Quelle est la probabilité que les 25 pommes soient toutes commercialisables ?
3. Quelle est la probabilité qu'au moins trois quarts des pommes soient commercialisables ?
4. Quelle est la moyenne de pommes commercialisables sur les 25 pommes ?

Exercice 2. 8 points

On considère les fonctions h et f définie sur $[0;+\infty[$ par : $h(x)=x-\dfrac{1}{6}x^2$ et $f(x)=\ln(3x+1)$.
On note P la courbe représentative de h et $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère.

1. Étudier les variations de la fonction h sur $[0;+\infty[$.
2. (a) Étudier les variations de la fonction f sur $[0;+\infty[$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente $\mathscr{T}_0$ à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.
3. On se propose d'étudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à P. Pour cela on considère la fonction ψ, définie sur $[0;+\infty[$ par $\psi(x)=f(x)-h(x)$.
   (a) Calculer la dérivée ψ' de ψ. En déduire le sens des variation de ψ.
   (b) Calculer $\psi(0)$. Déterminer enfin le signe de ψ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

   On pourrait également démontrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ est en dessous de sa tangente $\mathscr{T}_0$.
4. (a) Déterminer une primitive H de la fonction h sur $[0;+\infty[$.
   (b) Montrer que la fonction F définie sur $[0;+\infty[$ par $\mathrm{F}(x)=\left(x+\dfrac{1}{3}\right)\ln(3x+1)-\left(x+\dfrac{1}{3}\right)$ est une primitive de la fonction f.
   (c) La suite du problème se fera au moins de mars, il vous faudra encore un peu de patience !

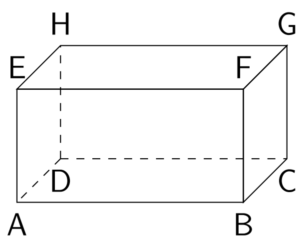
Exercice 3. 4 points

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $\begin{cases} u_1=0,5 \\ \forall n\in\mathbb{N}^*, u_{n+1}=0,6\ u_n+0,24 \end{cases}$

1. Montrer par récurrence que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=0,6-\ 0,1\times 0,6^{n-1}$.
2. Que peut-on dire sur la convergence de la suite (u_n). Justifier.

Exercice 4. 1,5 points

On considère le parallélépipède ABCDEFGH



• Compléter par la lettre voulue
$\overrightarrow{\mathrm{CE}}=\overrightarrow{\mathrm{CF}}+\overrightarrow{\mathrm{C\ldots}}$

• Déterminer le vecteur suivant, c'est-à-dire simplifiez l'expression afin d'obtenir un seul vecteur.
$\overrightarrow{\mathrm{CD}}+\overrightarrow{\mathrm{HF}}+\overrightarrow{\mathrm{BF}}=$ ....