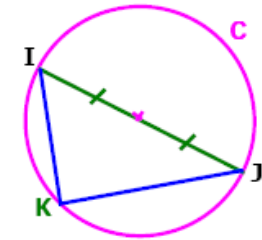


Sommaire : GEOMETRIE

	Pages
• Comment rédiger une démonstration ?	2
• Comment démontrer : - que deux droites sont parallèles ?	2 à 4
- que deux droites ne sont pas parallèles ?	4
- que deux droites sont perpendiculaires ?	5
- qu'un triangle est rectangle ?	6
- qu'un triangle n'est pas rectangle ?	7
- qu'un triangle est isocèle ?	7
- qu'un triangle est équilatéral ?	7
- qu'un quadrilatère est un parallélogramme ? ...	8
- qu'un quadrilatère est un rectangle ?	9
- qu'un quadrilatère est un losange ?	9
- qu'un quadrilatère est un carré ?	10
• Comment construire l'image d'une figure par une transformation ?	10
• Comment démontrer : - qu'un point est le milieu d'un segment ?	11
- qu'une droite est médiane, médiatrice, bissectrice ou hauteur ?	12
- qu'un point est un point particulier d'un triangle ?	13
- que deux segments ont la même longueur ? ...	13 - 14
• Comment calculer la longueur d'un segment ?	14 à 17
• Comment démontrer que deux angles ont la même mesure ?	18 - 19
• Comment calculer la mesure d'un angle ?	19 - 20
• Comment exprimer et calculer : - un périmètre ?	21
- une aire ?	21 - 22
- un volume ?	23 - 24
• Comment représenter la section d'un solide par un plan ?	24 - 25
• Comment utiliser les effets d'un agrandissement ou d'une réduction ? ..	26
• Comment tracer un patron de solide ?	27

Exemple :

Soit C un cercle de diamètre $[IJ]$.
 Soit K un point de ce cercle.
 Démontrer que le triangle IJK est rectangle.

**1. En écrivant la propriété**

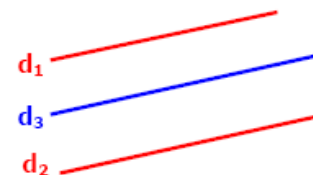
On écrit les hypothèses : $[IJ]$ est un diamètre du cercle C .
 K est un point du cercle C .
 On écrit la propriété : Si un côté d'un triangle est le diamètre d'un cercle et si le 3^{ème} sommet est sur ce cercle alors ce triangle est rectangle.
 On donne la conclusion : Donc le triangle IJK est rectangle en K .

2. Sans écrire la propriété

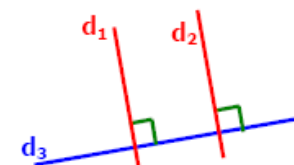
On écrit précisément les hypothèses et on donne directement la conclusion sans réciter la propriété que l'on utilise :
 K est un point du cercle de diamètre $[IJ]$ donc le triangle IJK est rectangle en K .

Comment démontrer que deux droites sont parallèles ?**1. Avec les droites**

P₁ Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

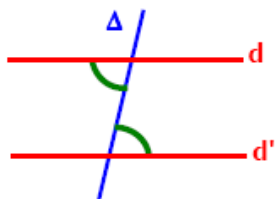


P₂ Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

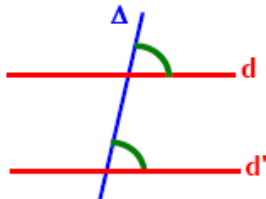


2. Avec les angles

P₃ Si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes égaux alors elles sont parallèles.

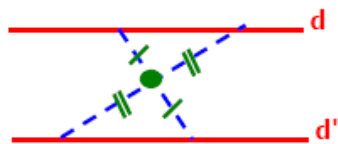


P₄ Si deux droites coupées par une sécante forment des angles correspondants égaux alors elles sont parallèles.



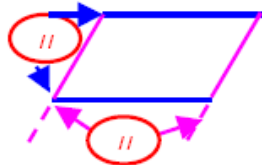
3. Avec les transformations

P₅ Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles.



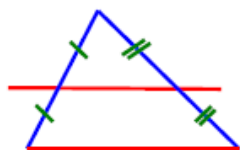
4. Avec les quadrilatères

P₆ Si un quadrilatère est un parallélogramme (un losange, un rectangle ou un carré) alors ses côtés opposés sont parallèles.



5. Avec la droite des milieux

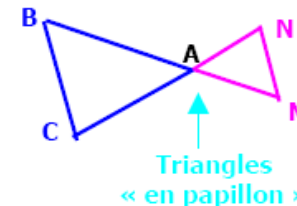
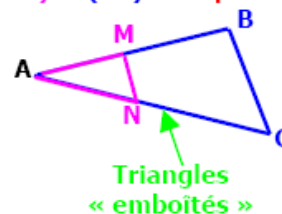
P₇ Si dans un triangle une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au 3^{ème} côté.



6. Avec la réciproque de la propriété de Thalès

P₈ Si dans les triangles AMN et ABC :

- A, M et B sont alignés dans le même ordre que A, N et C ;
 - $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$
- alors (MN) et (BC) sont parallèles.



Exemple : Démontrer que (JK) et (ML) sont parallèles.

Dans les triangles IML et IJK :

- J, I et L sont alignés dans le même ordre que K, I et M.

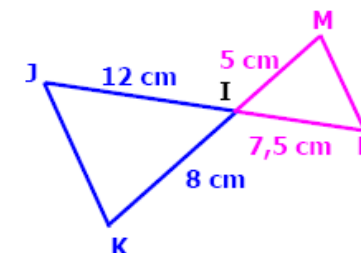
$$\frac{IM}{IK} = \frac{5}{8} \quad \text{et} \quad \frac{IL}{IJ} = \frac{7,5}{12}$$

$$5 \times 12 = 60$$

$$8 \times 7,5 = 60$$

Les produits en croix sont égaux donc $\frac{IM}{IK} = \frac{IL}{IJ}$.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, (JK) et (ML) sont parallèles.



Comment démontrer que deux droites ne sont pas parallèles ?

Exemple : Démontrer que (UV) et (ST) ne sont pas parallèles.

Dans les triangles RUV et RST :

- R, U et S sont alignés dans le même ordre que R, V et T.

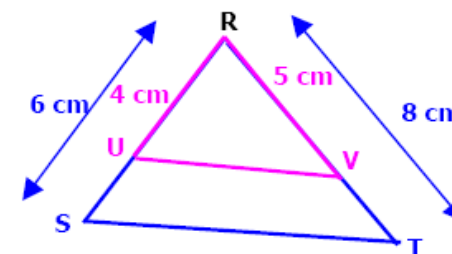
$$\frac{RU}{RS} = \frac{4}{6} \quad \text{et} \quad \frac{RV}{RT} = \frac{5}{8}$$

$$4 \times 8 = 32$$

$$6 \times 5 = 30$$

Les produits en croix ne sont pas égaux donc $\frac{RU}{RS} \neq \frac{RV}{RT}$.

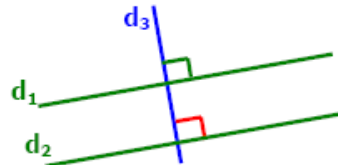
donc (UV) et (ST) ne sont pas parallèles.



Comment démontrer que deux droites sont perpendiculaires ?

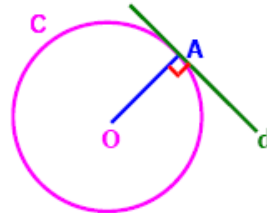
1. Avec les droites

P₉ Si deux droites sont parallèles et si une troisième est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.



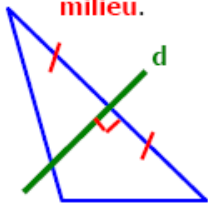
2. Avec la tangente à un cercle

P₁₀ Si une droite est tangente à un cercle alors elle est perpendiculaire au rayon au point de contact.

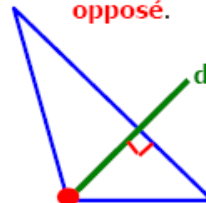


3. Avec les droites remarquables du triangle

P₁₁ Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment et elle passe par son milieu.

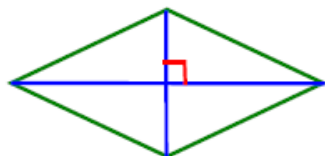


P₁₂ Si dans un triangle une droite est une hauteur alors elle passe par un sommet et est perpendiculaire au côté opposé.

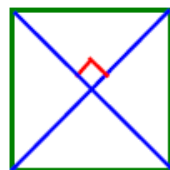


4. Avec les quadrilatères

P₁₃ Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont ses axes de symétrie et sont perpendiculaires.



P₁₄ Si un quadrilatère est un carré alors ses diagonales sont perpendiculaires.

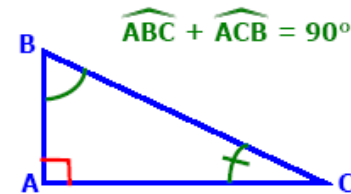


5

Comment démontrer qu'un triangle est rectangle ?

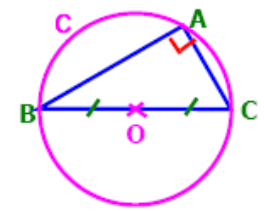
1. Avec les angles

P₁₅ Si un triangle a deux angles complémentaires alors il est rectangle.



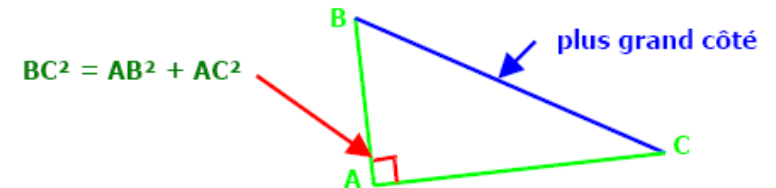
2. Avec un cercle

P₁₆ Si un côté d'un triangle est le diamètre d'un cercle et si le 3^{ème} sommet est sur ce cercle alors ce triangle est rectangle.



3. Avec la réciproque du théorème de Pythagore

P₁₇ Si dans un triangle ABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (BC étant la longueur du plus grand côté) alors ce triangle est rectangle en A.



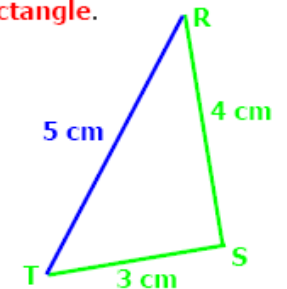
Exemple : Démontrer que le triangle RST est rectangle.

Dans le triangle RST, [RT] est le plus long côté.

$$\begin{array}{l|l} RT^2 = 5^2 & ST^2 + SR^2 = 3^2 + 4^2 \\ RT^2 = 25 & ST^2 + SR^2 = 9 + 16 \\ & ST^2 + SR^2 = 25 \end{array}$$

$$RT^2 = ST^2 + SR^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RST est rectangle en S.



6

Comment démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle ?

Exemple : Démontrer que le triangle EFG n'est pas rectangle.

Dans le triangle EFG, [FG] est le plus long côté.

$$FG^2 = 12^2$$

$$FG^2 = 144$$

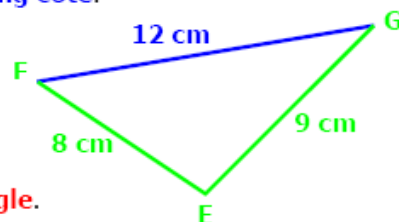
$$EF^2 + EG^2 = 8^2 + 9^2$$

$$EF^2 + EG^2 = 64 + 81$$

$$EF^2 + EG^2 = 145$$

$$FG^2 \neq EF^2 + EG^2$$

donc le triangle EFG n'est pas rectangle.

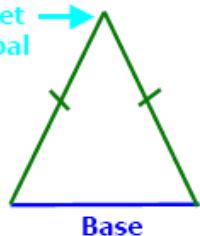


Comment démontrer qu'un triangle est isocèle ?

1. Avec les côtés

P₁₈ Si un triangle a deux côtés égaux alors il est isocèle.

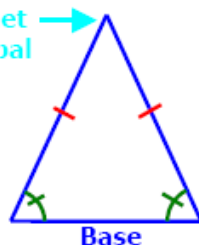
Sommet principal



2. Avec les angles

P₁₉ Si un triangle a deux angles égaux alors il est isocèle.

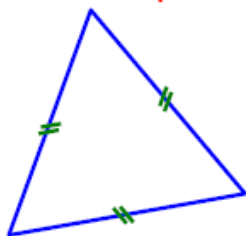
Sommet principal



Comment démontrer qu'un triangle est équilatéral ?

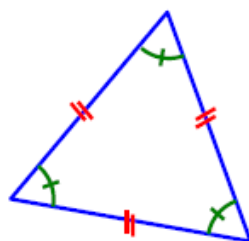
1. Avec les côtés

P₂₀ Si un triangle a trois côtés égaux alors il est équilatéral.



2. Avec les angles

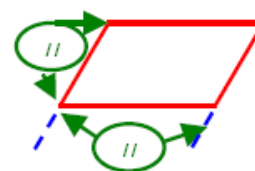
P₂₁ Si un triangle a trois angles égaux alors il est équilatéral.



Comment démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme ?

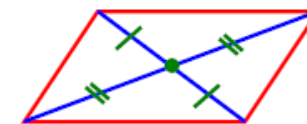
1. Avec la définition

P₂₂ Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme.



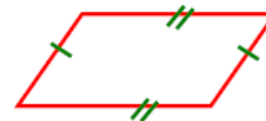
2. Avec les diagonales

P₂₃ Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.



3. Avec les côtés opposés

P₂₄ Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme.



P₂₅ Si un quadrilatère (non croisé) a 2 côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.



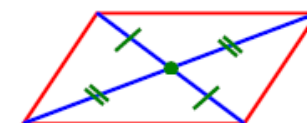
4. Avec les angles

P₂₆ Si un quadrilatère a ses angles opposés égaux alors c'est un parallélogramme.



5. Avec un centre de symétrie

P₂₇ Si un quadrilatère a un centre de symétrie alors c'est un parallélogramme.



Comment démontrer qu'un ... est un rectangle ?

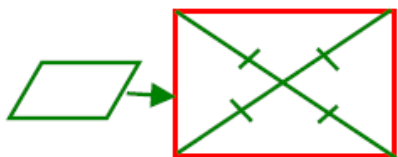
1. Avec la définition

P₂₈ Si un quadrilatère a trois angles droits alors c'est un rectangle.



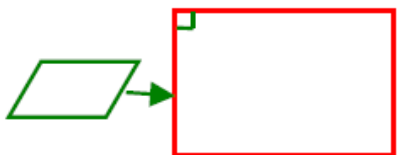
2. Avec les diagonales

P₂₉ Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.



3. Avec un angle droit

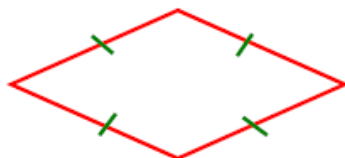
P₃₀ Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle.



Comment démontrer qu'un ... est un losange ?

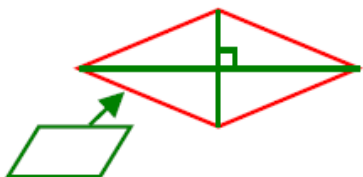
1. Avec la définition

P₃₁ Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur alors c'est un losange.



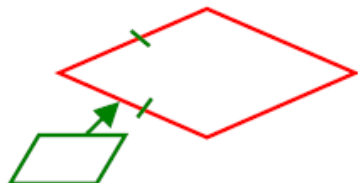
2. Avec les diagonales

P₃₂ Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.



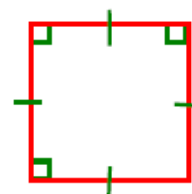
3. Avec les côtés

P₃₃ Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.



Comment démontrer qu'un quadrilatère est un carré ?

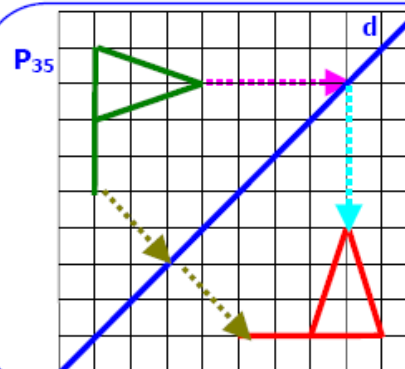
P₃₄ Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange alors c'est un carré.



Remarque :
Cela revient à démontrer que le quadrilatère a 3 angles droits et 4 côtés de même longueur.

Comment construire l'image d'une figure par une transformation ?

1. Par une symétrie axiale



Construire l'image du drapeau vert par la symétrie d'axe d.

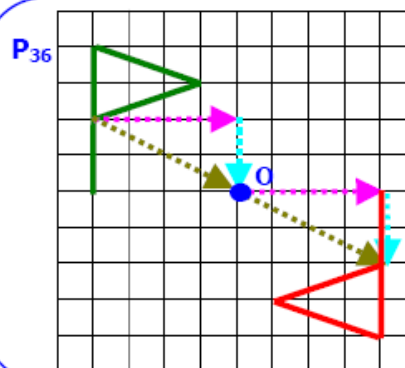
Avec les lignes horizontales et verticales :
4 carreaux vers la droite jusqu'à d
puis 4 carreaux vers le bas.

ou

Avec les diagonales :
diagonale de 2 carreaux sur 2 jusqu'à d et on recommence.

☞ Symétrie axiale → pliage

2. Par une symétrie centrale



Construire l'image du drapeau vert par la symétrie de centre O.

Avec les lignes horizontales et verticales :
4 carreaux vers la droite et 2 carreaux vers le bas jusqu'à O et on recommence.

ou

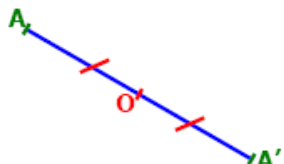
Avec les diagonales :
diagonale de 4 carreaux sur 2 jusqu'à O et on recommence.

☞ Symétrie centrale → demi-tour

Comment démontrer qu'un point est le milieu d'un segment ?

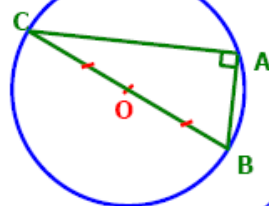
1. Avec la symétrie centrale

P₃₇ Si deux points A et A' sont symétriques par rapport à O alors O est le milieu de [AA'].



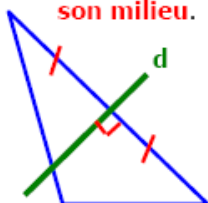
2. Avec le centre d'un cercle

P₃₈ Si un triangle est rectangle alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse.

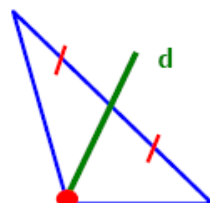


3. Avec les droites remarquables du triangle

P₃₉ Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment et elle passe par son milieu.

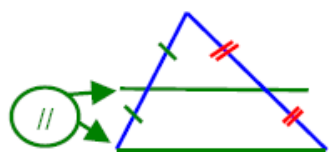


P₄₀ Si dans un triangle une droite est une médiane alors elle passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.



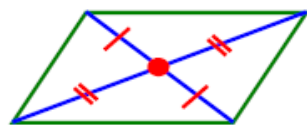
4. Avec un milieu et une parallèle

P₄₁ Si dans un triangle une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un 2^{ème} côté alors elle passe par le milieu du 3^{ème} côté.



5. Avec un parallélogramme

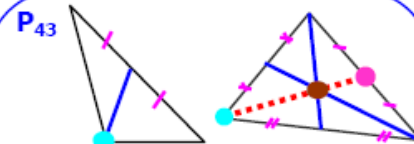
P₄₂ Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu.



Comment démontrer qu'une droite est médiane, médiatrice bissectrice ou hauteur ?

1. Médiane

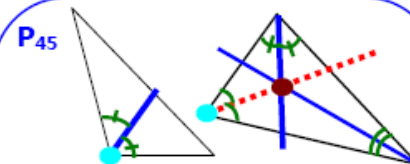
Une **médiane** et une **médiatrice** passent par un **milieu** : leur nom contient "médi"



- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **milieu** d'un côté.
- ou
- On montre qu'elle passe par le **milieu** d'un côté et par le **point d'intersection** de 2 médianes.
- ou
- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **point d'intersection** de 2 médianes.

3. Bissectrice d'un angle

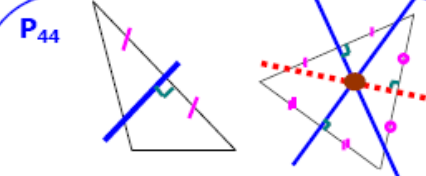
Une **bissectrice** partage un angle en 2 angles égaux : son nom contient "bi" qui veut dire **deux**.



- On montre qu'elle passe par un **sommet** et qu'elle partage l'angle en 2 angles égaux.
- ou
- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **point d'intersection** de 2 bissectrices.

Pas de 3^{ème} possibilité !

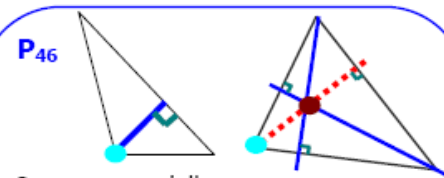
2. Médiatrice



- On montre qu'elle passe par le **milieu** d'un côté et qu'elle est **perpendiculaire** à ce côté.
- ou
- On montre qu'elle passe par le **milieu** d'un côté et par le **point d'intersection** de 2 médiatrices.
- ou
- On montre qu'elle est **perpendiculaire** à un côté et qu'elle passe par le **point d'intersection** de 2 médiatrices.

4. Hauteur

Une **hauteur** : c'est l'exception, pas de moyen mnémotechnique ! 😞

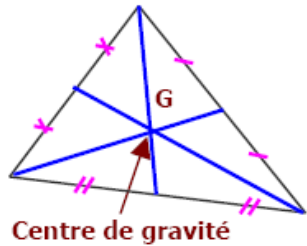


- On montre qu'elle passe par un **sommet** et qu'elle est **perpendiculaire** au côté opposé.
- ou
- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **point d'intersection** de 2 hauteurs.
- ou
- On montre qu'elle est **perpendiculaire** à un côté et qu'elle passe par le **point d'intersection** de 2 hauteurs.

Comment montrer qu'un point est un point particulier d'un triangle ?

1. Centre de gravité

P₄₇ On montre que c'est le point d'intersection de 2 médianes.



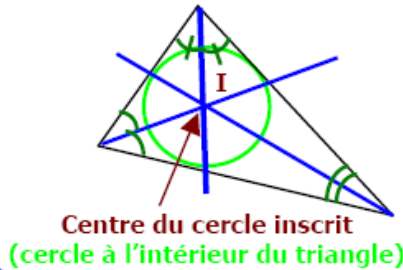
2. Centre du cercle circonscrit

P₄₈ On montre que c'est le point d'intersection de 2 médiatrices.



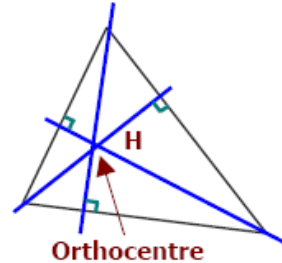
3. Centre du cercle inscrit

P₄₉ On montre que c'est le point d'intersection de 2 bissectrices.



4. Orthocentre

P₅₀ On montre que c'est le point d'intersection de 2 hauteurs.



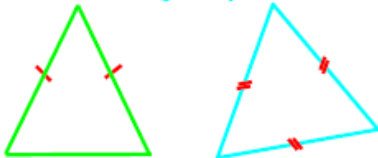
Comment démontrer que deux segments ont la même longueur ?

1. Avec un triangle

P₅₁ On montre qu'ils sont des côtés d'un triangle isocèle.

ou

On montre qu'ils sont les côtés d'un triangle équilatéral.



2. Avec un quadrilatère

P₅₂ On montre qu'ils sont des côtés consécutifs d'un cerf-volant, d'un losange ou d'un carré.

ou

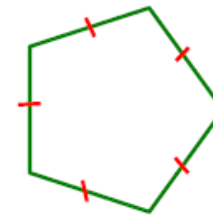
On montre qu'ils sont des côtés opposés d'un parallélogramme, d'un rectangle, d'un losange ou d'un carré.



13

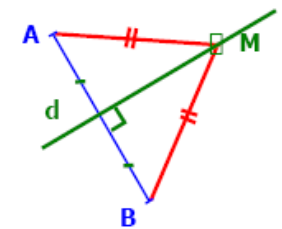
3. Avec un polygone régulier

P₅₃ Si un polygone est régulier alors tous ses côtés sont de même longueur.



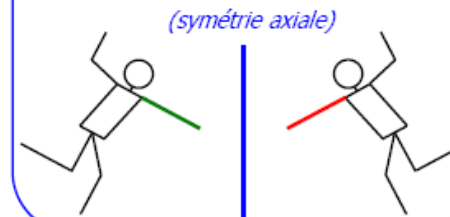
4. Avec une médiatrice

P₅₄ Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est à la même distance des extrémités du segment.

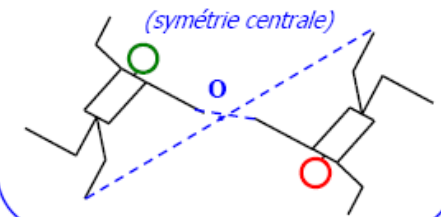


5. Avec une transformation

P₅₅ L'image d'un segment par une transformation (symétrie axiale ou centrale) est un segment de même longueur.



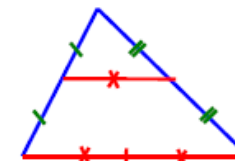
P₅₆ L'image d'un cercle par une transformation (symétrie axiale ou centrale) est un cercle de même rayon.



Comment calculer la longueur d'un segment ?

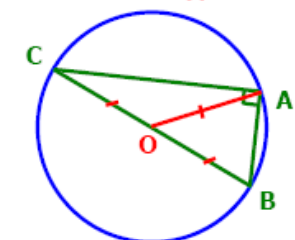
1. Avec 2 milieux

P₅₇ Si dans un triangle un segment a pour extrémités les milieux de 2 côtés alors il a pour longueur la moitié du 3^{ème} côté.



2. Avec une médiane

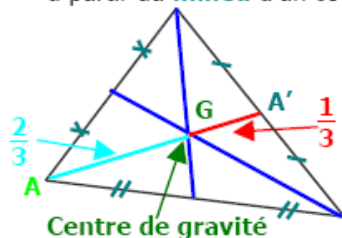
P₅₈ Si un triangle est rectangle alors la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de l'hypoténuse.



14

3. Avec un centre de gravité

P₅₉ Le centre de gravité est situé au $\frac{1}{3}$ de chaque médiane à partir du milieu d'un côté.



Exemple : Calculer GA' et GA sachant que $AA' = 6$ cm.

G est situé au $\frac{1}{3}$ de AA' à partir de A' :

$$GA' = \frac{1}{3} \times 6 = \frac{1 \times 2 \times 3}{3} = 2 \text{ cm}$$

G est situé aux $\frac{2}{3}$ de AA' à partir de A :

$$GA = \frac{2}{3} \times 6 = \frac{2 \times 2 \times 3}{3} = 4 \text{ cm}$$

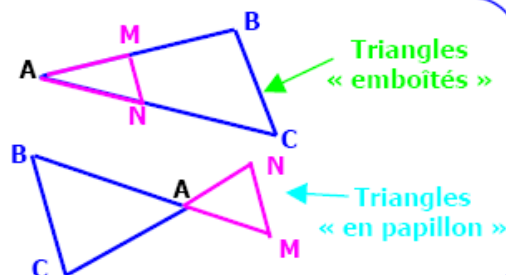
4. Avec la propriété de Thalès

P₆₀

Si dans les triangles AMN et ABC :

- A, M et B sont alignés ;
- A, N et C sont alignés ;
- (MN) et (BC) sont parallèles.

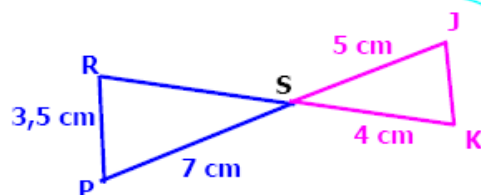
alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



Exemple :

$SJ = 5$ cm ; $SK = 4$ cm ;
 $SP = 7$ cm ; $RP = 3,5$ cm ;
 (JK) et (RP) sont parallèles.

Calculer JK et RS .



Dans les triangles SJK et SRP :

- J, S et P sont alignés ;
- K, S et R sont alignés ;
- (JK) et (RP) sont parallèles.

alors $\frac{SJ}{SP} = \frac{SK}{SR} = \frac{JK}{RP}$ soit encore $\frac{5}{7} = \frac{4}{SR} = \frac{JK}{3,5}$

Calcul de JK :

$$\frac{5}{7} = \frac{JK}{3,5}$$

donc $JK = \frac{5 \times 3,5}{7} = 2,5 \text{ cm}$

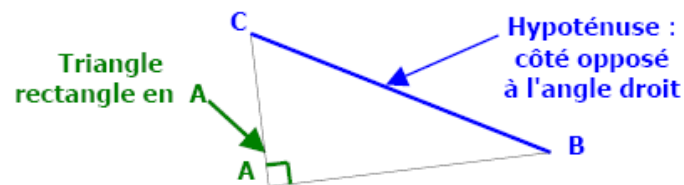
Calcul de RS :

$$\frac{5}{7} = \frac{4}{SR}$$

donc $RS = \frac{4 \times 7}{5} = 5,6 \text{ cm}$

5. Avec le théorème de Pythagore

P₆₁ Si ABC est un triangle rectangle en A alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



Remarque : On a aussi $AB^2 = BC^2 - AC^2$ et $AC^2 = BC^2 - AB^2$

Vérifications à envisager :

- On peut vérifier en mesurant sur le dessin (lorsqu'il est fait en vraie grandeur).
- L'hypoténuse doit être plus longue que les côtés de l'angle droit.

Exemple : Calculer la longueur de l'hypoténuse

Calculer RT (valeur exacte et valeur arrondie à 1 mm près).

Dans le triangle RST rectangle en S , d'après le théorème de Pythagore :

$$RT^2 = SR^2 + ST^2$$

$$RT^2 = 4^2 + 5^2$$

$$RT^2 = 16 + 25$$

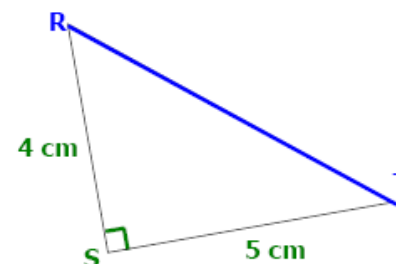
$$RT^2 = 41$$

$$RT = \sqrt{41} \text{ cm}$$

valeur exacte

$$RT \approx 6,4 \text{ cm}$$

valeur arrondie à 1 mm près



Exemple : Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

Calculer JK (valeur exacte et valeur arrondie à 1 mm près).

Dans le triangle IJK rectangle en J , d'après le théorème de Pythagore :

$$JK^2 = IK^2 - IJ^2$$

$$JK^2 = 6^2 - 4^2$$

$$JK^2 = 36 - 16$$

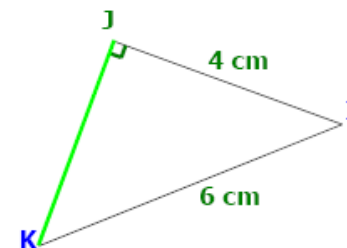
$$JK^2 = 20$$

$$JK = \sqrt{20} \text{ cm}$$

valeur exacte

$$JK \approx 4,5 \text{ cm}$$

valeur arrondie à 1 mm près



6. Avec la trigonométrie : CAH SOH TOA

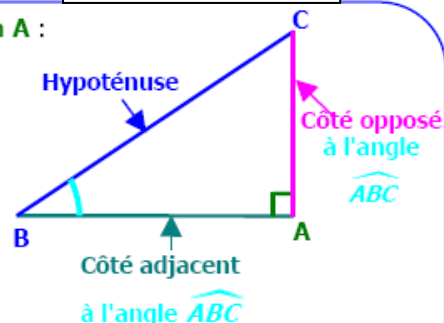
« CASSE-TOI ! »

P₆₂ Dans le triangle ABC rectangle en A :

CAH $\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$

SOH $\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$

TOA $\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{AC}{AB}$



Remarque : Pour tout angle aigu $\widehat{ABC}$:

$$0 < \sin \widehat{ABC} < 1 \quad 0 < \cos \widehat{ABC} < 1 \quad 0 < \tan \widehat{ABC}$$



Penser à régler la calculatrice sur le mode degrés : DEG

Exemple : Calculer la longueur de l'hypoténuse

Calculer BT (valeur exacte et valeur arrondie au dixième).

On connaît le côté opposé, on cherche l'hypoténuse donc on utilise : SOH

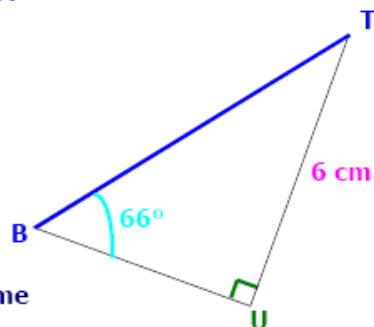
Dans le triangle BUT rectangle en U :

$$\sin \widehat{UBT} = \frac{UT}{BT} \text{ soit encore } \frac{\sin 66^\circ}{1} = \frac{6}{BT}$$

$$BT = \frac{6 \times 1}{\sin 66^\circ}$$

$$BT = \frac{6}{\sin 66^\circ} \text{ cm} \quad \text{valeur exacte}$$

$$BT \approx 6,6 \text{ cm} \quad \text{valeur arrondie au dixième}$$



Exemple : Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

Calculer DE (valeur exacte et valeur arrondie au dixième).

On connaît le côté adjacent, on cherche le côté opposé donc on utilise : TOA

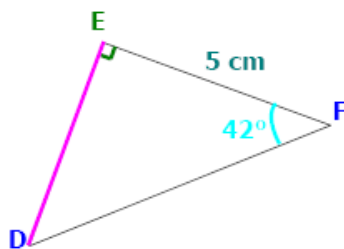
Dans le triangle DEF rectangle en E :

$$\tan \widehat{EFD} = \frac{DE}{EF} \text{ soit encore } \frac{\tan 42^\circ}{1} = \frac{DE}{5}$$

$$DE = \frac{5 \times \tan 42^\circ}{1}$$

$$DE = 5 \times \tan 42^\circ \text{ cm} \quad \text{valeur exacte}$$

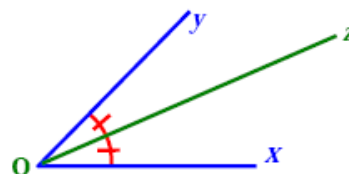
$$DE \approx 4,5 \text{ cm} \quad \text{valeur arrondie au dixième}$$



Comment démontrer que deux angles ont la même mesure ?

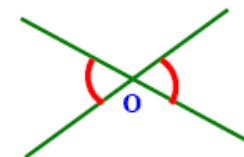
1. Avec une bissectrice

P₆₃ Si une droite ou une demi-droite est la bissectrice d'un angle alors elle partage cet angle en deux angles égaux.



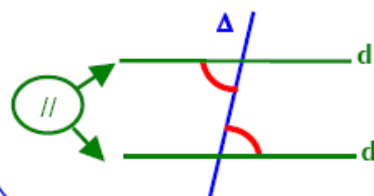
2. Avec des angles opposés par le sommet

P₆₄ Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils sont égaux.

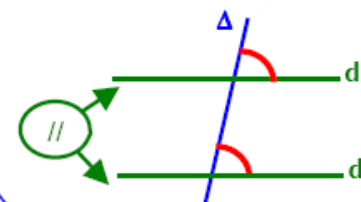


3. Avec des droites parallèles

P₆₅ Si deux droites parallèles et une sécante forment des angles alternes-internes alors ils sont égaux.

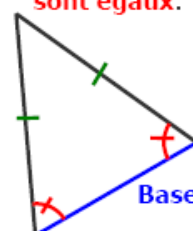


P₆₆ Si deux droites parallèles et une sécante forment des angles correspondants alors ils sont égaux.

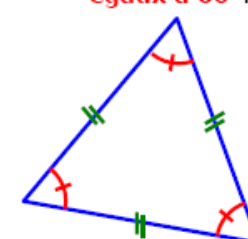


4. Avec des triangles particuliers

P₆₇ Si un triangle est isocèle alors ses angles à la base sont égaux.



P₆₈ Si un triangle est équilatéral alors ses trois angles sont égaux à 60°.



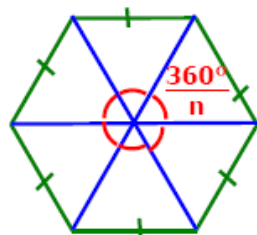
5. Avec un parallélogramme

P₆₉ Si un quadrilatère est un parallélogramme (un rectangle, un losange ou un carré) alors ses angles opposés sont égaux.



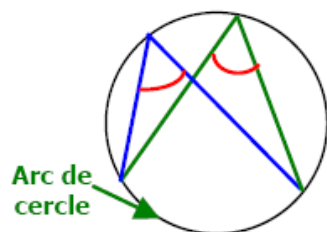
6. Avec un polygone régulier

P₇₀ Si un polygone à n côtés est régulier alors tous ses angles au centre sont égaux à $\frac{360^\circ}{n}$.



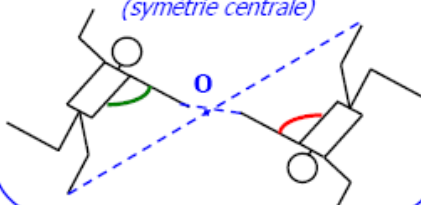
7. Avec un cercle

P₇₁ Si deux angles inscrits interceptent le même arc de cercle alors ils sont égaux.



8. Avec une transformation

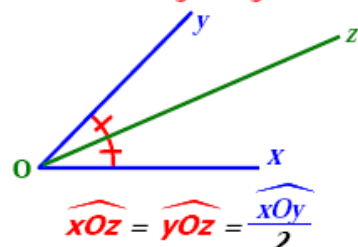
P₇₂ L'image d'un angle par une transformation (symétrie axiale ou centrale) est un angle de même mesure. (symétrie centrale)



Comment calculer la mesure d'un angle ?

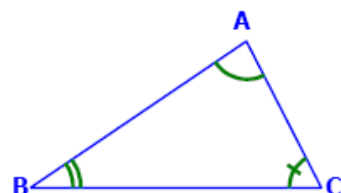
1. Avec une bissectrice

P₇₃ Si une droite ou une demi-droite est la bissectrice d'un angle alors elle partage cet angle en deux angles égaux.



2. Dans un triangle

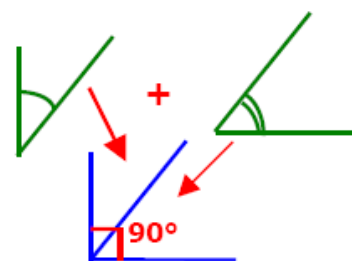
P₇₄ La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .



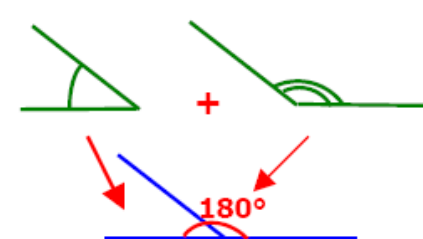
$$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180^\circ$$

3. Avec des angles complémentaires ou supplémentaires

P₇₅ Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme est égale à 90° .

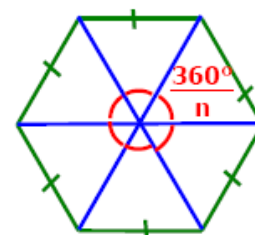


P₇₆ Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme est égale à 180° .



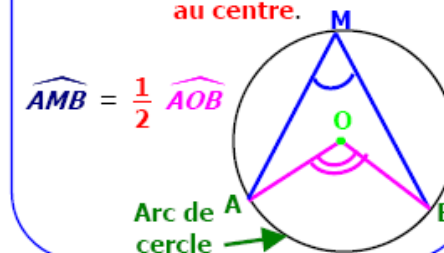
4. Dans un polygone régulier

P₇₇ Si un polygone à n côtés est régulier alors tous ses angles au centre sont égaux à $\frac{360^\circ}{n}$.



5. Dans un cercle

P₇₈ Si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc de cercle alors l'angle inscrit est égal à la moitié de l'angle au centre.



6. Avec la trigonométrie : SOHCAHTOA (voir rappel P₆₆ page 18)

Exemple : Calculer $\widehat{ASC}$ à 1° près.

On connaît le côté adjacent et l'hypoténuse donc on utilise : CAH

Dans le triangle SAC rectangle en C :

$$\cos \widehat{ASC} = \frac{SC}{SA}$$

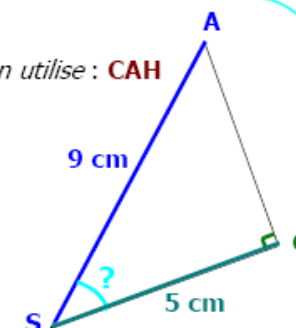
$$\cos \widehat{ASC} = \frac{5}{9} \quad \leftarrow \text{Cosinus de l'angle (Nombre entre 0 et 1)}$$

$$\widehat{ASC} \approx 56^\circ \quad \text{à } 1^\circ \text{ près.} \quad \leftarrow \text{Angle aigu (entre } 0^\circ \text{ et } 90^\circ)$$



Pour obtenir l'angle à partir du cosinus, on utilise la touche

Acs ou **cos⁻¹** obtenue avec la touche **2nd** ou **SHIFT**.



Comment exprimer et calculer un périmètre ?

1. Unités de longueur

P₇₉ Le périmètre d'une figure s'exprime avec une unité de longueur.

L'unité principale de longueur est le mètre (m) ; $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			7	9	2	
0	0	5	8			

Exemple de conversions : $7,92 \text{ m} = 792 \text{ cm}$ et $58 \text{ m} = 0,058 \text{ km}$

Remarque : Pour calculer un périmètre, il faut s'assurer que toutes les longueurs de la figure sont exprimées dans la même unité.

2. Pour un polygone

P₈₀ Pour calculer le périmètre d'un polygone, on additionne les longueurs de tous ses côtés.



3. Pour un cercle

$$P_{81} \quad \boxed{P = \pi \times d}$$

ou $\boxed{P = 2 \times \pi \times r}$

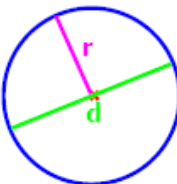
Remarque :

Valeur exacte :

On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :

On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



1. Unités d'aire

Comment exprimer et calculer une aire ?

P₈₂ L'aire d'une figure s'exprime avec une unité d'aire.

L'unité principale d'aire est le mètre carré (m²) ; $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
			4	9	0	
			0	9	1	3

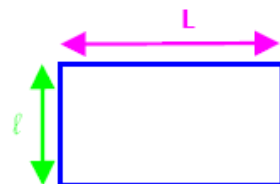
Exemple de conversions : $4,9 \text{ m}^2 = 490 \text{ dm}^2$ et $91,3 \text{ cm}^2 = 0,913 \text{ dm}^2$

Remarques :

- Pour calculer une aire, il faut s'assurer que toutes les longueurs de la figure sont exprimées dans la même unité.
- Si les longueurs sont en m, l'aire est en m² etc...

2. Pour un rectangle

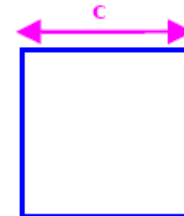
$$P_{83} \quad \boxed{A = L \times \ell}$$



3. Pour un carré

$$P_{84} \quad \boxed{A = c \times c}$$

ou $\boxed{A = c^2}$

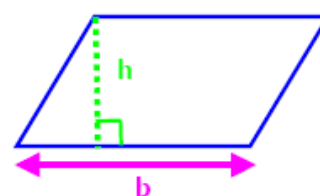


4. Pour un parallélogramme

$$P_{85} \quad \boxed{A = \text{base} \times \text{hauteur}}$$

ou

$$\boxed{A = b \times h}$$

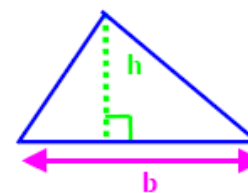


5. Pour un triangle

$$P_{86} \quad \boxed{A = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}}$$

ou

$$\boxed{A = \frac{b \times h}{2}}$$



6. Pour un disque

$$P_{87} \quad \boxed{A = \pi \times r \times r}$$

ou $\boxed{A = \pi \times r^2}$

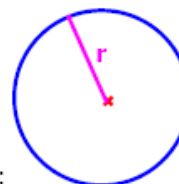
Remarque :

Valeur exacte :

On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :

On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



7. Pour une sphère

$$P_{88} \quad \boxed{A = 4 \times \pi \times r \times r}$$

ou $\boxed{A = 4 \times \pi \times r^2}$

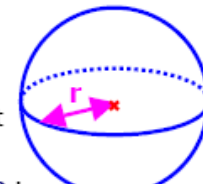
Remarque :

Valeur exacte :

On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :

On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



Comment exprimer et calculer un volume ?

1. Unités de volume

P₈₉ Le volume d'un solide s'exprime avec une unité de volume.

L'unité principale de volume est le mètre cube (m³) ; $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$

m ³	dm ³ ou L	cm ³	mm ³
		7 4 3 0	
0 8 4 6			

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$$

Exemple de conversions : $7,43 \text{ dm}^3 = 7\,430 \text{ cm}^3$ et $846 \text{ L} = 0,846 \text{ m}^3$

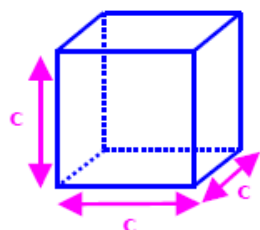
Remarques : - Pour calculer un volume, il faut s'assurer que toutes les dimensions du solide sont exprimées dans la même unité.
- Si les dimensions sont en m, le volume est en m³ etc...

2. Pour un cube

P₉₀ $V = c \times c \times c$

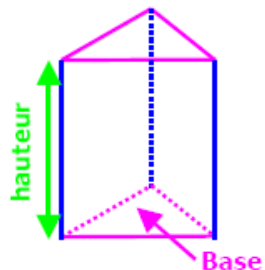
ou

$$V = c^3$$



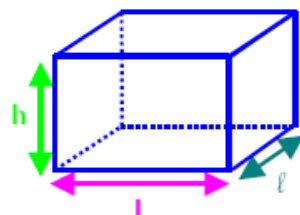
4. Pour un prisme droit

P₉₂ $V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$



3. Pour un pavé droit

P₉₁ $V = L \times l \times h$



5. Pour un cylindre

P₉₃ $V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

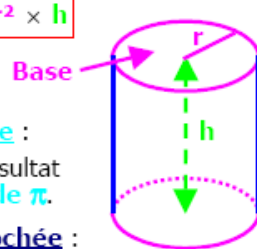
ou $V = \pi \times r^2 \times h$

Remarque :

Valeur exacte :
On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :

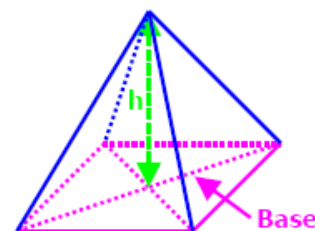
On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



6. Pour une pyramide

P₉₄

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$



7. Pour un cône

P₉₅

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

ou

$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$

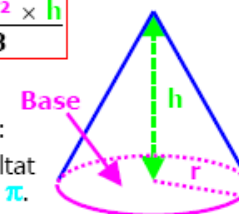
Remarque :

Valeur exacte :

On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :

On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



8. Pour une boule

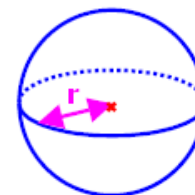
P₉₆

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r \times r \times r \quad \text{ou} \quad V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

Remarque :

Valeur exacte : On laisse le résultat en fonction de π .

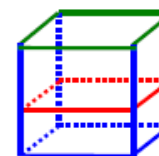
Valeur approchée : On calcule en prenant $\pi \approx 3,14$.



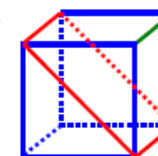
Comment représenter la section d'un solide par un plan ?

1. Sections de cube

P₉₇ La section d'un cube par un plan parallèle à une face est un carré.

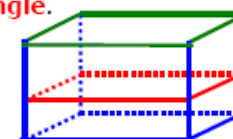


P₉₈ La section d'un cube par un plan parallèle à une arête est un rectangle.

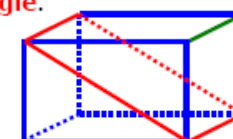


2. Sections de pavé droit

P₉₉ La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face est un rectangle.

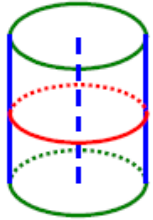


P₁₀₀ La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un rectangle.

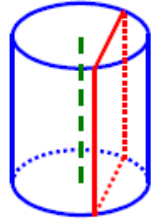


3. Sections de cylindre

P₁₀₁ La section d'un cylindre par un plan parallèle à la base est un disque.

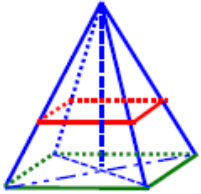


P₁₀₂ La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe est un rectangle.



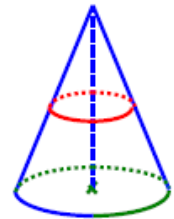
4. Section de pyramide

P₁₀₃ La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone de même nature que la base.



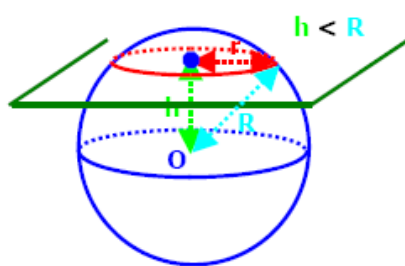
5. Section de cône

P₁₀₄ La section d'un cône par un plan parallèle à la base est un disque.



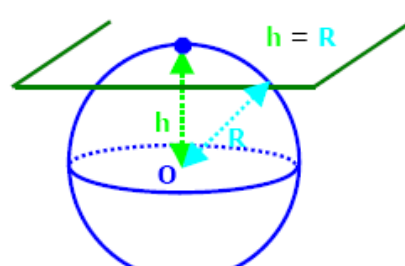
6. Sections de sphère

P₁₀₅ La section d'une sphère par un plan est un cercle.



Calcul du rayon r : $r^2 + h^2 = R^2$

P₁₀₆ Le plan et la sphère ont un seul point commun.



Le plan est tangent à la sphère.

Remarque : si $h > R$ Le plan et la sphère n'ont aucun point commun.

Comment utiliser les effets d'un agrandissement ou d'une réduction ?

Agrandissement : $k > 1$

Réduction : $0 < k < 1$

1. Sur une longueur

P₁₀₇ Dans un agrandissement ou une réduction de coefficient k , on multiplie les longueurs par k .

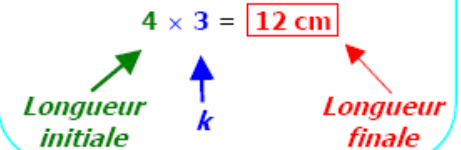
Longueur initiale

$\times k$

Longueur finale

Remarque : Les angles de la figure sont conservés.

Exemple : L'arête d'un cube mesure 4 cm. Quelle est sa longueur après un agrandissement de coefficient 3 ?



2. Sur une aire

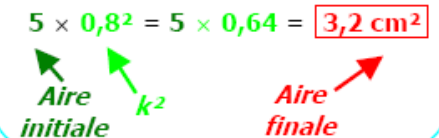
P₁₀₈ Dans un agrandissement ou une réduction de coefficient k , on multiplie les aires par k^2 .

Aire initiale

$\times k^2$

Aire finale

Exemple : L'aire d'un triangle est 5 cm². Quelle est son aire après une réduction de coefficient 0,8 ?



3. Sur un volume

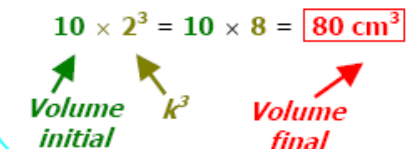
P₁₀₉ Dans un agrandissement ou une réduction de coefficient k , on multiplie les volumes par k^3 .

Volume initial

$\times k^3$

Volume final

Exemple : Le volume d'une pyramide est 10 cm³. Quel est son volume après un agrandissement de coefficient 2 ?



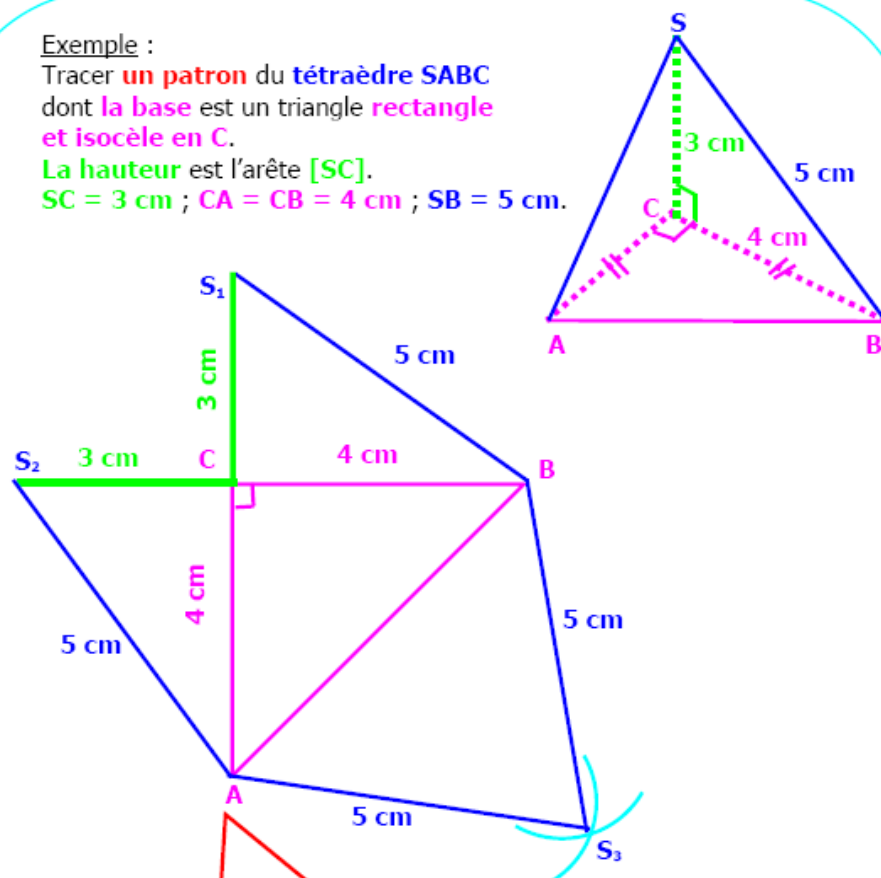
Comment tracer un patron de solide ?

Exemple :

Tracer **un patron** du **tétraèdre SABC**
dont **la base** est un triangle **rectangle**
et isocèle en C.

La **hauteur** est l'arête **[SC]**.

SC = 3 cm ; CA = CB = 4 cm ; SB = 5 cm.



- On trace **la base ABC**.
- On trace **les triangles SAC et SCB** rectangles en C.
- On trace **un arc de cercle** de **centre A** et de **rayon 5 cm**.
- On trace **un arc de cercle** de **centre B** et de **rayon 5 cm**.

INDEX

GEOMETRIE	Pages
Agrandissement - réduction	26
Aire	21 - 22
Angles	18 - 19 - 20
Bissectrice	12 - 19 - 20
Carré	10
Centre de gravité	13 - 15
Cercle circonscrit - inscrit	13
Cône	24 - 25
Hauteur	12
Losange	9
Médiane	12
Médiatrice	12
Orthocentre	13
Parallélogramme	8
Patron	27
Périmètre	21
Pyramide	24 - 25 - 27
Pythagore	16
Réciproque de Pythagore	6
Réciproque de Thalès	4
Rectangle	9
Section d'un solide	24 - 25
Sinus, cosinus, tangente	17 - 20
Sphère - Boule	22 - 24 - 25
Symétrie axiale	10 - 14 - 19
Symétrie centrale	3 - 10 - 14 - 19
Thalès	15
Triangle équilatéral	7
Triangle isocèle	7
Triangle rectangle	6
Volume	23 - 24