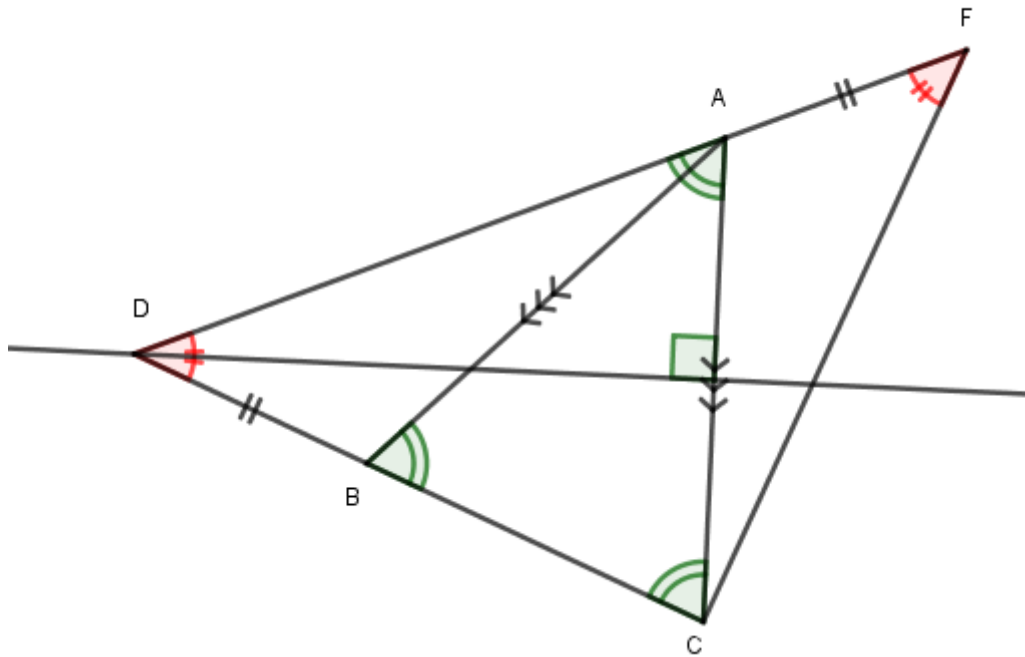


EXERCICE : 47 PAGE 430



a) Montrer que ABD et CAE sont des triangles égaux

On sait que ABC est un triangle isocèle de sommet A

Or dans un triangle isocèle, les angles à la base ont la même mesure et il a deux côtés de même longueur

Donc $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ et $AB = AC$

On sait que le point D appartient à la médiatrice du segment $[AC]$

Or un point situé sur la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités de ce segment

Donc $DA = DC$

D'où le triangle DAC est isocèle en D

Donc $\widehat{DAC} = \widehat{DCA}$

Comme $B \in (DC)$

Alors $\widehat{BAC} = \widehat{DCA}$

De plus les points D, A et E sont alignés

D'où $\widehat{DAC} + \widehat{CAE} = 180^\circ$

$$\widehat{CAE} = 180 - \widehat{DAC}$$

On sait que D, B et C sont alignés

Donc $\widehat{DBA} + \widehat{ABC} = 180$

$$\widehat{DBA} = 180 - \widehat{ABC}$$

$$\widehat{DBA} = 180 - \widehat{BCA}$$

$$\widehat{DBA} = 180 - \widehat{CAD}$$

$$\widehat{DBA} = \widehat{CAE}$$

puisque $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

puisque $\widehat{BAC} = \widehat{BCA}$

puisque $\widehat{CAE} = 180 - \widehat{DAC}$

Dans les triangles BDA et AEC

On sait que - $\widehat{DBA} = \widehat{CAE}$

- $DB = EA$ d'après l'énoncé

- $AB = AC$

Or Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre 2 côtés respectivement même longueur alors ces triangles sont égaux

Donc ABD et CAE sont des triangles égaux

b) Montrer que CDE est un triangle isocèle de sommet C

On sait que ABD et CAE sont des triangles égaux

et les angles $\widehat{AEC}$ et $\widehat{ADB}$ sont homologues

Or Si deux triangles sont égaux alors ils ont leurs côtés respectifs de même longueur et les angles respectifs de même mesure

Donc $\widehat{AEC} = \widehat{ADB}$

Comme les points A , D et E sont alignés ainsi que les points D , B et C

On en déduit que $\widehat{DEC} = \widehat{EDC}$

Or Si un triangles à deux angles de même mesure alors il est isocèle

Donc CDE est un triangle isocèle de sommet C