BAC BLANC

FEVRIER 2015

<u>Exercice 1</u> **(6 points)**

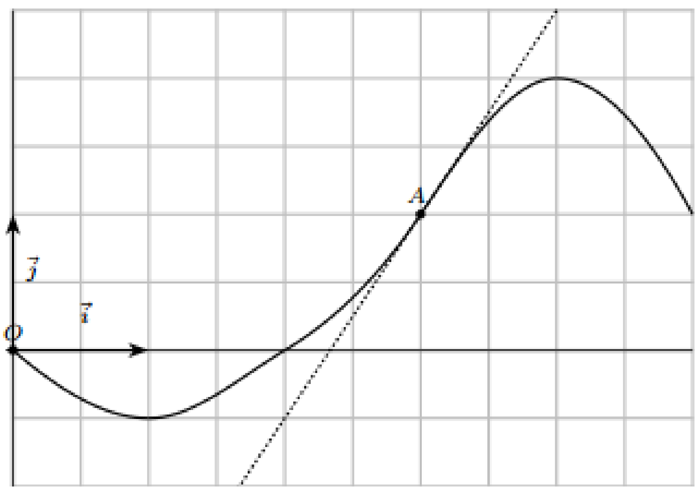
Commun à tous les candidats

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

La courbe C_f (en traits pleins) ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0;\ 5]$.

La droite T (en pointillés) est la tangente à C_f au point $A(3; 1)$.

La fonction F est définie et dérivable sur $[0; 5]$, de dérivée f. Elle vérifie $F(2) = 0$. On note C_F sa courbe représentative dans un repère orthonormé.



Répondre en justifiant chaque réponse :

(a) Donner $f(1)$.

(b) Résoudre $f(x) = 1$.

(c) Résoudre $f(x) > 0$.

(d) Déterminer $f'(3)$.

(e) Dresser le tableau de signes de $'$.

(f) Donner le tableau de variations de F.

(g) Donner un encadrement, en unité d'aire, de $\int_3^5 f(x)dx$

<u>Exercice 2</u> **(8 points)**

Commun à tous les candidats

Lors d'un jeu, Jacques doit répondre à la question suivante :

« Le premier jour, nous vous offrons 100 € puis chaque jour suivant, nous vous offrons 5 % de plus que la veille et une somme fixe de 20 €. Au bout de combien de jours aurez-vous gagné 10 000 € ?»

1. Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n le montant total en euros versé à Jacques le n-ième jour. Ainsi, $u_1 = 100$.

   a. Calculer u_2.

   b. Justifier que, pour tout entier naturel n non nul, $u_{n+1} = 1{,}05\, u_n + 20$.

2. Pour tout entier naturel n non nul, on pose $v_n = u_n + 400$.

   a. Calculer v_1.

   b. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique et préciser sa raison.

   c. Exprimer v_n en fonction de n puis en déduire que $u_n = 500 \times 1{,}05^{n-1} - 400$.

   d. Déterminer, en fonction de n, la somme $v_1 + v_2 + \cdots + v_n$.

3. Quelle réponse Jacques doit-il donner ?

Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 3 **(6 points)**

Candidats de la série SES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Un commerçant vendant des produits biologiques propose quotidiennement des paniers légumes frais contenant 2 kg de légumes ou des paniers contenant 5 kg de légumes.

42 % des clients qui achètent ces paniers ont au moins un enfant. Parmi ceux qui n'ont pas d'enfant, 40% choisissent les paniers de 5 kg de légumes et les autres choisissent les paniers de 2 kg de légumes.

On interroge au hasard un client qui achète un panier de légumes.

On note E l'évènement « le client interrogé a au moins un enfant» ;

on note C l'évènement « le client interrogé a choisi un panier de 5 kg de légumes».

Pour tout évènement A, on note $\bar{A}$ l'évènement contraire.

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie au millième.

1. Quelle est la probabilité que le client interrogé n'ait pas d'enfant ?

2. Sachant que le client interrogé n'a pas d'enfant, quelle est la probabilité qu'il ait choisi un panier contenant 5 kg de légumes ?

3. Décrire l'évènement $\bar{E} \cap C$, et montrer que $p(\bar{E} \cap C) = 0{,}232$.

4. On sait de plus que 30 % des clients qui achètent des paniers choisissent des paniers de 5 kg.

   (a) Calculer $p(E \cap C)$.

   (b) En déduire la probabilité conditionnelle de C sachant que E est réalisé. Quelle interprétation peut-on donné à ce résultat ?

Exercice 3 **(6 points)**

Candidats de la série SES ayant suivi l'enseignement de spécialité

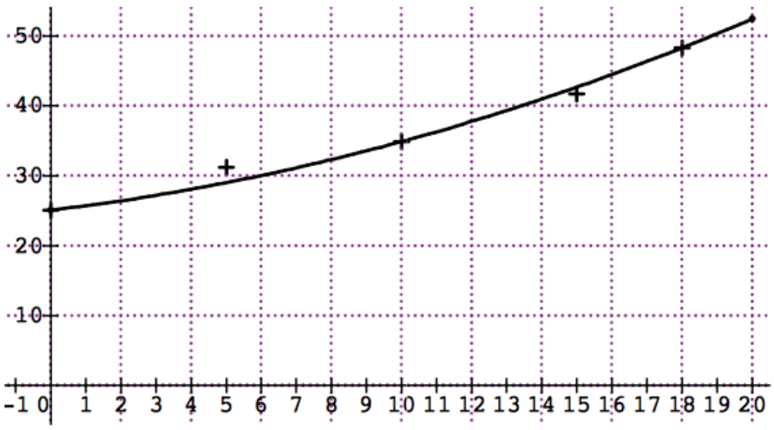
Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

Le tableau ci-dessous représente l'évolution de la dépense annuelle en énergie dans une maison :

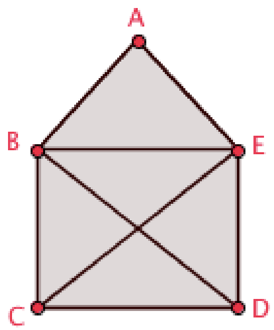
Années	1990	1995	2000	2005	2008
Rang de l'année	0	5	10	15	18
Dépense en centaines d'euros	25,1	31,2	34,9	41,7	48,3

On modélise cette dépense par une fonction $P(x) = ax^2 + bx + c$, où x désigne le rang de l'année à partir de 1990 :



1. En utilisant le calcul matriciel, déterminer l'expression de P.
2. Avec ce modèle, faire une prévision pour l'année 2015.

Partie B



<u>*Problème*</u> *:*

Peut-on tracer cette maison sans lever le crayon et sans repasser deux fois sur le même trait ?

On assimile le dessin de cette maison à un graphe à 5 sommets : A, B, C, D et E. On l'appelle Γ.

1. Traduire le problème dans le contexte de la théorie des graphes.
2. Γ est-il connexe ? Justifier.
3. Donner le degré de chacun des sommets de Γ.
4. En déduire la réponse au problème. Proposer une solution, le cas échéant.

<u>Exercice 4</u> (10 points)

Commun à tous les candidats

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

Partie A

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par$g(x) = \ln(x) + 2x^2 - 3$.

1. Montrer que la fonction g est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle [1 ; 2]. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

3. En déduire le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $(x) = \frac{2}{x} - \frac{\ln(x)}{x} + 2x - 5$.

On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

On note f' la fonction dérivée de la fonction .

1. Calculer $f'(x)$ et montrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;+\infty[$, on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

2. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ et dresser son tableau de variations.

3. Déterminer le signe de $f(x)$ pour tout réel x supérieur ou égal à e.

Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Partie C

Soit h la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $h(x) = (\,\ln(x)\,)^2$

1. Calculer la dérivée h' de h.

2. En remarquant que pour tout x de l'intervalle $]0\,;+\infty[$, on a $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{2}\,h'(x) + 2x - 5$, trouver une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

3. On admettra que $(x) = 2\ln(x) - \frac{1}{2}(\,\ln(x)\,)^2 + x^2 - 5x$.

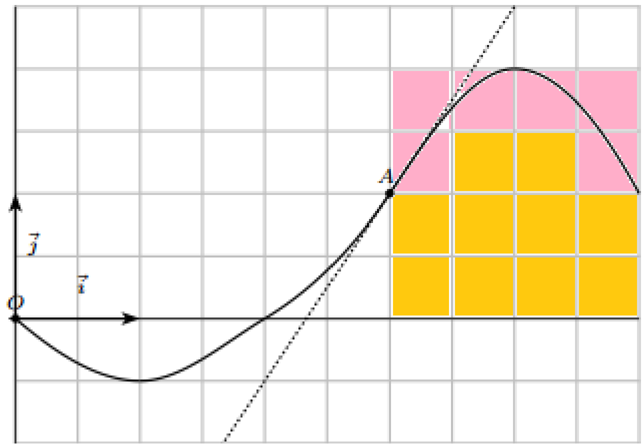
Déterminer l'aire en unités d'aire de la partie du plan délimité par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = e$ et $x = e^2$ (On donnera la valeur exacte, puis une valeur décimale arrondie au dixième).

	Bac blanc de Mathématiques	**Série ES**
Date :	**Corrigé**	**Durée 3h**

<u>Exercice 1</u>   (6 points)

Commun à tous les candidats

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
La courbe C_f (en traits pleins) ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0;\ 5]$.
La droite T (en pointillés) est la tangente à C_f au point $A(3; 1)$.
La fonction F est définie et dérivable sur $[0; 5]$, de dérivée f. Elle vérifie $F(2) = 0$. On note C_F sa courbe représentative dans un repère orthonormé.



Répondre en justifiant chaque réponse :

(a) Donner $f(1)$.
On cherche l'image de 1 par la fonction f, on trouve $-0{,}5$
Donc $f(1) = -0{,}5$

(b) Résoudre $f(x) = 1$.
On cherche les antécédents de 1 par la fonction f, on trouve 3 et 5
Donc $S = \{3; 5\}$

(c) Résoudre $f(x) > 0$.
On cherche à savoir quand la fonction est strictement positive
Donc on cherche les abscisses des points de la courbe situés au-dessus de l'axe des abscisses
D'où $S =]2; 5]$

(d) Déterminer $f'(3)$.
On cherche le coefficient de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 3
Donc $f'(3) = \frac{2{,}5-1}{4-3} = \frac{1{,}5}{1} = 1{,}5$
Donc $f'(3) = 1{,}5$

(e) Dresser le tableau de signes de $'$.
On étudie les variations de la fonction, f,

x	0		1		4		5
Variation de f		↘		↗		↘	
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

(f) Donner le tableau de variations de F.

On sait que $F' = f$

Donc les variation de F dépendent du signe de la fonction f

x	0		2		5
Signe de $f(x) = F'(x)$		$-$	0	$+$	
Variation de F		$\searrow$	0	$\nearrow$	

(g) Donner un encadrement, en unité d'aire, de $\int_3^5 f(x)dx$

On cherche à savoir de petits carreaux entiers se situent en dessous et au-dessus de la courbe C_f

On trouve entre 10 petits carreaux soit 2,5 u.a

et 16 petits carreaux soit 4 u.a

D'où $\mathbf{2,5\ u.a < \int_3^5 f(x)dx < 4\ u.a.}$

<u>Exercice 2</u> (8 points) **NOUVELLE CALÉDONIE 2008**

Commun à tous les candidats

Lors d'un jeu, Jacques doit répondre à la question suivante :
« Le premier jour, nous vous offrons 100 € puis chaque jour suivant, nous vous offrons 5 % de plus que la veille et une somme fixe de 20 €. Au bout de combien de jours aurez-vous gagné 10 000 € ?»

1. Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n le montant total en euros versé à Jacques le n-ième jour. Ainsi, $u_1 = 100$.

a. Calculer u_2.

Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 5% est égal à 1,05.

D'où la somme u_2, offerte le deuxième jour est : $u_2 = 1{,}05 \times u_1 + 20$

$$u_2 = 1{,}05 \times 100 + 20 = 125$$

Donc $u_2 = 125$

b. Justifier que, pour tout entier naturel n non nul, $u_{n+1} = 1,05\, u_n + 20$.

Pour tout entier naturel n non nul, u_n est le montant total en euros versé à Jacques le n-ième jour.

Le jour suivant, le montant offert à Jacques est égal au montant un augmenté de 5 % (c'est à dire $1{,}05 \times u_n$) auquel il faut ajouter le fixe de 20 €.

Donc pour tout entier naturel n non nul, $u_{n+1} = 1{,}05\, u_n + 20$.

2. Pour tout entier naturel n non nul, on pose $v_n = u_n + 400$.

a. Calculer v_1.

On a $v_1 = u_1 + 400 = 100 + 400 = 500$

Ainsi, $v_1 = 500$

b. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique et préciser sa raison.

Pour tout entier naturel n non nul,

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} + 400 \\ &= 1{,}05\, u_n + 20 + 400 \\ &= 1{,}05\, u_n + 420 \\ &= 1{,}05\left(u_n + \frac{420}{1{,}05}\right) \\ &= 1{,}05\,(u_n + 400) \\ &= 1{,}05\, v_n \end{aligned}$$

Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme $v_1 = 500$.

c. Exprimer $\boldsymbol{v_n}$ en fonction de $\boldsymbol{n}$ puis en déduire que $\boldsymbol{u_n = 500 \times 1{,}05^{n-1} - 400}$.

On sait que (v_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme $v_1 = 500$, alors pour tout entier n non nul, $v_n = v_1 \times q^{n-1}$

Donc $v_n = 500 \times 1{,}05^{n-1}$

Par conséquent, pour tout entier n non nul, $v_n = u_n + 400$

D'où $u_n = v_n - 400 = 500 \times 1{,}05^{n-1} - 400$

Donc, pour tout entier n non nul, $u_n = 500 \times 1{,}05^{n-1} - 400$.

d. Déterminer, en fonction de $\boldsymbol{n}$, la somme $\boldsymbol{v_1 + v_2 + \cdots + v_n}$.

$v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ est la somme des $\boldsymbol{n-1}$ premiers termes d'une suite géométrique

D'où : $v_1 + v_2 + \cdots + v_n = v_1 \times \frac{1-q^n}{1-q} = 500 \times \frac{1-1{,}05^n}{1-1{,}05} = 500 \times \frac{1-1{,}05^n}{-0{,}05} = -10000(1-1{,}05^n)$

Donc pour tout entier n non nul, $v_1 + v_2 + \cdots + v_n = 10000(1{,}05^n - 1)$

3. Quelle réponse Jacques doit-il donner ?

Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Au n-ième jour, le montant total en euros que Jacques aura gagné est égal à :

$$\begin{aligned} u_1 + u_2 + \cdots + u_n &= (v_1 - 400) + (v_2 - 400) + \cdots + (v_n - 400) \\ &= v_1 + v_2 + \cdots + v_n - 400 \times n \\ &= 10000(1{,}05^n - 1) - 400 \times n \end{aligned}$$

Donc on cherche n tel que

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_n \geq 10000$$
$$10000(1{,}05^n - 1) - 400 \times n \geq 10000$$
$$\frac{10000(1{,}05^n - 1) - 400 \times n}{10000} \geq 1$$
$$1{,}05^n - 1 - 0{,}04n \geq 1$$

La méthode la plus simple consiste à utiliser la calculatrice avec la fonction f définie sur l'intervalle [1;+∞[par $f(x) = 1{,}05^x - 1 - 0{,}04x$

On a $f(21) \approx 0{,}94596$ et $f(22) \approx 1{,}0453$

Donc $x \approx 22$

La somme totale que Jacques aura gagné, dépassera 10 000 € au bout de 22 jours.

Exercice 3 (6 points) **ANTILLES-GUYANNE 2007**

Candidats de la série SES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Un commerçant vendant des produits biologiques propose quotidiennement des paniers légumes frais contenant 2 kg de légumes ou des paniers contenant 5 kg de légumes.
42 % des clients qui achètent ces paniers ont au moins un enfant. Parmi ceux qui n'ont pas d'enfant, 40 % choisissent les paniers de 5 kg de légumes et les autres choisissent les paniers de 2 kg de légumes.

On interroge au hasard un client qui achète un panier de légumes.
On note E l'évènement « le client interrogé a au moins un enfant» ;
on note C l'évènement « le client interrogé a choisi un panier de 5 kg de légumes».

Pour tout évènement A, on note $\bar{A}$ l'évènement contraire.

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie au millième.

1. Quelle est la probabilité que le client interrogé n'ait pas d'enfant ?

42 % des clients ont au moins un enfant
Donc $p(E) = 0{,}42$
D'où $p(\bar{E}) = 1 - 0{,}42 = 0{,}58$

La probabilité que le client interrogé n'ait pas d'enfant est égale à 0,58.

2. Sachant que le client interrogé n'a pas d'enfant, quelle est la probabilité qu'il ait choisi un panier contenant 5 kg de légumes ?

Parmi les clients qui n'ont pas d'enfant, 40 % choisissent les paniers de 5 kg de légumes
Donc $p_{\bar{E}}(C) = 0{,}4$

La probabilité qu'un client ait choisi un panier de 5 kg sachant qu'il n'a pas d'enfant est égale à 0,4.

3. Décrire l'évènement $\bar{E} \cap C$, et montrer que $p(\bar{E} \cap C) = 0{,}232$.

$\bar{E} \cap C$ est l'évènement « le client interrogé n'a pas d'enfant et a choisi un panier de 5 kg de légumes »
D'où $p(\bar{E} \cap C) = p_{\bar{E}}(C) \times p(\bar{E}) = 0{,}4 \times 0{,}58 = 0{,}232$
Ainsi $p(\bar{E} \cap C) = 0{,}232$

4. On sait de plus que 30 % des clients qui achètent des paniers choisissent des paniers de 5 kg.

a. Calculer $p(E \cap C)$.

30 % des clients qui achètent des paniers choisissent des paniers de 5 kg
D'où $p(C) = 0{,}3$
Or E et $\bar{E}$ forment une partition de l'univers
D'après la formule des probabilités totales
Alors $p(C) = p(E \cap C) + p(\bar{E} \cap C)$
D'où $p(E \cap C) = p(C) - p(\bar{E} \cap C) = 0{,}3 - 0{,}232 = 0{,}068$
Donc $p(E \cap C) = 0{,}068$

b. En déduire la probabilité conditionnelle de C sachant que E est réalisé. Quelle interprétation peut-on donné à ce résultat ?

On a $p_E(C) = \frac{p(E \cap C)}{p(E)} = \frac{0{,}068}{0{,}42} \approx 0{,}16190476$
Donc arrondie au millième, la probabilité conditionnelle de C sachant que E est réalisé est 0,162.

Donc sachant que le client a au moins un enfant, la probabilité qu'il prenne un panier de 5kg est de 0,162.

<u>Exercice 3</u> **(6 points)**

Candidats de la série SES ayant suivi l'enseignement de spécialité

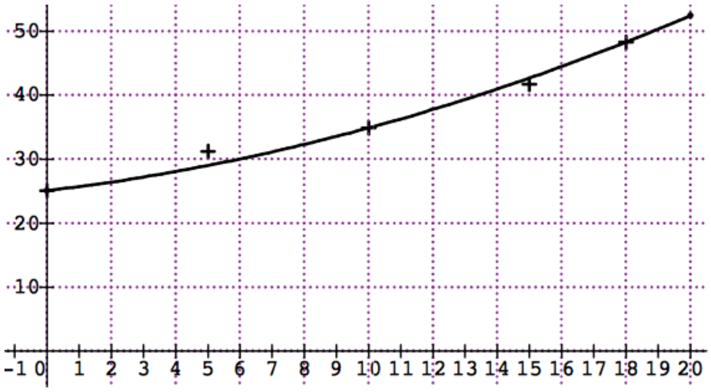
Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

Le tableau ci-dessous représente l'évolution de la dépense annuelle en énergie dans une maison :

Années	**1990**	**1995**	**2000**	**2005**	**2008**
Rang de l'année	**0**	**5**	**10**	**15**	**18**
Dépense en centaines d'euros	**25,1**	**31,2**	**34,9**	**41,7**	**48,3**

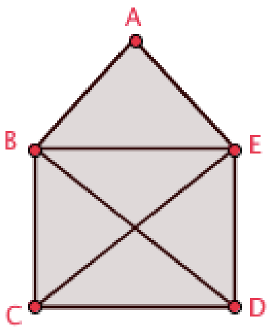
On modélise cette dépense par une fonction $P(x) = ax^2 + bx + c$, où x désigne le rang de l'année à partir de 1990 :



1. En utilisant le calcul matriciel, déterminer l'expression de P.

2. Avec ce modèle, faire une prévision pour l'année 2015.

Partie B



<u>Problème</u> :

Peut-on tracer cette maison sans lever le crayon et sans repasser deux fois sur le même trait ?

On assimile le dessin de cette maison à un graphe à 5 sommets : A, B, C, D et E. On l'appelle Γ.

1. **Traduire le problème dans le contexte de la théorie des graphes.**
2. **Γ est-il connexe ? Justifier.**
3. **Donner le degré de chacun des sommets de Γ.**
4. **En déduire la réponse au problème. Proposer une solution, le cas échéant.**

Exercice 4 **(10 points)** **(POLYNÉSIE - Juin 2008)**

Commun à tous les candidats

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(\boldsymbol{O}; \vec{\boldsymbol{\imath}}, \vec{\boldsymbol{\jmath}})$.

Partie A

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par$g(x) = \ln(x) + 2x^2 - 3$.

1. Montrer que la fonction g est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

On a $g(x) = \ln(x) + 2x^2 - 3$

Alors la fonction g est dérivable sur $]0;+\infty[$ comme somme de fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$

Et $g'(x) = \frac{1}{x} + 4x = \frac{1+4x^2}{x}$

Comme $x \in]0;+\infty[$ $x > 0$ et $1 + 4x^2 > 0$ Donc $g'(x) > 0$

x	0	+ ∞
Signe de g'	|| +	
Variation de g	|| $\nearrow$	

2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle [1 ; 2]. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

On sait que $g(1) = \ln(1) + 2 \times 1^2 - 3 = 0 + 2 - 3 = -1$

$g(2) = \ln(2) + 2 \times 2^2 - 3 = \ln(2) + 2 \times 4 - 3 = \ln(2) + 5 \approx 5{,}69$

g est continue et strictement croissante de $[1;2]$ à valeurs dans $[-1;5{,}69]$ et $0 \in [-1;5{,}69]$

D'après le théorème des valeurs intermédiaires

On obtient que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans$[1;2]$.

On trouve que $g(1{,}18) \approx -0{,}497$ et $g(1{,}19) \approx 0{,}006$

Donc $\alpha \approx 1{,}19$

3. En déduire le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.

D'après la question précédente, on en déduit que :

x	0	α	+ ∞
Signe de $g(x)$	|| –	0	+

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $(x) = \frac{2}{x} - \frac{\ln(x)}{x} + 2x - 5$.

On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(\boldsymbol{O}; \vec{\boldsymbol{\imath}}, \vec{\boldsymbol{\jmath}})$.

On note f' la fonction dérivée de la fonction .

1. Calculer $f'(x)$ et montrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;+\infty[$, on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

On a $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{\ln(x)}{x} + 2x - 5$

Alors la fonction f est dérivable sur $]0;+\infty[$ comme somme de fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$

On pose $f = u - \frac{v}{w} + m$ avec

$u(x) = \frac{2}{x}$ $u'(x) = -\frac{2}{x^2}$

$v(x) = \ln(x)$ $v'(x) = \frac{1}{x}$

$w(x) = x$ $w'(x) = 1$

$m(x) = 2x - 5$ $m'(x) = 2$

Alors $f' = u' - \frac{v'w - w'v}{w^2} + m'$

D'où $f'(x) = -\frac{2}{x^2} - \frac{\frac{1}{x}\times x - 1\times\ln(x)}{x^2} + 2$

$f'(x) = -\frac{2}{x^2} - \frac{1-\ln(x)}{x^2} + 2$

$f'(x) = \frac{-2-1+\ln(x)+2x^2}{x^2}$

$f'(x) = \frac{\ln(x)+2x^2-3}{x^2}$

Donc $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

2. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ et dresser son tableau de variations.

Comme $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

donc f' est du même signe que g sur l'intervalle $]0;+\infty[$

D'où

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	

3. Déterminer le signe de $f(x)$ pour tout réel x supérieur ou égal à e.

Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Comme $\alpha \approx 1{,}19$, nous avons $e > \alpha$.

Or sur l'intervalle $]\alpha;+\infty[$, f est strictement croissante donc pour tout réel $x > e$,

$$\begin{aligned} x > e \iff & f(x) > f(e) \\ \iff & f(x) > \frac{2}{e} - \frac{\ln(e)}{e} + 2e - 5 \\ \iff & f(x) > \frac{2}{e} - \frac{1}{e} + 2e - 5 \\ \iff & f(x) > \frac{1}{e} + 2e - 5 \\ \iff & f(x) > 0{,}8 \end{aligned}$$

Donc pour tout réel x supérieur ou égal à e, $f(x) > 0$.

Partie C

Soit h la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $h(x) = (\ln(x))^2$

1. Calculer la dérivée h' de h.

On a $h(x) = (\ln(x))^2$

Alors la fonction h est dérivable sur $]0;+\infty[$ comme produit de fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$

On pose $h = u^2 = u \times u$ avec $u(x) = \ln(x)$ $u'(x) = \frac{1}{x}$

Alors $h' = u' \times u + u' \times u = 2u'u$

Donc $h'(x) = 2 \times \frac{1}{x} \times \ln(x)$

$h'(x) = \frac{2\ln(x)}{x}$

2. En remarquant que pour tout x de l'intervalle $]0\,;+\infty[$, on a $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{2}\,h'(x) + 2x - 5$, trouver une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

On a $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{\ln(x)}{x} + 2x - 5$ et $h'(x) = \frac{2\ln(x)}{x}$

Donc $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{2}\,h'(x) + 2x - 5$

Alors on recherche une primitive F de la fonction f : $F'(x) = f(x)$

Donc $F(x) = 2\ln(x) - \frac{1}{2}h(x) + 2 \times \frac{1}{2}x^2 - 5 \times x$

$F(x) = 2\ln(x) - \frac{1}{2}h(x) + x^2 - 5x$

$F(x) = 2\ln(x) - \frac{1}{2}(\,\ln(x)\,)^2 + x^2 - 5x$

3. On admettra que $(x) = 2\ln(x) - \frac{1}{2}(\,\ln(x)\,)^2 + x^2 - 5x$.

Déterminer l'aire en unités d'aire de la partie du plan délimité par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = e$ et $x = e^2$ (On donnera la valeur exacte, puis une valeur décimale arrondie au dixième).

Pour tout réel x supérieur ou égal à e, $f(x) > 0$, alors l'aire en unités d'aire de la partie du plan délimité par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = e$ et $x = e^2$ est égale à : $\int_e^{e^2} f(x)dx$

$$\int_e^{e^2} f(x)\,dx = [F(x)]_e^{e^2}$$

$$= F(e^2) - F(e)$$

$$= 2\ln(e^2) - \frac{1}{2}(\,\ln(e^2)\,)^2 + (e^2)^2 - 5\,e^2 - \left(2\ln(e) - \frac{1}{2}(\,\ln(e)\,)^2 + e^2 - 5\,e\right)$$

$$= 4\ln(e) - \frac{1}{2}(\,2\ln(e)\,)^2 + e^4 - 5\,e^2 - \left(2 \times 1 - \frac{1}{2}(1)^2 + e^2 - 5\,e\right)$$

$$= 4 \times 1 - \frac{1}{2}(\,2 \times 1)^2 + e^4 - 5\,e^2 - \left(2 - \frac{1}{2} + e^2 - 5\,e\right)$$

$$= 4 - \frac{1}{2} \times 4 + e^4 - 5\,e^2 - 2 + \frac{1}{2} - e^2 + 5\,e$$

$$= 4 - 2 + e^4 - 5\,e^2 - 2 + \frac{1}{2} - e^2 + 5\,e$$

$$= e^4 - 5\,e^2 + \frac{1}{2} - e^2 + 5\,e$$

$$= e^4 - 6\,e^2 + 5\,e + \frac{1}{2}$$

L'aire en unités d'aire de la partie du plan délimité par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = e$ et $x = e^2$ est $e^4 - 6e^2 + 5e + \frac{1}{2}$, soit arrondie au dixième, 24,4 unités d'aire.