

Sommaire : ALGEBRE

	Pages
Conseils pour le brevet	2
• Comment donner un résultat ?	3
• Comment utiliser sa calculatrice ?	4
• Comment déterminer le PGCD de 2 nombres ?	5
• Comment simplifier une fraction ?	6
• Comment savoir si deux entiers sont premiers entre eux ?	6
• Comment utiliser un tableur ?	7
• Comment résoudre un problème ouvert ?	8
• Comment calculer avec : - des nombres relatifs ?	9 - 10
- des puissances et des puissances de 10 ?	11 - 12
- des fractions ?	13
- des racines carrées ?	14
• Comment développer et réduire ?	15 - 16
• Comment calculer une expression littérale pour une valeur donnée ? ...	17
• Comment factoriser ?	17 - 18
• Comment résoudre : - une équation ou une inéquation du 1 ^{er} degré ? ..	19
- une équation produit ?	20
- une équation $x^2 = a$?	20
• Comment faire un exercice récapitulatif ?	21
• Comment résoudre un système de 2 équations à 2 inconnues ?	22 - 23
• Comment mettre un problème en équation ?	23
• Comment reconnaître une situation de proportionnalité ?	24
• Comment calculer : - une 4 ^{ème} proportionnelle ?	24
- avec des pourcentages ?	25
• Comment convertir des durées ?	26
• Comment calculer des grandeurs composées ?	26
• Comment travailler avec des fonctions ?	27
• Comment tracer et utiliser la représentation graphique d'une fonction ?	28
• Comment travailler avec des fonctions affines ?	29
• Comment tracer et utiliser la représentation graphique d'une fonction affine ?	30 - 31
• Comment résoudre un problème avec des fonctions ?	32
• Comment calculer des effectifs et des fréquences ?	33
• Comment représenter une série statistique ?	33
• Comment calculer moyenne, médiane, étendue, 1 ^{er} et 3 ^{ème} quartiles ? ...	34 - 35
• Comment calculer des probabilités ?	35 - 36

CONSEILS POUR LE BREVET

1. Se préparer avant l'épreuve

Vérifiez que vous avez **tout votre matériel** :

- **De quoi écrire** (pensez aux recharges pour vos stylos plume et aux crayons de papier bien taillés).
- **De quoi bien présenter** (stylos de couleurs différentes).
- **De quoi bien dessiner** (matériel de géométrie en bon état).
- **De quoi bien calculer** (le jour du brevet, empruntez donc **une 2^{ème} calculatrice** car en cas de panne, personne ne pourra vous en prêter une).

3. Savoir rédiger votre copie

- **Traitez les questions dans l'ordre** (si vous ne savez pas faire une question, laissez de la place et revenez-y plus tard ; pensez que vous pouvez souvent faire la suivante).
- **Faites vos figures sur une feuille à part** en indiquant le numéro de l'exercice (cela vous permettra d'avoir toujours la figure sous les yeux).
- En géométrie, **vérifiez si les hypothèses que vous utilisez sont bien dans l'énoncé ou déjà démontrées** et **ne mélangez pas le langage mathématique et le français** dans une même phrase.

2. Savoir présenter votre copie

- **N'oubliez pas** que **l'orthographe** et **la présentation** de la copie sont notées.
- Prévoyez **une copie double pour chaque partie** (cela vous permettra de commencer par la partie que vous préférez et de passer facilement d'une partie à l'autre).
- **Ecrivez bien sur les lignes.**
- **Sautez une ligne entre chaque question** et **écrivez clairement le numéro de la question.**
- **Encadrez vos résultats** ou **soulignez vos réponses.**

4. Savoir relire votre copie

Relisez plusieurs fois en **vérifiant** :

- **la 1^{ère} fois** : **si les résultats sont possibles** (par exemple, dans le cas du calcul de l'hypoténuse, le résultat doit être plus grand que les deux autres côtés) ;
- **la 2^{ème} fois** : **si la réponse donnée correspond à la question posée** (si le texte précise par exemple valeur exacte, vous ne devez pas donner de valeur approchée) ;
- **la 3^{ème} fois** : **les unités** et **les notations de géométrie** ;
- **la 4^{ème} fois** : **l'orthographe.**

Comment donner un résultat ?

1. Valeur exacte

Si la question est "Calculer", il faut donner une **valeur exacte**.

Fraction

- Laisser le résultat sous forme de **fraction simplifiée** si la division ne se termine pas :
 - si on trouve $\frac{15}{7}$, le résultat sera $\frac{15}{7}$
- Effectuer la division** si le résultat est demandé sous forme **décimale** (cela veut dire que la division se termine), par exemple :
 - si on trouve $\frac{15}{2}$, le résultat sera $7,5$
 - si on trouve $\frac{12}{3}$, le résultat sera 4

Racine carrée

- Laisser le résultat sous forme de **racine carrée** sauf dans **ce type de situations** :
 - si on trouve $\sqrt{25}$, le résultat est 5
 - si on trouve $\sqrt{0,81}$, le résultat est $0,9$
 - si on trouve $\sqrt{\frac{4}{9}}$, le résultat est $\frac{2}{3}$
- Si on trouve $\sqrt{3}$, le résultat est $\sqrt{3}$

Calcul avec π

- Laisser π sans le remplacer par 3,14. Pour le **périmètre d'un cercle** de rayon 3 cm, la réponse sera 6π cm.
- On calcule avec π comme avec x .
Exemple : $5 + 2\pi + 4\pi = 5 + 6\pi$

2. Arrondi

Si la question est "Calculer à ... près", il faut donner un **résultat arrondi**. Cela veut dire que **le calcul ne se termine pas**. On utilise le **symbole** .

- Si on veut l'arrondi avec un certain nombre de chiffres après la virgule, **il faut prévoir un chiffre de plus après la virgule** lorsque l'on effectue le calcul.
- Arrondir à $\frac{1}{10}$ près** : le résultat final doit avoir **1 chiffre après la virgule**, le chiffre des **dixièmes**.

- Arrondi à $\frac{1}{10}$ près : $\frac{20}{3} = 6,6\overline{6}$
Le chiffre suivant est **supérieur ou égal à 5** donc on prend la valeur approchée « **au-dessus** » : $6,7$
- Arrondi à $\frac{1}{10}$ près : $\frac{10}{3} = 3,3\overline{3}$
Le chiffre suivant est **inférieur à 5**, donc on prend la valeur approchée « **en dessous** » : $3,3$

3. Résultat possible ou impossible ?

☞ Dans tous les cas, il faut penser à **vérifier** si le **résultat** est **possible**.

Exemples : - Si vous trouvez 300 km.h^{-1} pour **la vitesse d'un camion**, dites-vous que **c'est impossible !!!**
- Si vous trouvez que **la longueur d'un côté de l'angle droit** d'un triangle rectangle **est plus petite que l'hypoténuse**, dites-vous que **c'est possible**.

Comment utiliser sa calculatrice ?

1. Trouver le type de la calculatrice : type 1, 2 ou 3



Type 1
FX 92 2D etc



Type 2
On tape $\sqrt{25}$ [EXE]



Type 3
On tape $25 \sqrt{\quad}$

2. Calculatrices de type 1 : choisir le mode

Pour choisir le mode **Math** ou **Line IO** : **shift** suivi de **setup** puis **1** ou **2**.
Math permet de faire des calculs écrits comme sur une **copie de math**.
Line IO permet d'écrire les calculs en **ligne** comme sur les calculatrices de **type 2**.
☞ En cas de problème, mode puis 1 et ensuite choisir Math ou Line IO.

3. Utiliser la calculatrice

Pour chaque calcul : - sur la première ligne, ce qui doit s'afficher sur l'écran.
- sur la 2^{ème} ligne, ce qui doit être tapé.

	Type 1	Type 2	Type 3
Racines	$3\sqrt{50} + 7\sqrt{8} - 5 = -5 + 29\sqrt{2}$ $3\sqrt{50} \rightarrow + 7\sqrt{8} \rightarrow - 5$ [EXE] Les flèches indiquent qu'il faut appuyer sur la grosse touche ronde pour déplacer le curseur du côté indiqué par la flèche.	On ne peut pas faire de calculs comme ci-contre. On peut seulement calculer des racines carrées et obtenir une valeur exacte ou arrondie. $\sqrt{25} = 5$ $\sqrt{25}$ [EXE]	5 $25 \sqrt{\quad} =$
Fractions	$\frac{2}{3} + \frac{1}{7} = \frac{17}{21}$ $\frac{2}{3} \downarrow 3 \rightarrow + \frac{1}{7} \downarrow 7$ [EXE]	Il faut trouver la touche fraction : $\frac{a+b/c}{d/c}$ Nous la noterons $\frac{d/c}{d/c}$. Certaines calculatrices ne permettent pas les calculs de fractions. $2 \downarrow 3 + 1 \downarrow 7 = 17 \downarrow 21$ $2 \frac{d/c}{d/c} 3 + 1 \frac{d/c}{d/c} 7$ [EXE]	
Cosinus	Pour choisir les degrés : shift suivi de setup et 3 $\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 30$ [EXE]	Pour choisir les degrés : mode 2 fois puis 1 $\cos 30 = 0,866025\dots$ $\cos 30$ [EXE]	$0,866025\dots$ $30 \cos =$
Angle	$\cos^{-1}(0,5) = 60$ $\text{shift cos } 0,5$ [EXE]	Il faut repérer la touche Shift ou 2 nd ou seconde ... Nous l'appellerons Shift . $\cos^{-1} 0,5 = 60$ $\text{shift cos } 0,5$ [EXE]	60 $0,5 \text{ shift cos}$
Reste	$25 \div R3 \leftarrow 8, R=1 \rightarrow$ Quotient Reste $25 \div R 3$ [EXE]	$25 \div R3 \leftarrow 8 \quad 1 \rightarrow$ Quotient Reste $25 \div R 3$ [EXE]	$\leftarrow 8 \quad 1 \rightarrow$ Quotient Reste $25 \div 3 =$

Comment déterminer le PGCD de deux nombres ?

1. Par soustractions successives (algorithme des différences)

Si a et b sont deux nombres entiers naturels tels que $a > b$
alors $\text{PGCD}(a; b) = \text{PGCD}(b; a - b)$

le plus petit la différence

Exemple : Recherche du PGCD de 210 et 126

On soustrait les deux nombres donnés : $210 - 126 = 84$;
On garde les deux plus petits 126 et 84 et on recommence ;
On s'arrête lorsque la différence est nulle.
Le PGCD de 210 et 126 est la dernière différence non nulle.

Plus grand nombre : a	Plus petit nombre : b	Différence : a - b
210	126	84
126	84	42
84	42	42
42	42	0

Donc $\text{PGCD}(210; 126) = 42$

2. Par divisions successives (algorithme d'Euclide)

Si a et b sont deux nombres entiers naturels tels que $a > b$ $\begin{array}{l} a \\ b \\ \hline r \\ q \end{array}$
alors $\text{PGCD}(a; b) = \text{PGCD}(b; r)$

le plus petit reste de la division euclidienne de a par b

Exemple : Recherche du PGCD de 1 078 et 322

On divise le plus grand nombre 1 078 par le plus petit 322.
On garde le diviseur 322 et le reste 112 de la division et on recommence. On s'arrête lorsque le reste est nul.
Le PGCD de 1 078 et 322 est le dernier reste non nul.

Plus grand nombre : a	Plus petit nombre : b	Reste de la division euclidienne de a par b
1 078	322	112
322	112	98
112	98	14
98	14	0

Donc $\text{PGCD}(1\ 078; 322) = 14$



☞ Pour trouver le reste de la division euclidienne, penser à utiliser la touche $\boxed{+R}$ ou \boxed{r} .

5

Comment simplifier une fraction ?

1. Avec les tables de multiplication

Pour simplifier une fraction, on cherche une table de multiplication dans laquelle il y a à la fois le numérateur et le dénominateur de la fraction.

$\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ 12 et 15 sont dans la table de 3, donc on simplifie par 3 cette fraction.

$\frac{63}{49} = \frac{9}{7}$ 63 et 49 sont dans la table de 7, donc on simplifie par 7 cette fraction.

2. Avec les critères de divisibilité

♥ Pour simplifier une fraction, on peut utiliser les critères de divisibilité par 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 9 :

$\frac{14}{26} = \frac{7}{13}$ On divise 14 et 26 par 2 car ils sont pairs. (dernier chiffre : 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8)

$\frac{40}{55} = \frac{8}{11}$ On divise 40 et 55 par 5 car leur dernier chiffre est 0 ou 5.

$\frac{39}{12} = \frac{13}{4}$ On divise 39 et 12 par 3 car la somme des chiffres est un multiple de 3 : $3 + 9 = 12$ et $1 + 2 = 3$

$\frac{99}{45} = \frac{11}{5}$ On divise 99 et 45 par 9 car la somme des chiffres est un multiple de 9 : $9 + 9 = 18$ et $4 + 5 = 9$

3. Avec le PGCD

Pour rendre irréductible $\frac{648}{972}$, on cherche le PGCD de 648 et 972 :

Plus grand nombre : a	Plus petit nombre : b	Différence : a - b
972	648	324
648	324	324
324	324	0

Donc $\text{PGCD}(648; 972) = 324$ donc $\frac{648}{972} = \frac{\cancel{324} \times 2}{\cancel{324} \times 3} = \frac{2}{3}$

Comment savoir si deux entiers sont premiers entre eux ?

Entiers non premiers entre eux

Deux entiers ne sont pas premiers entre eux s'ils ont un diviseur commun autre que 1.

84 et 56 ont 2 comme diviseur commun donc ils ne sont pas premiers entre eux.

Entiers premiers entre eux

Deux entiers sont premiers entre eux si leur PGCD est 1.

$\text{PGCD}(15; 28) = 1$
donc 15 et 28 sont premiers entre eux.

6

Comment utiliser un tableur ?

1. Présentation

Un **tableur** (Excel, Open office etc...) est un **logiciel** qui, lorsqu'on change **les nombres**, permet de **calculer automatiquement** des résultats à partir de **formules de calcul**.

Un **tableur** contient **des cellules** nommées par **une lettre** et un **nombre**.

	A	B	C
1			
2			
3			

2. Fonctionnement

Les cellules d'un **tableur** peuvent contenir :

- **du texte** ;
- **des nombres** ;
- **des formules de calcul**.

Pour écrire **les formules de calcul** :

- on peut utiliser **des fonctions automatiques** ;
- saisir **une formule à la main** en commençant **toujours par le signe =**.

3. Exemple : recherche d'un PGCD par l'algorithme des différences

☞ Recherche à la main du **PGCD** de **36** et **24** :

Plus grand nombre : a	Plus petit nombre : b	Différence : a - b
36	24	12
24	12	12
12	12	0

☞ Recherche avec un **tableur** du **PGCD** de **36** et **24** :

- **A1**, **B1** et **C1** contiennent **du texte** (**Plus grand nombre : a** etc...) ;
- **A2** et **B2** contiennent **des nombres** (**36** et **24**) ;
- **C2** contient **une formule de calcul** « à la main » :
on veut calculer automatiquement **la différence** de **A2** et **B2** : **=A2 - B2** ;
- **A3** et **B3** utilisent **des fonctions automatiques** **MAX** et **MIN** pour trouver **le plus grand** et **le plus petit** des nombres **B2** et **C2** ;
- **C3** contient **une formule de calcul** « à la main » : **=A3 - B3**.

	A	B	C
1	Plus grand nombre : a	Plus petit nombre : b	Différence : a - b
2	36	24	= A2 - B2
3	= MAX (B2 ; C2)	= MIN (B2 ; C2)	= A3 - B3
4	↓	↓	↓

On recopie **les formules** dans **les lignes suivantes**.

7

Comment résoudre un problème ouvert ?

Problème ouvert : c'est un **problème de la vie courante**, de **nature géométrique**, etc... pour lequel **il n'y a pas qu'une seule méthode de résolution**.

Le but de votre travail est **de chercher ce problème** en essayant bien sûr de trouver la solution, mais ce n'est pas cela le plus important.

☞ **L'important c'est de chercher !**



1. Comment chercher ?

- **Lisez attentivement l'énoncé** pour comprendre ce qui est demandé (sans vous laisser dérouter par la nature du problème)
- **Faites preuve d'initiative** en essayant d'explorer différentes pistes (dessins, schémas, figures, calculs, etc...) même si cela n'aboutit pas forcément ;
- **Ecrivez toutes vos idées et toutes les méthodes** que vous utilisez, en cherchant à les expliquer au mieux avec le plus de détails possibles.

2. Comment rédiger ?

Dans **ce type de problème**, vous ne serez pas évalués tout à fait comme d'habitude. Le plus important n'est pas seulement d'avoir trouvé une réponse juste.

- **Ne rendez jamais copie blanche** même si vous pensez ne pas avoir trouvé une solution correcte.
- **Essayez d'écrire une bonne description de votre recherche**, avec soin, précision et logique (vous serez de toute façon valorisés).

3. Un exemple d'énoncé

Au retour des vacances, Claire veut afficher ses photos dans sa chambre. Elle a **18 photos de paysages** et **12 photos de portraits**.

Elle veut les placer sur **des panneaux contenant chacun le même nombre de paysages** et **le même nombre de portraits**.

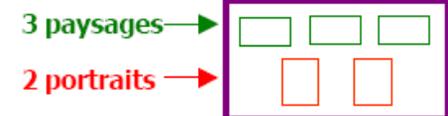
Combien peut-elle réaliser **au maximum de panneaux** en utilisant toutes les photos ?

Combien chaque panneau contient-il **de paysages** et **de portraits** ?

4. Quelques pistes à explorer...

Piste n° 1 : avec des dessins

6 panneaux identiques avec :



Piste n° 2 : avec des divisions



Piste n° 3 : avec PGCD(18 ; 12)

Diviseurs de **18** : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18
Diviseurs de **12** : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12
Donc **PGCD(18 ; 12) = 6 panneaux**

8

Comment calculer avec des nombres relatifs ?

Nombre relatif : c'est un **nombre** avec un **signe**.
 +3 et -3 sont des **nombres relatifs**.

Partie numérique d'un **nombre relatif** : la **partie numérique** de -3 est 3.

♥ Souvenir de 5^{ème} :



+ 1

- 1

Deux ballons placés de la même façon s'ajoutent.
 Un ballon de face et un ballon de dos s'éliminent.

1. Ajouter deux nombres relatifs

• Pour **ajouter** deux **nombres relatifs de même signe**, on **garde le signe** et on **ajoute les parties numériques**.

$$(-3) + (-1) = -4$$

on garde le signe on ajoute

• Pour ajouter deux **nombres relatifs de signes différents**, on **prend le signe** de la **plus grande partie numérique** et on **soustrait les parties numériques**.

$$(-3) + (+1) = -2$$

on prend le signe de 3 on soustrait

3. Soustraire un nombre relatif

Pour **soustraire** un **nombre relatif**, on **ajoute son opposé**.

$$(-7) - (-3) = (-7) + (+3)$$

on ajoute +3

$$= -4$$

L'**opposé** de -3 est +3.

Pour obtenir l'**opposé d'un nombre**, on **change son signe**.

2. Ajouter plusieurs nombres

Pour **ajouter plusieurs nombres relatifs**, on regroupe les **nombres positifs** entre eux et les **nombres négatifs** entre eux.

$$(-7) + (+13) + (-2) + (+6) =$$

$$(+13) + (+6) + (-7) + (-2) =$$

$$(+19) + (-9) = +10$$

Le **signe** du résultat est + car 19 > 9.

On peut donner +10 ou 10 comme réponse, le **signe +** étant sous-entendu.

4. Ecritures simplifiées

Dans une **addition de nombres relatifs**, on peut **supprimer les signes + des additions** et les **parenthèses**.

$$(-7) + (+13) + (-2) =$$

$$-7 + 13 - 2 = +4$$

Attention :

- ne pas toucher aux **signes** des **nombres relatifs**.

- s'il y a des **soustractions de nombres relatifs**, d'abord **ajouter l'opposé**.

5. Multiplier deux nombres relatifs

• Le **produit** de deux **nombres relatifs de même signe** est **positif**.

$$(+4) \times (+3) = +12$$

$$(-10) \times (-2) = +20$$

×	+	-
+	+	-
-	-	+

• Le **produit** de deux **nombres relatifs de signes différents** est **négatif**.

$$(-5) \times (+3) = -15$$

$$(+3) \times (-2) = -6$$

7. Signe d'une puissance d'un nombre relatif

• Une puissance d'un **nombre positif** est un **nombre positif**.

$$(+5)^3 = +125$$

• Une puissance d'un **nombre négatif** est un nombre :

- **positif** si l'**exposant** est **pair** ;
 - **négatif** si l'**exposant** est **impair**.

$$(-3)^2 = +9$$

Exposant pair

$$(-3)^3 = -27$$

Exposant impair Négatif

6. Diviser deux nombres relatifs

La règle est la même pour **diviser** deux **nombres relatifs** que pour les **multiplier**.

$$\frac{-10}{-2} = +5$$

La **division se termine**.

$$\frac{-5}{+3} = -\frac{5}{3}$$

La **division ne se termine pas**, on laisse le résultat **en fraction**.

8. Priorités

PA PU MD AS
 Parenthèses Puissances x +

$$-3 + (-2)^2 \times (1 - 4) - 5 =$$

$$-3 + (-2)^2 \times (-3) - 5 =$$

$$-3 + 4 \times (-3) - 5 =$$

$$-3 - 12 - 5 = -20$$

- On commence par la **parenthèse** : **(1 - 4) = -3**
- La **puissance** : **(-2)² = +4**
- La **multiplication** : **+4 × (-3) = -12**
- C'est une écriture simplifiée, uniquement des nombres négatifs à **ajouter**, c'est comme si on avait : **(-3) + (-12) + (-5)**.

Comment calculer avec des puissances ?

1. Puissances d'exposant positif

$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n$
 n est l'exposant. n facteurs égaux à a .

Ex : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

$a^0 = 1$ et $a^1 = a$

Ex : $5^0 = 1$ $(-3)^1 = -3$

Pour les signes, voir la fiche sur les nombres relatifs n°7 p 10.

2. Puissances d'exposant négatif

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ a^{-n} est l'inverse de a^n .

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

$(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$

$(-2)^4$ est positif car c'est une puissance d'un nombre négatif d'exposant pair.

3. Multiplication ou division avec des nombres identiques

$a^n \times a^p = a^{n+p}$

• $7^2 \times 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$

On ajoute les exposants 2 et 3.

• $3^{-1} \times 3^9 = 3^{-1+9} = 3^8$

On ajoute les exposants -1 et 9. Ce sont des nombres relatifs, donc pour ajouter -1 et +9 de signes différents, on fait une soustraction et on prend le signe de 9.

$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

• $\frac{4^2}{4^7} = 4^{2-7} = 4^{-5}$ On soustrait 7 à 2.

• $\frac{8^3}{8^{-1}} = 8^{3-(-1)}$ On soustrait -1 à 3. (-1) est un nombre relatif, donc pour le soustraire, on ajoute son opposé (+1).
 $= 8^{3+(+1)} = 8^4$

4. Multiplication ou division avec des exposants identiques

$a^n \times b^n = (a \times b)^n$

$7^2 \times 3^2 = (7 \times 3)^2 = 21^2$

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

$\frac{12^2}{4^2} = \left(\frac{12}{4}\right)^2 = 3^2$

5. Nombre deux fois de suite à une puissance

$(a^n)^p = a^{n \times p}$

$(5^3)^2 = 5^{3 \times 2} = 5^6$

☞ Pas de formule pour 2 nombres différents à des puissances différentes.

$5^2 \times 2^3 =$

$25 \times 8 = 200$

☞ Pas de formule pour l'addition et la soustraction. On utilise PAPUMDAS.

Puissance $-4^2 + 4 \times 25 + (-3)^2 =$
 Multiplication $-16 + 4 \times 25 + 9 =$

écriture simplifiée $-16 + 100 + 9 = 93$

Comment calculer avec des puissances de 10 ?

1. Puissance de 10

Puissance de 10 d'exposant positif

$2 \times 10^3 = 2\,000$ On décale la virgule vers la droite.

$3,4 \times 10^2 = 340$

On obtient un nombre plus grand.

Puissance de 10 d'exposant négatif

$2 \times 10^{-3} = 0,002$ On décale la virgule vers la gauche.

$3,4 \times 10^{-2} = 0,034$

On obtient un nombre plus petit.

2. Écriture scientifique

Donner l'écriture scientifique de 32 000 :

Il faut trouver un nombre qui s'écrit

$\dots \times 10^{\dots}$

Nombre entre 1 et 10 (1 inclus et 10 exclu)

Le nombre cherché est 3,2

donc $32\,000 = 3,2 \times 10^4$

3. Utiliser $(a^n)^p = a^{n \times p}$

$25 \times (10^{-3})^2 \times 8 =$
 200×10^{-6}

On calcule les nombres entre eux et les puissances de 10 entre elles.

Attention :

Exposant : $(-3) \times 2 = -6$

4. Utiliser $a^n \times a^p = a^{n+p}$

$12 \times 10^3 \times 2 \times 10^2 =$
 24×10^5

On calcule les nombres entre eux et les puissances de 10 entre elles.

Attention :

$7 \times 10^{-4} \times 3 \times 10^2 = 21 \times 10^{-2}$

Exposant : $(-4) + (+2) = -2$

5. Utiliser $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

$\frac{25 \times 10^6}{15 \times 10^2} = \frac{25}{15} \times 10^{6-2}$
 $= \frac{5}{3} \times 10^4$

On calcule les nombres entre eux et les puissances de 10 entre elles.

Attention : $\frac{10^3}{10^{-2}} = 10^5$

Exposant : $3 - (-2) = 3 + (+2) = 5$

6. Calculs divers

• $2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 = 2\,000 + 500 = 2\,500$

☞ Pas de formule pour l'addition et la soustraction : on écrit les nombres sous forme décimale et on calcule.

• $\frac{5 \times 10^2 \times 3 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-1}} = \frac{5}{2} \times \frac{10^{-1}}{10^{-5}}$
 $= 2,5 \times 10^4$

On calcule 5 : 2 car le résultat est un nombre décimal.

Exposant : $(-1) - (-5) = (-1) + (+5) = +4$

Comment calculer avec des fractions ?

1. Ajouter ou soustraire (1^{er} cas)

Il faut **mettre les fractions** au **même dénominateur**.

Cas simple : $\frac{2}{5} - \frac{7}{15}$

15 est dans **la table de 5**, donc on choisit **15** comme **dénominateur**.

$$\frac{2}{5} - \frac{7}{15} = \frac{6}{15} - \frac{7}{15} = \frac{-1}{15}$$

3. Multiplier

Il faut **décomposer les nombres** pour **essayer de simplifier** avant d'effectuer les multiplications.

$$\frac{35}{12} \times \frac{18}{25} = \frac{\cancel{7} \times \cancel{5} \times 3}{\cancel{6} \times 2 \times \cancel{5} \times 5} = \frac{7 \times 3}{2 \times 5} = \frac{21}{10}$$

5. Plusieurs opérations

Penser à **PAPUMDAS**

$$\frac{2}{3} + \frac{7}{3} \times \frac{5}{4} : \text{même si on en a envie,}$$

on ne commence pas par $\frac{2}{3} + \frac{7}{3}$ **mais par la multiplication !**

$$\frac{2}{3} + \frac{35}{12} = \frac{8}{12} + \frac{35}{12} = \frac{43}{12}$$

On a choisi **12** comme **dénominateur** car **12** est dans **la table de 3**.

2. Ajouter ou soustraire (2^{ème} cas)

$\frac{7}{12} + \frac{2}{15}$ On écrit **les multiples** de **12** et **15** et on s'arrête au **premier multiple commun**.

Multiples de 12 : 12, 24, 36, 48, 60

Multiples de 15 : 15, 30, 45, 60

On choisit **60**, c'est **5x12** et **4x15**.

$$\frac{7}{12} + \frac{2}{15} = \frac{35}{60} + \frac{8}{60} = \frac{43}{60}$$

4. Diviser

Pour **diviser par une fraction**, on **multiplie par son inverse**.

L'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$.

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$$

$\frac{3}{5} : \frac{2}{3}$ et $\frac{3}{5} \times \frac{3}{2}$: c'est le même calcul.

6. Plusieurs opérations (suite)

$$2 + \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{1} + \frac{3}{20} = \text{Multiplication d'abord}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \text{Même dénominateur}$$

$$\frac{40}{20} + \frac{3}{20} = \frac{43}{20} = \frac{43 \times 6}{20 \times 6} = \text{Multiplier par l'inverse}$$

$$\frac{43}{2 \times 10} \times \frac{1}{1} = \frac{43 \times 3}{10 \times 1} = \frac{129}{10} \text{ Simplifier}$$

13

Comment calculer avec des racines carrées ?

1. Carrés parfaits

A savoir par cœur :

$$\begin{aligned} \sqrt{4} &= 2 & \sqrt{64} &= 8 \\ \sqrt{9} &= 3 & \sqrt{81} &= 9 \\ \sqrt{16} &= 4 & \sqrt{100} &= 10 \\ \sqrt{25} &= 5 & \sqrt{121} &= 11 \\ \sqrt{36} &= 6 & \sqrt{144} &= 12 \\ \sqrt{49} &= 7 & \sqrt{169} &= 13 \end{aligned}$$

4, 9, 16 etc...
sont des **carrés parfaits**.

3. Utiliser $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

a. $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$

On utilise cette méthode car $3 \times 12 = 36$, qui est un **carré parfait**.

b. $\sqrt{50} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

On choisit **25** car c'est le **plus grand carré parfait** avec lequel on peut décomposer **50**.

5. Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$

$$3\sqrt{8} - 5\sqrt{32} + 3\sqrt{2} =$$

Un indice : **8, 32** (et aussi **2**) sont **dans la table de 2**.

On décompose **8** et **32** à l'aide de **la table de 2** pour faire apparaître le **plus grand carré parfait possible**.

$$\begin{aligned} 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{2} - 5 \times \sqrt{16} \times \sqrt{2} + 3\sqrt{2} &= \\ 3 \times 2 \times \sqrt{2} - 5 \times 4 \times \sqrt{2} + 3\sqrt{2} &= \\ 6\sqrt{2} - 20\sqrt{2} + 3\sqrt{2} &= \\ -11\sqrt{2} & \end{aligned}$$

2. Mettre au carré une racine

$\sqrt{5}$ est le **nombre positif** dont le **carré** est **5**.

$$(\sqrt{5})^2 = 5$$

Quand **on met au carré la racine carrée d'un nombre**, on retrouve le **nombre de départ**.

4. Utiliser $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

a. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$

On utilise cette méthode car **en simplifiant** $\frac{12}{3}$, on obtient un **carré parfait : 4**.

b. $\sqrt{\frac{50}{9}} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{25} \times \sqrt{2}}{3} = \frac{5\sqrt{2}}{3}$

On utilise cette méthode car

- **50** peut se décomposer avec un **carré parfait** ;
- **9** est un **carré parfait**.

6. Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$

$$4\sqrt{75} - 7\sqrt{12} + \sqrt{27} =$$

Avantage : on sait qu'il faut faire apparaître $\sqrt{3}$, donc il faut **décomposer les nombres 75, 12 et 27** à l'aide de **la table de 3**.

$$\begin{aligned} 4 \times \sqrt{25} \times \sqrt{3} - 7 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} + \sqrt{9} \times \sqrt{3} &= \\ 4 \times 5 \times \sqrt{3} - 7 \times 2 \times \sqrt{3} + 3 \times \sqrt{3} &= \\ 20\sqrt{3} - 14\sqrt{3} + 3\sqrt{3} &= \\ 9\sqrt{3} & \end{aligned}$$

14

Comment développer et réduire ?

1. Réduire

$$2a - 3a^2 - 7 + 4a^2 - 5a =$$

$$+1a^2 - 3a - 7 =$$

ou $a^2 - 3a - 7$

On regroupe les a^2 entre eux, les a entre eux et les **nombre**s entre eux.

Attention : il faut toujours prendre l'expression **avec son signe**.

Par exemple, on ajoute $-3a^2$ avec $+4a^2$, c'est la même règle des signes que pour $-3 + 4$ ou $(-3) + (+4)$.

2. Supprimer des parenthèses précédées d'un signe +

Comme pour **les nombres**, on peut **supprimer le signe +** des additions et les parenthèses.

Nombres $(-5) + (+7) =$
 $-5 + 7 = +2$

Parenthèses $(-3a + 4) + (+2a - 1) =$
 $-3a + 4 + 2a - 1 =$
 $-1a + 3 = -a + 3$

3. Supprimer des parenthèses précédées d'un signe -

Comme pour **les nombres**, pour **soustraire** une parenthèse, on **ajoute son opposé**.

Nombres $(-3) - (+7) =$
 $(-3) + (-7) =$
 $-3 - 7$ + sous-entendu

Parenthèses $(-2a + 3) - (5a - 4) =$
 $(-2a + 3) + (-5a + 4) =$
 $-2a + 3 - 5a + 4 =$
 $-7a + 7$

Attention : pour prendre l'**opposé** de la parenthèse, il faut **changer tous les signes** dans la parenthèse.

5. Distributivité simple Nombre négatif

Méthode 1 : $-4(2a - 3) = -(8a - 12)$
 $= +(-8a + 12)$
 $= -8a + 12$

- On multiplie par 4.
- On ajoute l'**opposé** de la parenthèse.

Méthode 2 : $-4(2a - 3) = -8a + 12$

- On multiplie par -4 en utilisant la règle des signes de la **multiplication**.

4. Distributivité simple Nombre positif

$$3(4a - 5) = 12a - 15$$

On multiplie $4a$ par 3 et on multiplie 5 par 3. **Le signe reste**.

Attention :

$$5 + 4(2a - 3) = 5 + 8a - 12$$

$$= 8a - 7$$

La **multiplication** a la priorité.

Comment développer et réduire ? Double distributivité et identités remarquables

1. Double distributivité

$$(3a - 2)(-4a + 5) =$$

$$-12a^2 + 15a + 8a - 10 =$$

$$-12a^2 + 23a - 10$$

× multiplication

- On **multiplie** chaque terme de la 1^{ère} parenthèse par chaque terme de la 2^{ème} parenthèse : **règle des signes** de la **multiplication**.
- On **réduit** : **règle des signes** de l'**addition**.

On peut présenter la double distributivité comme **une multiplication** :

$$\begin{array}{r} -4a + 5 \\ \times \quad 3a - 2 \\ \hline +8a - 10 \\ -12a^2 + 15a \\ \hline -12a^2 + 23a - 10 \end{array}$$

On place les termes de **même nature** l'un au-dessus de l'autre.

2. Utiliser $(a + b)^2$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

• $(5x + 1)^2 = 25x^2 + 10x + 1$

$$(5x)^2 \quad 2 \times 5x \times 1 \quad 1^2$$

• $103^2 = (100 + 3)^2$
 $= 10\,000 + 600 + 9$
 $100^2 \quad 2 \times 100 \times 3 \quad 3^2$
 $= 10\,609$

3. Utiliser $(a - b)^2$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

• $(5x - 1)^2 = 25x^2 - 10x + 1$

$$(5x)^2 \quad 2 \times 5x \times 1 \quad 1^2$$

• $97^2 = (100 - 3)^2$
 $= 10\,000 - 600 + 9$
 $100^2 \quad 2 \times 100 \times 3 \quad 3^2$
 $= 9\,409$

4. Utiliser $(a + b)(a - b)$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

• $(5x + 3)(5x - 3) = 25x^2 - 9$

$$(5x)^2 \quad 3^2$$

• $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2)$
 $= 100^2 - 2^2$
 $= 10\,000 - 4$
 $= 9\,996$

5. Un peu de tout

$$5 - 2(5 - 3x) - (4x - 3)(2x - 1) =$$

$$5 - (10 - 6x) - (8x^2 - 4x - 6x + 3) =$$

$$5 + (-10 + 6x) + (-8x^2 + 4x + 6x - 3) =$$

$$5 - 10 + 6x - 8x^2 + 4x + 6x - 3 =$$

$$-8x^2 + 16x - 8$$

- Priorité** de la **multiplication**.
- Signe -** devant une parenthèse : on **ajoute l'opposé** de la parenthèse.
- Suppression des signes + d'addition** et **des parenthèses**.

Comment calculer une expression littérale pour une valeur donnée ?

1. Calculer $(3x-1)(5+4x)$ pour $x=-2$. 2. Calculer $3x^2 - 4x + 5$ pour $x = \frac{2}{3}$.

On remplace x par -2 . On obtient :

$$(-6 - 1)(5 - 8) = (-7) \times (-3)$$

$$= +21$$

$$3x(-2) \quad 4x(-2)$$

On utilise
PAPUMDAS.

$$3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \times \frac{2}{3} + 5 =$$

$$3 \times \frac{4}{9} - 4 \times \frac{2}{3} + 5 =$$

$$\frac{4}{3} - \frac{8}{3} + \frac{15}{3} = \frac{11}{3}$$

• On remplace
 x par $\frac{2}{3}$.

• On utilise
PAPUMDAS.

Comment factoriser ?

1. Un nombre en facteur

$$25x^2 - 10 = 5(5x^2 - 2)$$

On met en facteur le plus grand diviseur commun de 25 et de 10.

On met donc 5 en facteur.

2. Une lettre en facteur

$$5x^4 - 2x^3 + 3x^2 = x^2(5x^2 - 2x + 3)$$

On met en facteur la plus petite puissance de x .

On met donc x^2 en facteur.

3. Une lettre et un nombre

$$-24x^2 + 32x = 8x(-3x + 4)$$

• On met en facteur le plus grand diviseur commun de 24 et de 32, c'est 8.

• On met en facteur la plus petite puissance de x . C'est x .

• On met donc $8x$ en facteur.

4. Une parenthèse

$$(x-3)(x+7) - (5x-4)(x-3) =$$

$$(x-3)[(x+7) - (5x-4)] =$$

$$(x-3)(x+7 - 5x + 4) =$$

$$(x-3)(-4x + 11)$$

☞ Penser à ajouter l'opposé de $(5x-4)$ car il y a un signe - avant la parenthèse $(5x-4)$.

5. Une parenthèse

$$(3x+5)(2-x) + (2-x)^2 =$$

$$(3x+5)(2-x) + (2-x)(2-x) =$$

$$(2-x)[(3x+5) + (2-x)] =$$

$$(2-x)(3x+5 + 2-x) =$$

$$(2-x)(2x+7)$$

☞ Pas de changement de signe car il y a un signe + avant la parenthèse $(2-x)$.

$$(x-3)(x+7) - (x-3) =$$

$$(x-3)(x+7) - (x-3) \times 1 =$$

$$(x-3)[(x+7) - 1] =$$

$$(x-3)(x+7 - 1) =$$

$$(x-3)(x+6)$$

☞ Ne pas oublier "1" car $(x-3) = (x-3) \times 1$.

Comment factoriser avec une identité remarquable ?

1. Utiliser $(a + b)^2$ ou $(a - b)^2$

$$a^2 \oplus 2ab + b^2 = (a \oplus b)^2$$

$$25x^2 + 30x + 9 = (5x + 3)^2$$

$$(5x)^2 \quad 2 \times 5x \times 3 \quad 3^2$$

On repère cette méthode car :

- il y a deux carrés $25x^2$ et 9 ;
- il y a un + devant le 2^{ème} terme.

$$a^2 \ominus 2ab + b^2 = (a \ominus b)^2$$

$$16x^2 - 8x + 1 = (4x - 1)^2$$

$$(4x)^2 \quad 2 \times 4x \times 1 \quad 1^2$$

On repère cette méthode car :

- il y a deux carrés $16x^2$ et 1 ;
- il y a un - devant le 2^{ème} terme.

2. Utiliser $(a + b)(a - b)$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$25x^2 - 9 = (5x + 3)(5x - 3)$$

$$(5x)^2 \quad 3^2$$

On repère cette méthode car :

- il y a seulement deux carrés : $25x^2$ et 9 ;
- ils sont séparés par un signe -.

$$49 - (3x + 2)^2 =$$

$$7^2 - (3x + 2)^2 =$$

$$[7 + (3x + 2)][7 - (3x + 2)] =$$

$$[7 + (3x + 2)][7 + (-3x - 2)] =$$

$$(7 + 3x + 2)(7 - 3x - 2) =$$

$$(3x + 9)(-3x + 5)$$

☞ Penser à ajouter l'opposé de $(3x + 2)$ car il y a un signe - avant la parenthèse $(3x + 2)$.

3. Utiliser $(a + b)(a - b)$

$$(4x - 1)^2 - (5x + 2)^2 =$$

$$[(4x-1)+(5x+2)][(4x-1)-(5x+2)] =$$

$$[(4x-1)+(5x+2)][(4x-1)+(-5x-2)] =$$

$$[4x-1+5x+2][4x-1-5x-2] =$$

$$(9x + 1)(-x - 3)$$

☞ Penser à ajouter l'opposé de $(5x + 2)$ car il y a un signe - avant la parenthèse $(5x + 2)$.

4. Avec une racine carrée

$$4x^2 - 3 = (2x + \sqrt{3})(2x - \sqrt{3})$$

$$(2x)^2 \quad (\sqrt{3})^2$$

☞ Rappel : $(\sqrt{3})^2 = 3$

On utilise $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Comment résoudre une équation ou inéquation du 1^{er} degré ?

1. Résoudre l'équation $-3x - 5 = 8$

Il doit y avoir d'un côté du "=" les **termes en x** et de l'autre côté les **nombre**s.

Pour cela, on **ajoute 5** aux deux membres :

$$\begin{aligned} -3x &= 5 + 8 \\ -3x &= 13 \end{aligned}$$

$$x = \frac{13}{-3}$$

Pour obtenir x , on **divise** les deux membres par **-3**.

2. Résoudre $4x + 5 = -7x + 4$

$$\begin{aligned} 4x &= -7x + 4 - 5 \\ 4x + 7x &= +4 - 5 \\ 11x &= -1 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-1}{11}$$

On procède de la même façon, mais :

- on **soustrait 5** aux **2** membres ;
- on **ajoute 7x** aux **deux** membres ;
- on **divise** les **deux** membres par **11**.

3. Résoudre $3(x - 2) = -4 + (x + 5)$

$$\begin{aligned} 3x - 6 &= -4 + x + 5 \\ 3x - 6 &= +x + 1 \\ 3x - x &= +6 + 1 \\ 2x &= 7 \end{aligned}$$

$$x = \frac{7}{2}$$

On effectue la division car on obtient un

$x = \frac{7}{2}$ **nombre décimal**.

On procède de la même façon, mais il faut d'abord **développer** et **réduire** les deux membres.

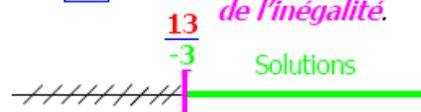
4. Résoudre l'inéquation $-3x - 5 \leq 8$

On procède de la même façon que pour résoudre une équation.

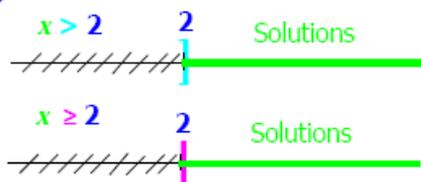
$$\begin{aligned} -3x - 5 &\leq 8 \\ -3x &\leq 13 \end{aligned}$$

$$x \geq \frac{13}{-3}$$

sauf
Quand on **divise par un nombre négatif**, on **change le sens de l'inégalité**.

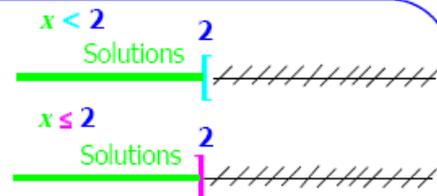


5. Représenter les solutions d'une inéquation



x est **plus grand que 2** donc les **solutions** sont **à droite** de 2.

Lorsqu'il y a le **signe "="** en plus de "<" ou ">", on oriente le **crochet** du côté des **solutions** pour indiquer que **2 convient**.



x est **plus petit que 2** donc les **solutions** sont **à gauche** de 2.

Comment résoudre une équation produit ?

1. Résoudre l'équation :

$$(2x-3)(-4x+2) = 0$$

Si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$.

donc $2x-3 = 0$ ou $-4x+2 = 0$

$$2x-3 = 0 \quad | \quad -4x+2 = 0$$

$$2x = 3 \quad | \quad -4x = -2$$

$$x = \frac{3}{2} \quad | \quad x = \frac{-2}{-4}$$

$$x = 1,5 \quad | \quad x = \frac{1}{2}$$

$$x = 0,5$$

L'équation a **2 solutions** :

1,5 et 0,5

2. Résoudre l'équation :

$$5(4x+5)(-3x-2) = 0$$

Si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$.

donc $4x+5 = 0$ ou $-3x-2 = 0$

(5 ne peut pas être égal à 0.)

$$4x+5 = 0 \quad | \quad -3x-2 = 0$$

$$4x = -5 \quad | \quad -3x = 2$$

$$x = \frac{-5}{4} \quad | \quad x = \frac{2}{-3}$$

$$x = -1,25 \quad | \quad x = -\frac{2}{3}$$

L'équation a **2 solutions** :

-1,25 et $-\frac{2}{3}$

3. Résoudre l'équation : $(2x + 1)^2 = 36$

$$(2x + 1)^2 = 36$$

$$(2x + 1)^2 - 36 = 0$$

$$(2x + 1)^2 - 6^2 = 0$$

$$[(2x + 1) + 6][(2x + 1) - 6] = 0$$

$$(2x + 1 + 6)(2x + 1 - 6) = 0$$

$$(2x + 7)(2x - 5) = 0$$

- on **soustrait 36** pour que le membre de droite **soit nul**.
- on **écrit 36** sous la forme **6²**.
- on **factorise** à l'aide de : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- on obtient **une équation produit** que l'on sait résoudre.

Comment résoudre une équation $x^2 = a$?

1. Résoudre l'équation : $x^2 = 25$

$$x^2 = 25$$

donc $x = \sqrt{25} = +5$ ou $x = -\sqrt{25} = -5$

L'équation a **2 solutions** :

+5 et -5

2. Résoudre l'équation : $x^2 = 3$

$$x^2 = 3$$

donc $x = +\sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$

L'équation a **2 solutions** :

$\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$

3. Résoudre l'équation : $x^2 = 0$

$$x^2 = 0$$

L'équation a **une seule solution** :

$x = 0$

4. Résoudre l'équation : $x^2 = -4$

$$x^2 = -4$$

Un **carré** est toujours **positif**, donc x^2 **ne peut pas être égal à -4**.

L'équation **n'a pas de solution**.

Comment faire un exercice récapitulatif ?

Énoncé de l'exercice

Soit $A = (3x-1)(x+2) - (3x-1)$.

- Développer, réduire et ordonner A.
- Factoriser A.
- Calculer la valeur de A pour $x = 2$ puis pour $x = \frac{1}{3}$.
- Résoudre $(3x-1)(x+1) = 0$.

2. Factoriser A

$$\begin{aligned} A &= (3x-1)(x+2) - (3x-1) \\ A &= (3x-1)[(x+2) - 1] \\ A &= (3x-1)[x+2-1] \\ A &= (3x-1)(x+1) \end{aligned}$$

On peut **vérifier** que le résultat de la **factorisation** est égal au résultat du **développement**.

$$(3x-1)(x+1) = 3x^2 + 3x - 1x - 1 = 3x^2 + 2x - 1$$

4. Calculer la valeur de A pour $x = \frac{1}{3}$

$$A = (3 \times \frac{1}{3} - 1) \times (\frac{1}{3} + 1)$$

$$A = (1 - 1) \times (\frac{1}{3} + 1)$$

$$A = 0 \times (\frac{1}{3} + 1) \quad A = 0$$

Pour $x = \frac{1}{3}$, on a intérêt à utiliser la **factorisation** car il y a une chance qu'une des parenthèses soit égale à zéro, ce qui est le cas ici, donc **ce n'est pas la peine de calculer la 2^{ème} parenthèse**. (0 multiplié par n'importe quel nombre est égal à zéro).

1. Développer, réduire et ordonner A

$$\begin{aligned} A &= (3x-1)(x+2) - (3x-1) \\ A &= (3x^2+6x-1x-2) - (3x-1) \\ A &= (3x^2+6x-1x-2) + (-3x+1) \\ A &= 3x^2+6x-1x-2-3x+1 \\ A &= 3x^2+2x-1 \end{aligned}$$

3. Calculer la valeur de A pour $x = 2$

$$\begin{aligned} A &= 3 \times 2^2 + 2 \times 2 - 1 \\ A &= 3 \times 4 + 2 \times 2 - 1 \\ A &= 12 + 4 - 1 \\ A &= 15 \end{aligned}$$

On peut au choix **remplacer x** par 2 :

- dans la **factorisation** ou le **développement** (car on a vérifié que le résultat de la **factorisation** est égal au résultat du **développement**).
- dans l'**énoncé** (c'est **plus sûr** mais **plus long** et **plus compliqué**).

5. Résoudre $(3x-1)(x+1) = 0$

Si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$.

donc $3x-1 = 0$ ou $x+1 = 0$

$$\begin{array}{l|l} 3x-1 = 0 & x+1 = 0 \\ 3x = 1 & x = -1 \\ x = \frac{1}{3} & \end{array}$$

L'équation a 2 solutions $\frac{1}{3}$ et -1 .

Remarque :

On retrouve souvent la **factorisation** dans l'**équation produit**. On retrouve aussi la valeur $\frac{1}{3}$ de la question 4.

Comment résoudre un système de 2 équations à 2 inconnues ?

1. Par combinaison : Résoudre $\begin{cases} 3x + 5y = 21 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$

Calcul de x (on élimine y)

$$\begin{cases} 3x + 5y = 21 & \times 3 \\ 2x + 3y = 13 & \times 5 \end{cases}$$

On choisit de multiplier par 3 et 5 pour obtenir 15y dans les 2 équations qui vont s'éliminer par soustraction.

$$\begin{array}{r} 9x + 15y = 63 \\ 10x + 15y = 65 \\ \hline -9x + 15y = 65 \\ -9x + 15y = 63 \\ \hline x = 2 \end{array}$$

Calcul de y (on élimine x)

$$\begin{cases} 3x + 5y = 21 & \times 2 \\ 2x + 3y = 13 & \times 3 \end{cases}$$

On choisit de multiplier par 2 et 3 pour obtenir 6x dans les 2 équations qui vont s'éliminer par soustraction.

$$\begin{array}{r} 6x + 10y = 42 \\ 6x + 9y = 39 \\ \hline -6x + 10y = 42 \\ -6x + 9y = 39 \\ \hline y = 3 \end{array}$$

Vérification

$$\begin{cases} 3 \times 2 + 5 \times 3 = 6 + 15 = 21 \\ 2 \times 2 + 3 \times 3 = 4 + 9 = 13 \end{cases}$$

La solution du système est $(2; 3)$.

Dans le **système d'équations** donné dans l'énoncé, on **remplace x et y par les nombres trouvés**. On doit obtenir **21 et 13**.

2. Par substitution : Résoudre $\begin{cases} 3x + 2y = 21 \\ x + y = 9 \end{cases}$

Calcul de x (on exprime y en fonction de x)

$$\begin{cases} 3x + 2y = 21 \\ y = 9 - x \end{cases}$$

On remplace y par sa valeur.

$$\begin{cases} 3x + 2(9 - x) = 21 \\ y = 9 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 18 - 2x = 21 \\ y = 9 - x \end{cases}$$

On conserve tout le long du calcul.

$$\begin{cases} x + 18 = 21 \\ y = 9 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 21 - 18 \\ y = 9 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 9 - x \end{cases}$$

On exprime y en fonction de x dans la 2^{ème} équation car le nombre devant y est 1, autrement, des fractions apparaîtraient.

Calcul de y (on remplace x par sa valeur)

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 9 - 3 \end{cases}$$

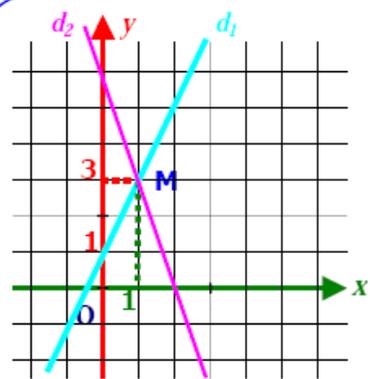
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$$

Vérification

$$\begin{cases} 3 \times 3 + 2 \times 6 = 9 + 12 = 21 \\ 3 + 6 = 9 \end{cases}$$

La solution du système est $(3; 6)$

3. Graphiquement : $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -3x + 6 \end{cases}$



- On trace la droite d_1 d'équation $y = 2x + 1$.
- On trace la droite d_2 d'équation $y = -3x + 6$.
- On lit les coordonnées du **point d'intersection M** des 2 droites d_1 et d_2 sur le dessin : **M (1 ; 3)**
- **La solution** du système est **(1 ; 3)**.

Comment mettre un problème en équation ?

Énoncé

Un groupe de 9 personnes s'est inscrit pour un voyage. Ce groupe est composé d'adultes et d'enfants. Les adultes paient 30 € et les enfants 20 €. Le responsable du groupe a remis 210 € à l'organisateur. Combien y a-t-il d'adultes et d'enfants dans ce groupe ?

3. Résolution du système

Il faut résoudre le système :

$$\begin{cases} 30a + 20e = 210 \\ a + e = 9 \end{cases}$$

Après **avoir divisé par 10** la **1^{ère} équation**, cela revient à résoudre :

$$\begin{cases} 3a + 2e = 21 \\ a + e = 9 \end{cases}$$

Ce système est résolu à la page précédente, on trouve : $a = 3$ et $e = 6$.

1. Choix des inconnues

- On désigne par :
- a le **nombre d'adultes** ;
 - e le **nombre d'enfants**.

2. Mise en équation

- Le groupe est formé de **9 personnes**, donc $a + e = 9$
- Le voyage coûte **210 €**, donc $30a + 20e = 210$

Prix pour a adultes qui paient chacun 30 €. Prix pour e enfants qui paient chacun 20 €.

4. Conclusion

Vérifions :
 Prix pour **3 adultes** : $30 \times 3 = 90$ €
 Prix pour **6 enfants** : $20 \times 6 = 120$ €
 Prix total : $90 + 120 = 210$ €
 Il y a **3 adultes** et **6 enfants** donc **9 personnes**.

Comment reconnaître une situation de proportionnalité ?

1. Coefficient de proportionnalité

Sonneries de téléphone mobile :

Nombre de sonneries	1	2	5
Prix payé (en €)	3	6	15

En **divisant** les nombres de la **2^{ème} ligne** par ceux de la **1^{ère}**, on trouve toujours **3** donc c'est une situation de **proportionnalité**.

3 est le **coefficient de proportionnalité**.

2. Produits en croix

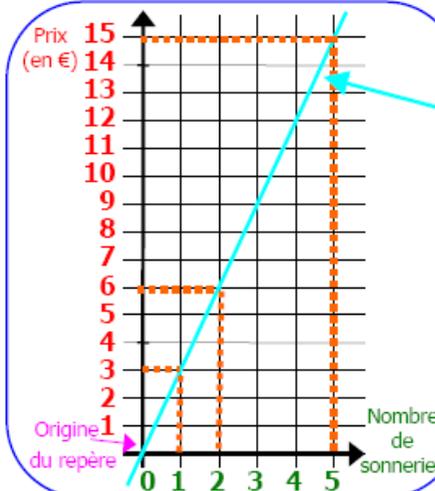
Nombre de sonneries	1	2	5
Prix payé (en €)	3	6	15

$$1 \times 6 = 6 \quad \left. \begin{array}{l} \\ 2 \times 3 = 6 \end{array} \right\} \text{Produits en croix égaux}$$

$$2 \times 15 = 30 \quad \left. \begin{array}{l} \\ 5 \times 6 = 30 \end{array} \right\} \text{Produits en croix égaux}$$

Les **produits en croix** sont **égaux**, donc c'est une situation de **proportionnalité**.

3. Représentation graphique



4. A l'aide de la relation $y = ax$

On appelle x le **nombre de sonneries** et y le **prix payé**.
On a : $y = 3x$.

$y = 3x$ permet de savoir qu'il s'agit d'une situation de **proportionnalité**. Le **coefficient de proportionnalité** est **3**.

Comment calculer une 4^{ème} proportionnelle ?

1. Coefficient de proportionnalité

Nombre	4	a	2
Prix	20	15	b

Coefficient de proportionnalité : $20 : 4 = 5$

$$a = 15 : 5 = \boxed{3} \quad b = 2 \times 5 = \boxed{10}$$

2. Produits en croix

Nombre	4	a	2
Prix	20	15	b

$$a \times 20 = 4 \times 15 \quad 4 \times b = 20 \times 2$$

$$a = \frac{4 \times 15}{20} = \boxed{3} \quad b = \frac{20 \times 2}{4} = \boxed{10}$$

En cas d'erreur, pour calculer b , il vaut mieux ne pas utiliser le résultat de a .

Comment calculer avec des pourcentages ?

1. Appliquer un pourcentage

90% des 150 élèves de 3^{ème} ont eu le brevet.

Combien d'élèves ont réussi ?

$$150 \times \frac{90}{100} = \boxed{135}$$

135 élèves ont réussi.

Combien : il faut répondre par un nombre, pas par un pourcentage.

2. Trouver un pourcentage

120 élèves sur 150 ont réussi au brevet. Quel est le pourcentage d'élèves qui ont réussi au brevet ?

$$\frac{120}{150} = \frac{x}{100} \quad \text{On cherche combien d'élèves sur 100 ont réussi.}$$

$$\text{donc } x \times 150 = 120 \times 100$$

$$x = \frac{120 \times 100}{150}$$

$$x = \boxed{80}$$

80% des élèves ont réussi.

3. Trouver un nombre après ou avant une augmentation ou réduction (Méthode vue avant la 3^{ème})

Après :

Dans un magasin, les prix ont augmenté en moyenne de 5%. Quel est le nouveau prix d'une calculatrice qui coûtait 20 € ?

• Montant de l'augmentation :

$$20 \times \frac{5}{100} = 1$$

• Nouveau prix : $20 + 1 = \boxed{21 \text{ €}}$

Pour une réduction, on soustrait au lieu d'ajouter.

Avant :

Soldes de 20%.

Quel est l'ancien prix d'un DVD qui coûte maintenant 12 € ?

Ancien prix	100	x
Nouveau prix	80	12

Soldes de 20%, donc pour un ancien prix de 100 €, la réduction est de 20 € et le nouveau prix est 80 €. On a : $x \times 80 = 100 \times 12$

$$\text{donc } x = \frac{100 \times 12}{80} = \boxed{15 \text{ €}}$$

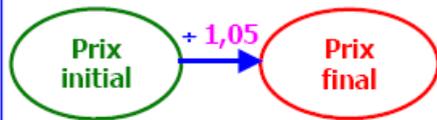
Idem pour une augmentation.

4. Trouver un nombre après ou avant une augmentation ou réduction (3^{ème})

Après : (même exemple qu'en 3.)

Trouver un prix après une augmentation de 5% revient à multiplier le prix initial 20 € par :

$$1 + \frac{5}{100} = 1 + 0,05 = \boxed{1,05}$$

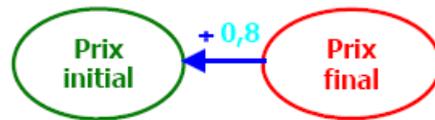


$$20 \times 1,05 = \boxed{21 \text{ €}}$$

Avant : (même exemple qu'en 3.)

Trouver un prix avant une réduction de 20% revient à diviser le prix final 12 € par :

$$1 - \frac{20}{100} = 1 - 0,20 = \boxed{0,8}$$



$$12 \div 0,8 = \boxed{15 \text{ €}}$$

Comment convertir des durées ?

1. Heures minutes → heures

Convertir 2 h 30 min en h.

🕒 Rappel : 1 h = 60 min

Les durées en heures et en minutes sont proportionnelles.

	heures	1	0,5
× 60	minutes	60	30

$$30 \text{ min} = 0,5 \text{ h}$$

$$\text{donc } 2 \text{ h } 30 \text{ min} = 2 \text{ h} + 0,5 \text{ h}$$

$$2 \text{ h } 30 \text{ min} = \boxed{2,5 \text{ h}}$$

⚠ Attention à l'erreur classique :

$$2 \text{ h } 30 \text{ min} \neq 2,30 \text{ h}$$

2. Minutes → heures minutes

Convertir 456 minutes en h min.

Autrement dit, dans 456 minutes combien de fois a-t-on 60 minutes et combien de minutes reste-t-il ?

Pour le savoir, on effectue la division euclidienne de 456 par 60 :

$$\begin{array}{r|l} 456 & 60 \\ - 420 & 7 \\ \hline 36 & \end{array}$$

$$456 = 7 \times 60 + 36$$

$$\text{donc } \boxed{456 \text{ min} = 7 \text{ h } 36 \text{ min}}$$

Comment calculer des grandeurs composées ?

1. Grandeur produit

Le produit de deux grandeurs donne une nouvelle grandeur appelée **grandeur produit**.

$$\boxed{\text{Energie} = \text{puissance} \times \text{durée}}$$

Exemple : Calculer l'énergie consommée par une ampoule de 60 W allumée pendant 8 h.

$$E = 60 \times 8 = \boxed{480 \text{ W.h}}$$

Remarque : L'énergie est en W.h car la puissance est en W et la durée en h.

L'unité du résultat dépend des unités des grandeurs que l'on multiplie ou que l'on divise.

2. Grandeur quotient

Le quotient de deux grandeurs de natures différentes donne une nouvelle grandeur appelée **grandeur quotient**.

$$\boxed{\text{Vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{durée}}}$$

Exemple : Calculer la vitesse d'un TGV parcourant 640 km en 2 h 30 min.

$$2 \text{ h } 30 \text{ min} = 2,5 \text{ h} \quad (\text{voir 1. ci-dessus})$$

$$v = \frac{640}{2,5} = \boxed{256 \text{ km.h}^{-1}}$$

Remarque : La vitesse est en km.h⁻¹ car la distance est en km et la durée en h.

Comment travailler avec des fonctions ?

1. Définir une fonction

Programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Doubler ce nombre ;
- Soustraire le carré du nombre choisi au résultat obtenu.

Quel nombre obtient-on si on choisit le nombre 3 au départ ?

- Nombre choisi au départ : 3
- $3 \times 2 = 6$
- $6 - 3^2 = 6 - 9 = -3$ ← Nombre obtenu

Une fonction f est un procédé de calcul qui à un nombre de départ, par exemple 3, fait correspondre le nombre obtenu à la fin du programme de calcul, c'est à dire ici : -3

On note : $f : 3 \mapsto -3$

ou bien $f(3) = -3$
 antécédent image

2. Calculer une image

Programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Doubler ce nombre ;
- Soustraire le carré du nombre choisi au résultat obtenu.

Quel nombre obtient-on si on choisit le nombre 2 au départ ?

- Nombre choisi au départ : 2
- $2 \times 2 = 4$
- $4 - 2^2 = 4 - 4 = 0$ ← Nombre obtenu

Soit $f : x \mapsto 2x - x^2$

Calculer l'image de 2 par f (ou calculer $f(2)$, c'est pareil).

On remplace x par 2 :

$$\begin{aligned} f(2) &= 2 \times 2 - 2^2 \\ &= 4 - 4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

L'image de 2 par f est 0.

3. Compléter un tableau de valeurs

Compléter le tableau de valeurs de la fonction f définie par : $f(x) = 2x - x^2$

Dans la 1^{ère} ligne du tableau, on donne les antécédents.

Dans la 2^{ème} ligne du tableau, on calcule les images des nombres donnés.

Antécédent : nombre de départ

Exemple : $f(2) = 0$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-24	-15	-8	-3	0	1	0	-3	-8

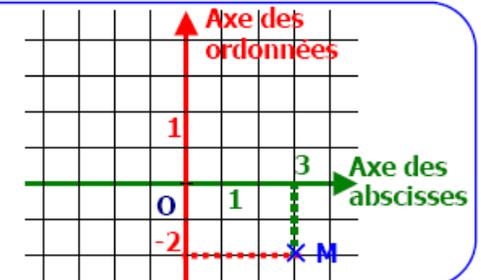
Image : nombre d'arrivée

Comment tracer et utiliser la représentation graphique d'une fonction ?

1. Placer un point et lire ses coordonnées

Placer le point M de coordonnées $(3 ; -2)$.

- Le nombre 3 se place sur l'axe des abscisses (axe horizontal) et s'appelle l'abscisse de M .
- Le nombre -2 se place sur l'axe des ordonnées (axe vertical) et s'appelle l'ordonnée de M .



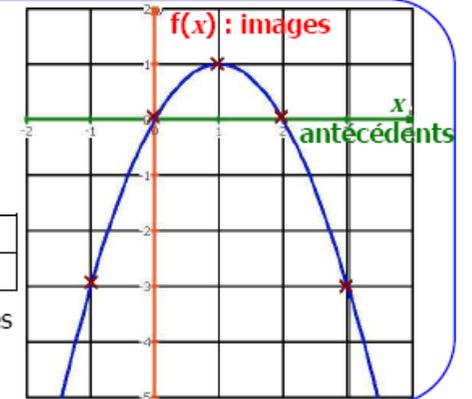
2. Représentation graphique

Représenter graphiquement la fonction f définie par : $f(x) = 2x - x^2$

On fait un tableau de valeurs en choisissant plusieurs valeurs quelconques pour x et on calcule $f(x)$.

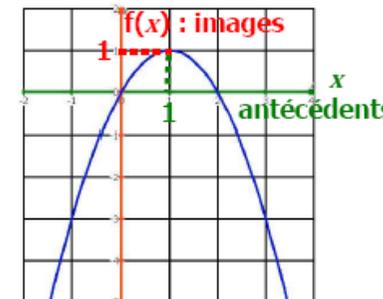
x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-3	0	1	0	-3

Il reste à placer les points de coordonnées $(-1; -3)$; $(0; 0)$; $(1; 1)$ etc... puis à tracer la courbe à main levée.



3. Image graphiquement

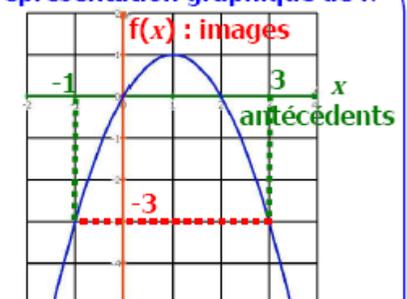
Trouver l'image de 1 avec la représentation graphique de f .



On part de 1 sur l'axe des abscisses, on va jusqu'à la courbe, et on obtient 1 sur l'axe des ordonnées. L'image de 1 par f est 1.

4. Antécédent(s) graphiquement

Trouver les antécédents de -3 avec la représentation graphique de f .



On part de -3 sur l'axe des ordonnées, on va jusqu'à la courbe, et on obtient -1 et 3 sur l'axe des abscisses. Les antécédents de -3 sont -1 et 3.

Comment travailler avec des fonctions affines ?

1. Calculer une image

Soit $f : x \mapsto 3x - 4$

Calculer l'**image** de 5 par f
(ou calculer $f(5)$, c'est pareil).

On remplace x par 5 :

$$\begin{aligned} f(5) &= 3 \times 5 - 4 \\ &= 15 - 4 \\ &= \boxed{11} \end{aligned}$$

L'**image** de 5 par f est **11**.

Programme de calcul :

- Choisis un **nombre** ;
- **Multiplie** ce nombre par 3 ;
- **Soustrais** 4 au résultat obtenu.

Quel **nombre** obtient-on si on choisit le **nombre 5** au départ ?

- **Nombre** choisi au départ : 5
- $5 \times 3 = 15$
- $15 - 4 = 11$

Nombre obtenu : $\boxed{11}$

2. Calculer un antécédent

Soit $f : x \mapsto 3x - 4$

Calculer l'**antécédent** de -7 par f .

On doit avoir $3x - 4 = -7$

et il faut calculer x :

$$3x = -7 + 4$$

$$3x = -3$$

$$x = \frac{-3}{3} \quad x = \boxed{-1}$$

L'**antécédent** de -7 par f est **-1**.

Programme de calcul :

- Choisis un **nombre** ;
- **Multiplie** ce nombre par 3 ;
- **Soustrais** 4 au résultat obtenu.

Quel **nombre** a-t-on choisi au départ si on obtient le **nombre -7** ?

- **Nombre** obtenu : -7
- $-7 + 4 = -3$
- $-3 \div 3 = -1$

Nombre choisi au départ : $\boxed{-1}$

3. Calculer le coefficient d'une fonction linéaire

Soit f une fonction linéaire telle que $f(2) = 1$.

Déterminer le **coefficient** de cette fonction linéaire.

C'est une **fonction linéaire**, donc $f(x) = ax$

$$f(2) = 1 \quad \text{donc} \quad a \times 2 = 1$$

$$\text{donc} \quad a = \boxed{\frac{1}{2}}$$

4. Calculer les coefficients d'une fonction affine

Soit f une fonction affine telle que $f(2) = 1$ et $f(-3) = -11$.

Déterminer les **coefficients** de cette fonction affine.

C'est une **fonction affine**, donc $f(x) = ax + b$

$$f(2) = 1 \quad \text{donc} \quad 2a + b = 1$$

$$f(-3) = -11 \quad \text{donc} \quad -3a + b = -11$$

Il reste à **résoudre ce système** pour trouver a et b .

Comment tracer et utiliser la représentation graphique d'une fonction affine $f(x) = ax + b$?

1. Représentation graphique

Représenter graphiquement la fonction f définie par $f(x) = 2x - 1$
On fait un **tableau de valeurs** en choisissant 2 valeurs quelconques pour x et on calcule y .

x	0	3
y	-1	5

Il reste à **placer les points** de coordonnées $(0; -1)$ et $(3; 5)$ puis à **tracer la droite**.

NB : La représentation graphique d'une **fonction affine** est une **droite**.

Cas particulier :

fonction linéaire $g(x) = ax$

Représenter graphiquement la fonction g définie par $f(x) = 2x$

On fait un **tableau de valeurs** en choisissant 2 valeurs quelconques pour x et on calcule y .

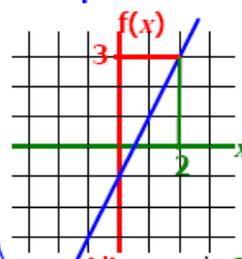
x	0	2
y	0	4

Il reste à **placer les points** de coordonnées $(0; 0)$ et $(2; 4)$ puis à **tracer la droite**.

NB : La représentation graphique d'une **fonction linéaire** est une **droite** qui **pass**e par l'**origine**.

2. Image graphiquement

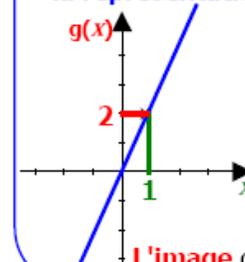
Trouver l'**image** de 2 avec la représentation graphique de f .



L'**image** de 2 par f est **3**.

On part de 2 sur l'**axe des abscisses**, on va jusqu'à la **droite**, et on obtient 3 sur l'**axe des ordonnées**.

Trouver l'**image** de 1 avec la représentation graphique de g .

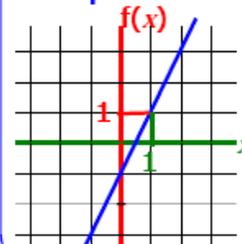


L'**image** de 1 par g est **2**.

On part de 1 sur l'**axe des abscisses**, on va jusqu'à la **droite**, et on obtient 2 sur l'**axe des ordonnées**.

3. Antécédent graphiquement

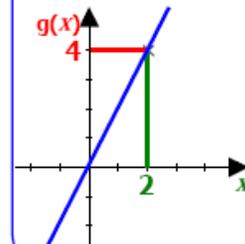
Trouver l'**antécédent** de 1 avec la représentation graphique de f .



L'**antécédent** de 1 par f est **1**.

On part de 1 sur l'**axe des ordonnées**, on va jusqu'à la **droite**, et on obtient 1 sur l'**axe des abscisses**.

Trouver l'**antécédent** de 4 avec la représentation graphique de g .



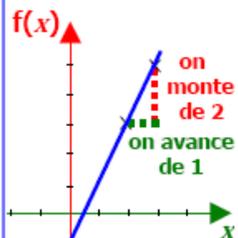
L'**antécédent** de 4 par g est **2**.

On part de 4 sur l'**axe des ordonnées**, on va jusqu'à la **droite**, et on obtient 2 sur l'**axe des abscisses**.

4. Coefficients graphiquement (pas obligatoire en 3^{ème})

☞ Coefficient directeur d'une droite

Trouver le coefficient a de f avec sa représentation graphique.



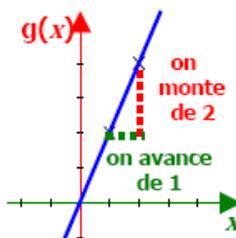
On part d'un point sur la représentation graphique de f , on avance de 1 unité sur l'axe des abscisses, et on monte de 2 unités sur l'axe des ordonnées.

Fonction affine

Le coefficient a de f est 2 .

Remarque : Le coefficient a s'appelle le coefficient directeur ou la pente de la droite.

Trouver le coefficient a de g avec sa représentation graphique.



On part d'un point sur la représentation graphique de g , on avance de 1 unité sur l'axe des abscisses, et on monte de 2 unités sur l'axe des ordonnées.

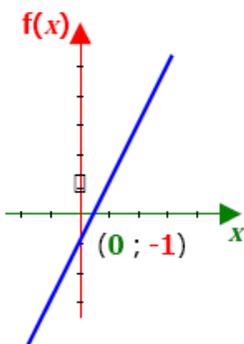
Fonction linéaire

Le coefficient a de g est 2 .

Remarque : Le coefficient a s'appelle le coefficient directeur ou la pente de la droite.

☞ Ordonnée à l'origine d'une droite

Trouver le coefficient b de f avec sa représentation graphique.



On lit l'ordonnée du point de la représentation graphique de f qui a pour abscisse 0 : c'est -1 .

Le coefficient b de f est -1 .

Remarque : Le coefficient b s'appelle l'ordonnée à l'origine de la droite.

Avertissement :

☞ Il n'est pas indispensable en 3^{ème} (pour le brevet) de savoir trouver les coefficients d'une fonction par la méthode graphique.

☞ En revanche, pour les élèves qui iront en 2^{nde}, il est important de savoir trouver les coefficients d'une fonction à partir de sa représentation graphique.

Comment résoudre un problème avec des fonctions ?

Énoncé

Dans un magasin, une cartouche d'encre coûte 15 €. Sur un site Internet, cette cartouche coûte 10 €, avec des frais de livraison fixes de 40 €, quel que soit le nombre de cartouches.

1. Reproduire et compléter ce tableau :

Nombre de cartouches	2	5	11	14
Prix magasin		75		
Prix Internet		90		

2. On note x le nombre de cartouches.

a. On note P_A le prix à payer pour l'achat de x cartouches en magasin. Exprimer P_A en fonction de x .

b. On note P_B le prix à payer, en comptant la livraison, pour l'achat de x cartouches par Internet. Exprimer P_B en fonction de x .

3. Dans un repère orthogonal, tracer les droites d et d' définies par :
 d représente la fonction : $x \mapsto 15x$
 d' représente la fonction : $x \mapsto 10x + 40$

4. En utilisant le graphique :

a. Déterminer le prix le plus avantageux pour l'achat de 6 cartouches.

b. Sonia dispose de 80 euros pour acheter des cartouches. Est-il plus avantageux pour elle d'acheter des cartouches en magasin ou sur Internet ?

5. A partir de quel nombre de cartouches le prix sur Internet est-il inférieur ou égal à celui du magasin ? Expliquer votre réponse.

Corrigé

1. Nombre de cartouches	2	5	11	14
Prix magasin	30	75	165	210
Prix Internet	60	90	150	180

2. a. $P_A = 15x$ b. $P_B = 10x + 40$

3.

x	0	5
$f(x)$	0	75

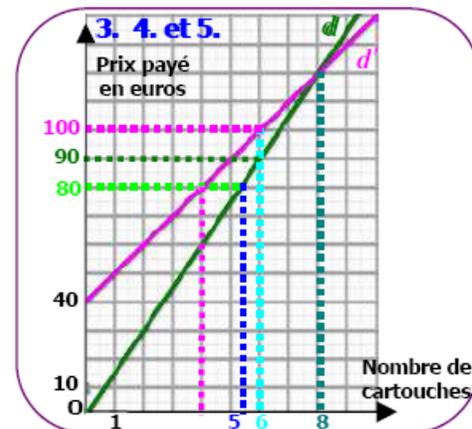
 d passe par les points $(0; 0)$ et $(5; 75)$.

C'est la représentation du prix P_A .

x	0	5
$g(x)$	40	90

 d' passe par les points $(0; 40)$ et $(5; 90)$.

C'est la représentation du prix P_B .



4. a. Il est plus avantageux d'acheter les 6 cartouches en magasin (90 € en magasin et 100 € sur Internet).

b. Avec 80 €, on peut avoir 4 cartouches sur Internet et 5 en magasin : il vaut mieux encore les acheter en magasin.

5. Pour plus de 8 cartouches, c'est plus avantageux sur Internet. (la droite d' passe "en dessous" de d)

Comment calculer des effectifs et des fréquences ?

1. Effectifs

Répartition des mentions au brevet :

Mention	Sans	AB	B	TB
Effectif	20	22	18	14
Effectif cumulé	20	42	60	74

L'**effectif** est le nombre d'élèves dans **chaque** catégorie.

L'**effectif cumulé** est la **somme des effectifs** jusqu'à la catégorie considérée.

2. Fréquences

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$$

Mention	Sans	AB	B	TB	Total
Effectif	20	22	18	14	74
Fréquence (en %)	27	30	24	19	100
Fréquence cumulée (en %)	27	57	81	100	

La **fréquence** des élèves ayant la mention **AB** est :

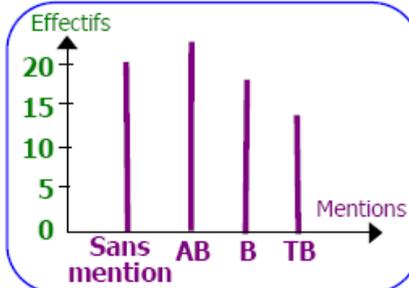
$$\frac{22}{74} \approx 0,30 \text{ soit } \boxed{30\%} \text{ à } 1\% \text{ près}$$

On donne souvent la **fréquence** sous forme de **pourcentage**.

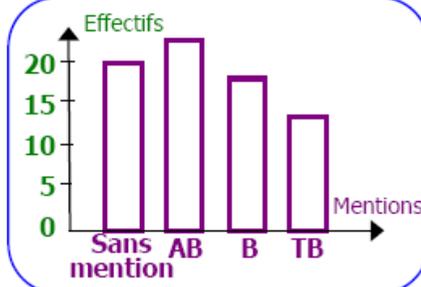
La **fréquence cumulée** est la **somme des fréquences** jusqu'à la catégorie considérée.

Comment représenter une série statistique ?

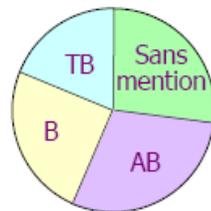
1. Diagramme à bâtons



2. Histogramme



3. Diagramme circulaire



Mention	Sans	AB	B	TB	Total
Effectif	20	22	18	14	74
Angle	x	y	z	t	360

Les angles sont proportionnels aux effectifs : $74 \times x = 360 \times 20$
 $x = \frac{360 \times 20}{74} \approx \boxed{97^\circ}$ à 1° près

Comment calculer une moyenne, une médiane, une étendue et les 1^{er} et 3^{ème} quartiles ?

Dans toute la fiche, nous utiliserons ces **notes** obtenues par un groupe d'élèves :
8 ; 10 ; 10 ; 11 ; 11 ; 11 ; 13 ; 13 ; 15.

Remarque : Lorsque ce n'est pas fait dans l'énoncé, il faut **ranger les notes par ordre croissant**, c'est plus facile ensuite.

1. Moyenne pondérée

Notes des élèves :

Notes	8	10	11	13	15
Effectif	1	2	3	2	1

Moyenne pondérée par les effectifs :

$$\frac{8 \times 1 + 10 \times 2 + 11 \times 3 + 13 \times 2 + 15 \times 1}{9} =$$

$$\frac{8 + 20 + 33 + 26 + 15}{9} =$$

$$\frac{102}{9} \approx \boxed{11,3} \text{ à } 0,1 \text{ près}$$

- On multiplie chaque **note** par l'**effectif** correspondant.
- On **additionne les résultats**.
- On **divise** par l'**effectif total**.

3. Etendue

L'**étendue** est la **différence** entre la **plus grande** et la **plus petite** valeur.

Les **notes** vont de **8** à **15** donc l'**étendue** est de : $15 - 8 = \boxed{7}$

Il y a **7 points d'écart** entre la **note la plus élevée** et la note **la plus basse**.

2. Regroupement en classes

$[8;10[$ → notes **entre 8 et 10** :
8 compris et 10 non compris.

Classe de notes	$[8;10[$	$[10;12[$	$[12;14[$	$[14;16[$
Effectif	1	5	2	1
Centre de la classe	9	11	13	15

$$\text{Moyenne} : \frac{9 \times 1 + 11 \times 5 + 13 \times 2 + 15 \times 1}{9} = \frac{9 + 55 + 26 + 15}{9} = \frac{105}{9} \approx \boxed{11,7} \text{ à } 0,1 \text{ près}$$

- On multiplie chaque **centre de la classe** par l'**effectif** correspondant.
- On **additionne les résultats**.
- On **divise** par l'**effectif total**.

Remarque : Cette **moyenne** n'est pas exacte, c'est **une approximation**.

4. Médiane

8 ; 10 ; 10 ; 11 ; 11 ; 11 ; 13 ; 13 ; 15
 4 notes inférieures à 11 4 notes supérieures à 11

La **médiane** est la **valeur** qui partage la **série de notes** en **deux parties** de **même effectif** donc ici la **médiane** est **11**.

Remarque : Il y a **autant de valeurs inférieures** que de **valeurs supérieures** à la **médiane**.

5. Premier et troisième quartiles

Au moins le quart des valeurs

8 ; 10 ; **10** ; 11 ; 11 ; 11 ; **13** ; 13 ; 15

Au moins les trois quarts des valeurs

Le **1^{er} quartile** est la plus petite valeur Q_1 de la série telle qu'au moins le quart des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Q_1 .

On divise l'effectif total par 4 : $\frac{9}{4} = 2,25$ donc Q_1 est la 3^{ème} note : $Q_1 = 10$

Le **3^{ème} quartile** est la plus petite valeur Q_3 de la série telle qu'au moins les trois quarts des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Q_3 .

On calcule les $\frac{3}{4}$ de l'effectif total : $\frac{3}{4} \times 9 = 6,75$

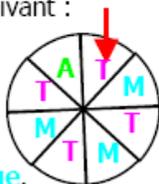
donc Q_3 est la 7^{ème} note : $Q_3 = 13$

Comment calculer des probabilités ?

Dans toute la fiche sur les probabilités, on considère l'exemple suivant :

A un stand, on fait tourner la **roue de loterie** ci-contre composée de **8 secteurs de tailles identiques** :

- si la **flèche** indique la **lettre A**, on gagne un **autocollant** ;
- si la **flèche** indique la **lettre T**, on gagne un **tee-shirt** ;
- si la **flèche** indique la **lettre M**, on gagne un **tour de manège**.



1. Probabilité d'un événement

- Calculer la **probabilité** de l'événement **A** : **gagner un autocollant**
En tournant la roue, la **flèche** a **1** chance sur **8** d'indiquer la **lettre A**.

Donc la **probabilité** de l'événement **A** est : $p(A) = \frac{1}{8} = 0,125$

- Calculer la **probabilité** de l'événement **T** : **gagner un tee-shirt**
En tournant la roue, la **flèche** a **4** chances sur **8** d'indiquer la **lettre T**.

Donc la **probabilité** de l'événement **T** est : $p(T) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0,5$

- Calculer la **probabilité** de l'événement **M** : **gagner un tour de manège**
En tournant la roue, la **flèche** a **3** chances sur **8** d'indiquer la **lettre M**.

Donc la **probabilité** de l'événement **M** est : $p(M) = \frac{3}{8} = 0,375$

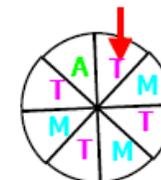
2. Probabilité d'un événement contraire

Calculer la **probabilité** de l'événement **contraire** de **A** noté **non A** c'est à dire : **ne pas gagner un autocollant**.

Méthode n°1 : **Ne pas gagner un autocollant** revient à gagner un **tee-shirt** ou un **tour de manège**.

Donc $p(\text{non A}) = p(T) + p(M)$

$$p(\text{non A}) = \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8} = 0,875$$



Méthode n°2 : $p(A) + p(\text{non A}) = 1$

Donc $p(\text{non A}) = 1 - p(A)$

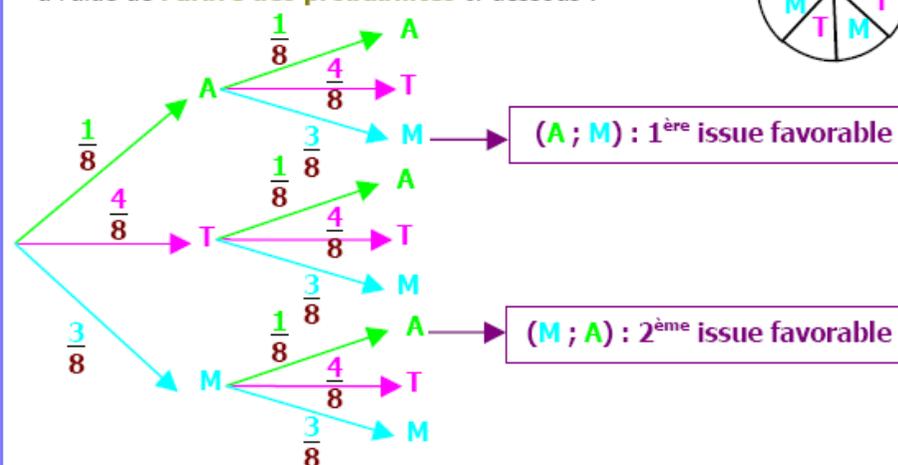
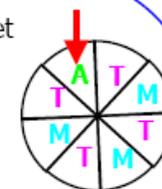
$$p(\text{non A}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 0,875$$

3. Probabilité dans le cas d'une expérience à 2 épreuves

Pierre fait tourner **deux fois** la **roue de loterie**.

Calculer la **probabilité** qu'il gagne un **autocollant** et un **tour de manège**.

On représente l'ensemble de **toutes les issues possibles** à l'aide de l'**arbre des probabilités** ci-dessous :



La **probabilité** du résultat auquel conduit un **chemin** est égale au **produit des probabilités** rencontrées **le long de ce chemin**.

$$\text{Donc } p(A; M) = \frac{1}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{64} \text{ et } p(M; A) = \frac{3}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{64}$$

Donc la **probabilité** que Pierre gagne un **autocollant** et

$$\text{un tour de manège est égale à : } \frac{3}{64} + \frac{3}{64} = \frac{6}{64} = 0,09375$$

INDEX

ALGEBRE	Pages	ALGEBRE	Pages
Algorithme	5	Grandeurs composées	26
Antécédent	27 à 30	Histogramme	33
Arbre des possibles	36	Identités remarquables	16-18
Arrondi	3	Image	27 à 30
Brevet	2	Inéquation du 1 ^{er} degré	19
Calculatrice	4	Médiane	34
Calculer une expression	17	Moyenne	34
Coefficients d'une fonction	29 - 31	Nombres relatifs	9-10
Coordonnées d'un point	28	Nombres premiers entre eux	6
Critères de divisibilité	6	PGCD	5
Développer et réduire	15-16	Pourcentages	25
Diagramme à bâtons	33	Priorités	10
Diagramme circulaire	33	Probabilités	35-36
Double distributivité	16	Problème ouvert	8
Durées	26	Problèmes (équations)	23
Ecriture scientifique	12	Problème (fonctions)	32
Effectifs	33	Proportionnalité	24
Equation du 1 ^{er} degré	19	Puissances	11
Equation produit	20	Puissances de 10	12
Equation $x^2 = a$	20	Quartiles	35
Etendue	34	Quatrième proportionnelle	24
Événement contraire	36	Racines carrées	14
Exercice récapitulatif	21	Regroupement en classes	34
Expérience à 2 épreuves	36	Représentation graphique	28-30-31
Factoriser	17-18	Résultat	3
Fonctions	27-28	Statistiques	33 à 35
Fonctions affines	29 à 31	Système de 2 équations	22-23
Fonctions linéaires	29 à 31	Tableau de valeurs	27
Fractions	13-6	Tableur	7
Fréquences	33	Valeur exacte	3