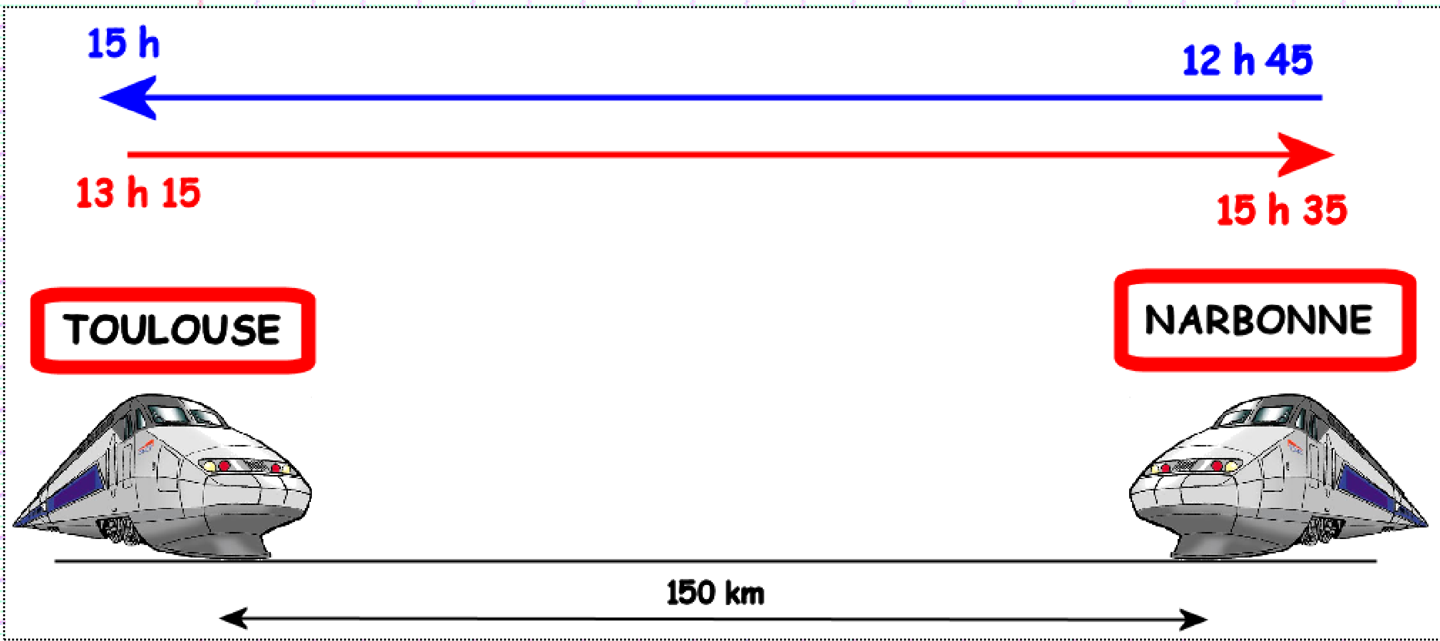
THEME 8

VITESSE
UTILISATION DES FORMULES 3

Exercice 9 :

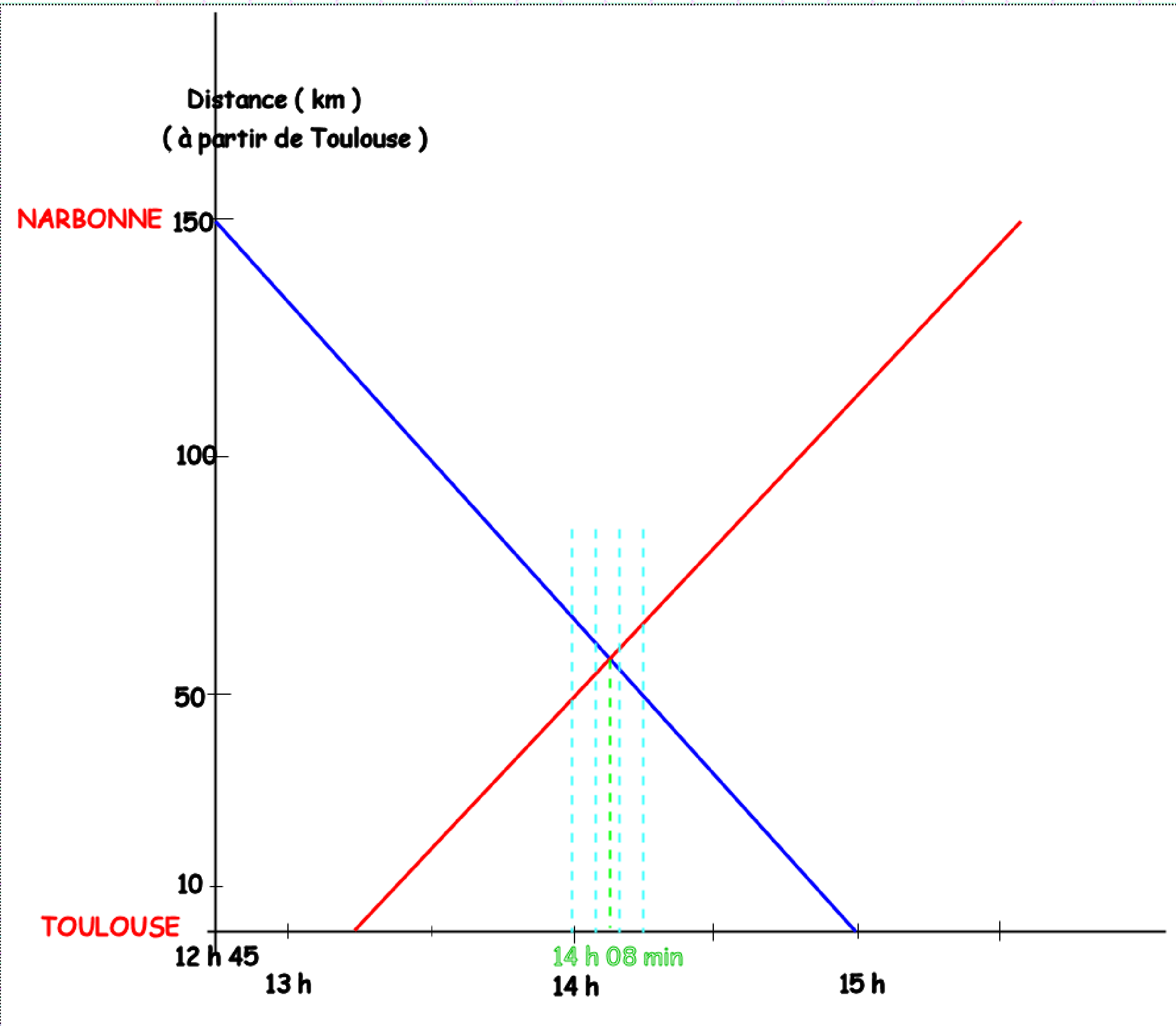
Un express part de Toulouse à 13 h 15 min se dirigeant sur Narbonne où il arrive à 15 h 35 min . Un autre train part de Narbonne à 12 h 45 min, allant sur Toulouse, où il arrivera à 15 h. La distance de ces deux villes étant de 150 km, en supposant que les vitesses sont uniformes et qu'il n'y a pas d'arrêt, déterminez, d'après le graphique :
a)l'heure de croisement.
b)la distance séparant Toulouse de chacun des express à 14 h 30 min .



Solution :

a)Heure de croisement.

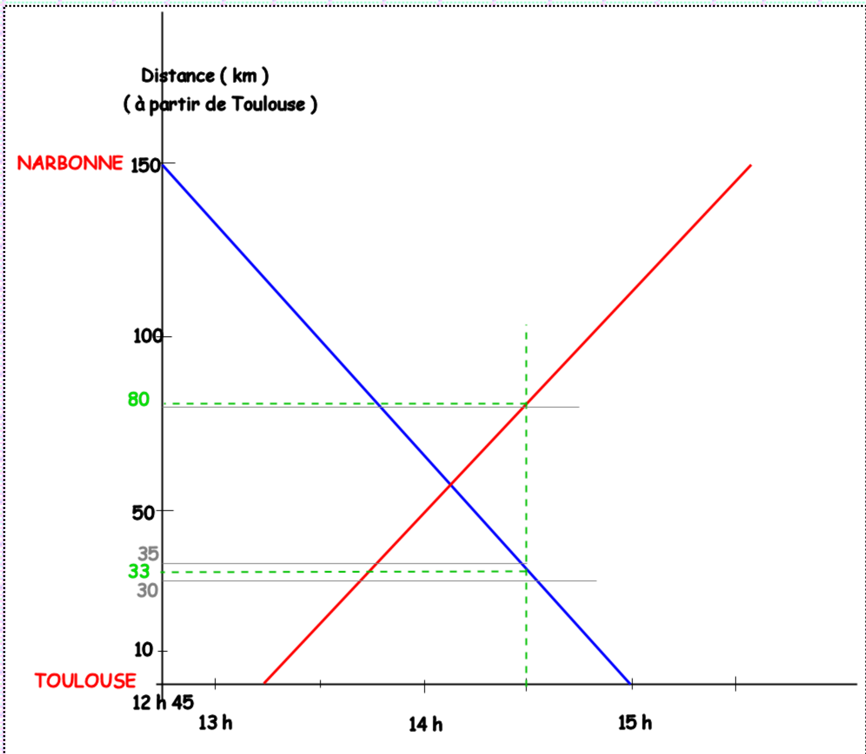
Le graphique est le suivant :
Avec les imprécisions dues au graphique , nous trouvons que les deux trains se rencontreront entre 14 h 5 min et 14 h 10 min, à environ 14 h 8 min .



b)Distance séparant Toulouse de chacun des express à 14 h 30 min

A 14 h 30 , le train parti de Toulouse à 13 h 15 min, se trouve à environ 80 km de Toulouse (80,35 par le calcul) et le train parti de Narbonne à 12 h 45 min se trouve à environ 33 km de Toulouse (33,33 par le calcul).

Un dessin plus précis , sur papier millimétré donnerait des informations plus nettes.



Tu te rends compte, si on n'avait pas perdu une heure et quart, on serait là depuis une heure et quart
Johnny Hallyday - Paris-Dakar 2002

Exercice 10 : Péniches

Une péniche assure la liaison entre deux villes A et B distantes de 70 km par le fleuve. La vitesse moyenne de la péniche est de 10 km/h par rapport à l'eau du fleuve.

1) Quelle serait la durée du voyage de A vers B si le fleuve n'avait pas de courant ? *(c'est-à-dire si l'eau ne coulait pas).*

2) En réalité, le fleuve coule de A vers B à la vitesse de 2 km/h.

De A vers B, la vitesse de la péniche s'ajoute à la vitesse du courant et de B vers A la vitesse de la péniche est diminuée de la vitesse du courant du fleuve.

a) Quelle est la vitesse de la péniche par rapport à la terre lorsqu'elle va de A vers B ? Quelle est la durée du voyage de A vers B (lorsque la péniche "descend" le courant)?

b) Mêmes questions lorsque la péniche va de B vers A (lorsque la péniche remonte le courant) ?

3) Calculer la vitesse moyenne de la péniche sur un aller-retour.

Solution :

1) Durée du voyage de A vers B si le fleuve n'avait pas de courant :

Nous avons : (d en km et v en km/h)

$$t = \frac{d}{v} = \frac{70}{10} = 7(\text{heures})$$

Il faut 7 heures au bateau pour aller de A à B .

2) a) Vitesse de la péniche (par rapport à la terre) lorsqu'elle va de A vers B :

« De A vers B, la vitesse de la péniche s'ajoute à la vitesse du courant » , donc la vitesse de la péniche de A vers B est 10 + 2 , soit 12 km/h .

Vitesse de A vers B : 12 km/h

▶ Durée de voyage de A vers B

Nous avons : (d en km et v en km/h)

$$t = \frac{d}{v} = \frac{70}{12} = \frac{2\times 35}{2\times 6} = \frac{35}{6}(\text{heures})$$

▷ *Ecriture sexagésimale* (écriture usuelle) :

Sachant que 1 heure représente 60 minutes, nous avons :

$$t = \frac{35}{6}(\text{heures}) = \frac{35}{6}\times 60(\text{minutes}) = \frac{35\times 60}{6}(\text{minutes}) = \frac{35\times 6\times 10}{6}(\text{minutes}) = 350(\text{minutes}) = 5\,\text{h} + 50\,\text{min}$$

Ou

$$t = \frac{35}{6}(\text{heures}) = \frac{30+5}{6}(\text{heures}) = \frac{30}{6}(\text{heures}) + \frac{5}{6}(\text{heure}) = 5\,\text{h} + \frac{5}{6}\times 60(\text{minutes}) = 5\,\text{h} + \frac{5\times 60}{6}(\text{minutes}) = 5\,\text{h} + \frac{5\times 6\times 10}{6}(\text{minutes}) = 5\,\text{h} + 50(\text{minutes})$$

Durée de voyage de A vers B : $\frac{35}{6}$h ou 5 h 50 min

b)Vitesse de la péniche (par rapport à la terre) lorsqu'elle va de B vers A :

« …de B vers A la vitesse de la péniche est diminuée de la vitesse du courant du fleuve », donc la vitesse de la péniche de B vers A est 10 – 2 , soit 8 km/h .

Vitesse de B vers A : 8 km/h

▶ Durée de voyage de B vers A

Nous avons : (d en km et v en km/h)

$$t=\frac{d}{v}=\frac{70}{8}=\frac{2\times 35}{2\times 4}=\frac{35}{4}\text{(heures)}$$

▷ *Ecriture sexagésimale* (écriture usuelle) :

Sachant que 1 heure représente 60 minutes, nous avons :

$$t=\frac{35}{4}\text{(heures)}=\frac{35}{4}\times 60\text{(minutes)}=\frac{35\times 60}{4}\text{(minutes)}=\frac{35\times 4\times 15}{6}\text{(minutes)}=525\text{(minutes)}$$

525 min = $8\times 60\,\text{min}+45\,\text{min}$ soit 8 h 45 min

Durée de voyage de B vers A : $\frac{35}{4}$h ou 8 h 45 min

3) Vitesse moyenne de la péniche sur un aller-retour :

Sur un aller-retour, la péniche va parcourir 2×75 km pendant une durée de 5 h 50 min + 8 h 45 min, soit 13 h 95 min, c'est-à-dire 14 h 35 min.

Nous pouvons également exprimer la vitesse en heures :

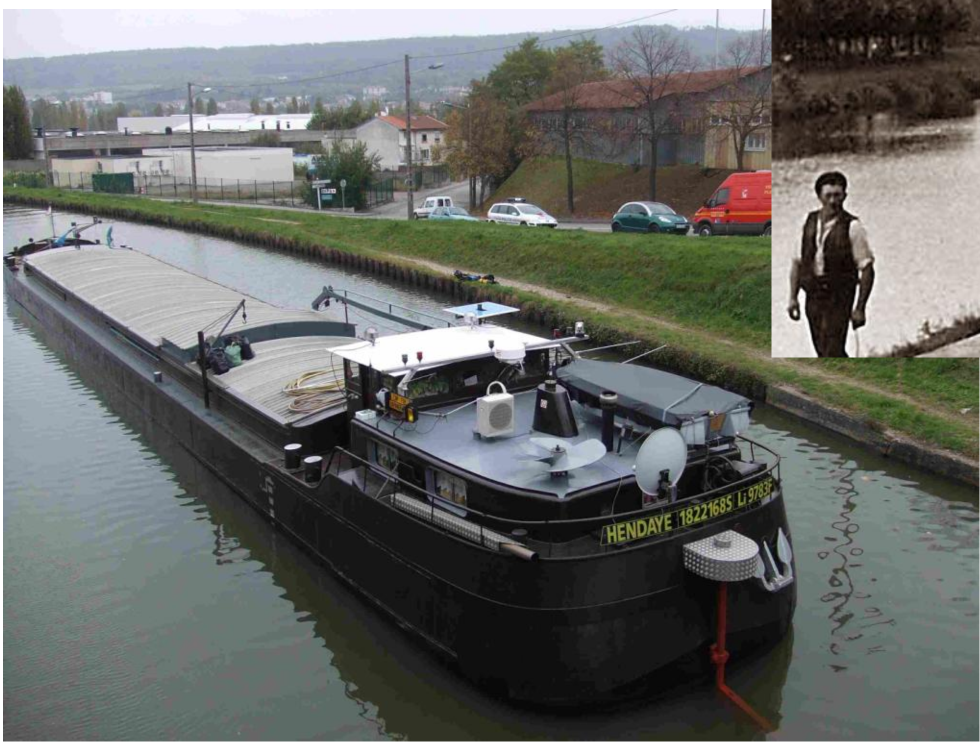
$$\frac{35}{6}+\frac{35}{4}=\frac{70}{12}+\frac{105}{12}=\frac{175}{12}\text{h}$$

Nous avons :

$$v=\frac{d}{t}=\frac{140}{\frac{175}{12}}=140\times\frac{12}{175}=\frac{140\times 12}{175}=9{,}6\ \text{(km/h)}$$

La vitesse moyenne de la péniche sur un aller-retour est de 9,6 km/h

Remarque : Nous pouvions également exprimer le temps (14 h 35 min) en minutes, puis en appliquant la formule, déterminer une vitesse en km/min qu'il suffisait de convertir en km/h .



Exercice 11 :

Le service le plus rapide du monde est détenu par l'américain Andy Roddick avec une vitesse de balle de 249,4 km/h lors de la Coupe Davis 2004.
Combien de temps met cette balle pour parvenir à l'autre joueur (distance parcourue : 19 m) ?

Solution :

Comme le temps mis par la balle sera plus près de la seconde que de l'heure, nous allons tout d'abord convertir la vitesse donnée en m/s.

$$v=\frac{d}{t}=\frac{\overset{\text{km}}{249{,}4}}{\underset{\text{h}}{1}}$$

$$v=\frac{\overset{\text{m}}{249\,400}}{\underset{\text{s}}{3600}}$$

Soit, sans chercher à simplifier réellement, $v=\frac{2494}{36}$ m/s (environ 69,3 m/s - par curiosité)

<u>Temps pour parcourir 19 mètres à cette vitesse :</u>

$$t=\frac{d}{v}=\frac{19}{\frac{2494}{36}}=19\times\frac{36}{2494}=\frac{19\times 36}{2494}=\frac{684}{2494}\approx 0{,}274 \text{ seconde}$$

t = 0,274 seconde

BON REFLEXE

Exercice 12 :

Un voyageur parcourt à pied la distance qui sépare deux villes A et B à la vitesse de 6 km/h. Il revient à bicyclette en faisant un détour qui allonge le trajet de 6 km, à la vitesse de 18 km/h .
La durée totale du voyage étant de 3 h 40 min, calculez la distance des deux villes.

Solution :

Soit d la distance séparant les deux villes en km .
▷Temps nécessaire (en heures) pour parcourir la distance de A à B : (d en km et v en km/h)

$$t = \frac{d}{6}$$

▷Temps nécessaire (en heures) pour parcourir la distance de B à A en faisant un détour de 6 km : (d en km et v en km/h)

La distance parcourue est donc égale à d + 6 et la vitesse égale à 18 km/h

$$t' = \frac{d+6}{18}$$

▷Calcul de la distance séparant les deux villes :

La durée totale du voyage est de 3h 40 min. Convertissons cette donnée en heures.

$$3\,h\,40\,min = 3 \times 60\,min + 40\,min \text{ soit } 220\,min$$

$$220\text{ min} = 220 \times \frac{1}{60}h = \frac{220}{60}h = \frac{22}{6}h = \frac{11}{3}h$$

Par suite, nous avons :

$$t + t' = \frac{11}{3}$$

Soit $t + t' = \frac{d}{6} + \frac{d+6}{18} = \frac{11}{3}$

$$\frac{3d}{18} + \frac{d+6}{18} = \frac{11}{3}$$

$$\frac{3d+(d+6)}{18} = \frac{11}{3} \quad \text{soit} \quad \frac{3d+d+6}{18} = \frac{11}{3}$$

$$\frac{4d+6}{18} = \frac{11}{3}$$

$$3\,(4d+6) = 18 \times 11$$

$$12\,d + 18 = 198$$

$$12d = 198 - 18 = 180$$

$$d = \frac{180}{12} = 15\,(km)$$

La distance séparant les deux villes est de 15 km

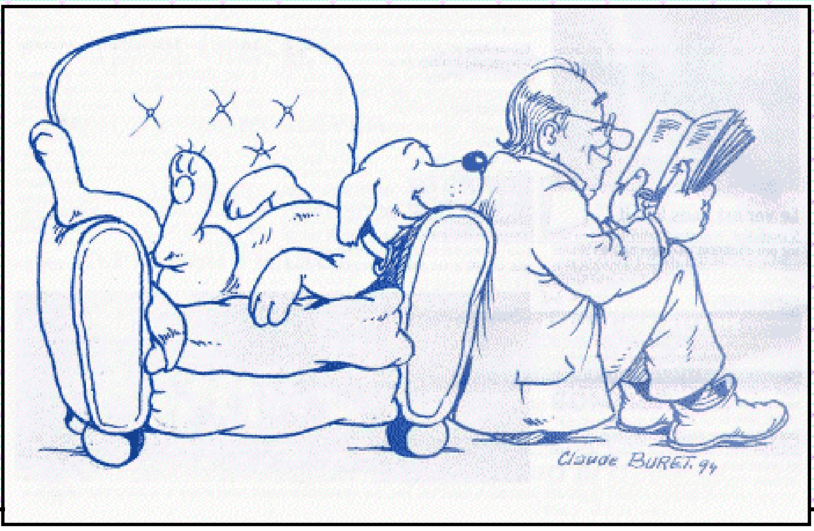
Exercice 14 : Le chien et son maître

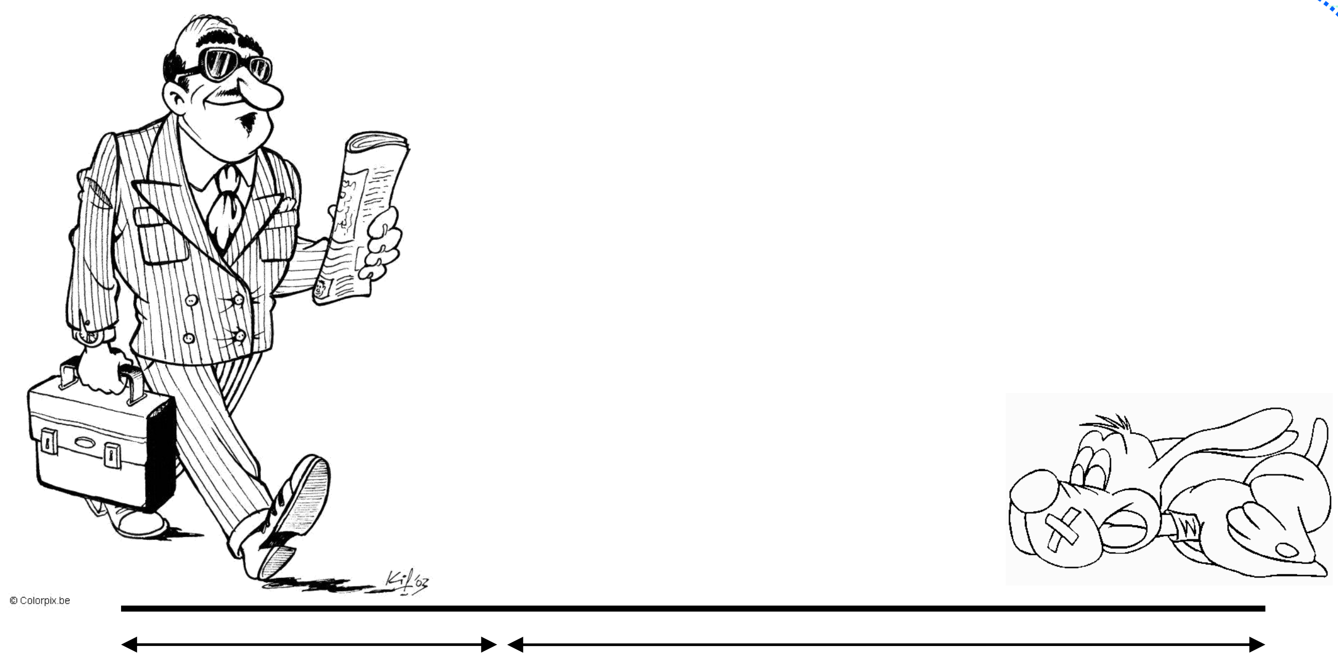
Un chien se trouve à 300 mètres de son maître. En même temps, le maître marche vers son chien à la vitesse de 6 km/h et le chien court vers son maître à la vitesse de 24 km/h .

Quelle distance parcourt le maître avant d'être rejoint par son chien ?

Solution :

Soit d la distance (en km) parcourue par le maître (avant d'être rejoint par son chien). Puisque le chien se trouve, au départ, à 300 m (0,3 km) de son maître, la distance parcourue par le chien sera alors 0,3 - d





d | 0,3 - d

6 km/h | 24 km/h

Le maître et le chien se rencontreront au bout d'un certain temps (identique pour les deux).
Pour parcourir la distance d à 6 km/h , le temps mis par le maître est :

$$t = \frac{d}{6}$$

Pour parcourir la distance (0,3 – d) à 24 km/h , le temps mis par le chien est :

$$t = \frac{0{,}3 - d}{24}$$

Les deux durées étant identiques, nous avons :

$$\frac{d}{6} = \frac{0{,}3 - d}{24}$$

Soit (produit en croix)

$$24\ d = 6(\ 0{,}3 - d\ )$$
$$24\ d = 1{,}8 - 6\ d$$
$$24\ d + 6\ d = 1{,}8$$
$$30\ d = 1{,}8$$
$$d = \frac{1{,}8}{30} = 0{,}06\ \text{(kilomètres)} \quad \text{soit} \quad 60\ \text{m}$$

Remarque :

Le rapport des vitesses est de 4 ($\frac{24}{6} = 4$), c'est-à-dire que le chien a une vitesse 4 fois plus grande que celle de son maître.
Donc, lorsque le maître parcourt une distance d, le chien parcourt une distance 4 fois supérieure, soit 4 d.
La somme des deux distances parcourues est égale à :

$$d + 4\ d = 5\ d$$

et cette distance est, d'après le texte, de 300m (distance séparant le chien de son maître).

Nous avons donc :

$$5\ d = 300$$

$$d = \frac{300}{5} = 60\ (m)$$