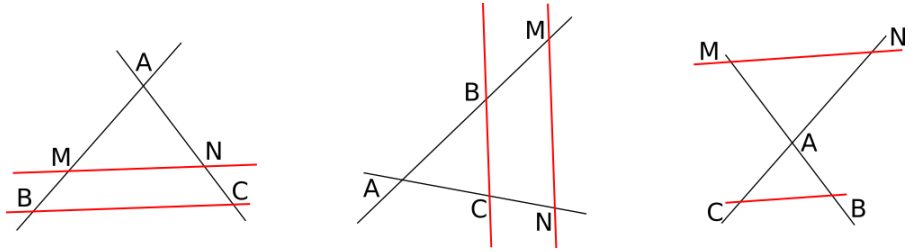
Théorème de Thalès et sa réciproque

Théorème de Thalès

Soient (BM) et (CN) deux droites sécantes en A.
Si les droites (BC) et (MN) sont **parallèles**
Alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Il y a trois configurations possibles :



AMN est l'image de ABC par l'homothétie de centre A et de rapport $k > 0$	AMN est l'image de ABC par l'homothétie de centre A et de rapport $k < 0$
k<1 k >1	
« Forme triangle »	« Forme papillon »

Dans de telles configurations, les longueurs des côtés des triangles ABC et AMN sont proportionnelles :

	Côtés portés par (d)	Côtés portés par (d')	Côtés sur parallèles
Triangle ABC	AB	AC	BC
Triangle AMN	AM	AN	MN

$\times k$

Les droites sont-elles parallèles ?

Pour savoir si les droites sont parallèles ou non, dans l'une des configurations précédentes :

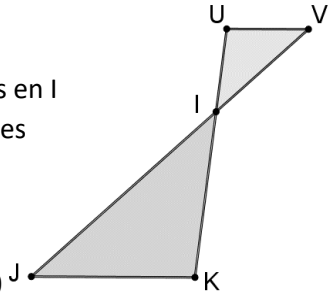
- on vérifie que les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre
- on calcule **SEPAREMENT** les quotients $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$

en fonction les quotients obtenus sont égaux

OUI → on applique la RECIPROQUE du théorème de Thalès et les droites (BM) et (CN) sont parallèles.

NON → on applique la CONTRAPOSEE du théorème de Thalès et les droites (BM) et (CN) ne sont pas parallèles.

On sait que $(UV) // (JK)$; $IJ = 30$; $IK = 20$; $IU = 10$; $UV = 10$.
Calculer IV et JK.

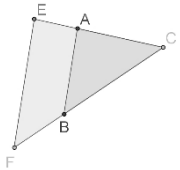


Dans les triangles IJK et IUV
On sait que * les droites (UK) et (VJ) sont sécantes en I
* Les droites (UV) et (JK) sont parallèles
D'après le théorème de Thalès

$$\frac{IJ}{IV} = \frac{IK}{IU} = \frac{JK}{UV} \Leftrightarrow \frac{30}{IV} = \frac{20}{10} = \frac{JK}{10}$$

Alors $IV = \frac{10}{20} \times 30 = 15$ *et* $JK = \frac{20}{10} \times 10 = 20$
Donc $IV = 15$ et $JK = 20$

Dans la figure suivante : $AC = 11$; $AE = 22$; $CB = 15$; $CF = 30$.
Les droites (AB) et (EF) sont-elles parallèles ?

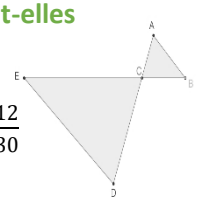


D'une part $\frac{CA}{CE} = \frac{11}{33} = \frac{1}{3}$
D'autre part $\frac{CB}{CF} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$

Dans les triangles CAB et CEF
On sait que
- C, A, E et C, B, F sont alignés dans cet ordre
- $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès
On obtient que les droites (AB) et (EF) sont parallèles

On donne $AB = 2{,}5\ cm$; $BC = 3{,}3\ cm$; $AC = 2{,}4\ cm$; $CD = 6\ cm$ et $CE = 9\ cm$.
Les droites (ED) et (AB) sont-elles parallèles?



D'une part $\frac{CA}{CD} = \frac{2{,}4}{6} = \frac{2}{5} = \frac{12}{30}$
D'autre part $\frac{CB}{CE} = \frac{3{,}3}{9} = \frac{11}{30}$

Dans les triangles CAB et CDE
On sait que
- A, C, D et B, C, E sont alignés dans cet ordre
- $\frac{CA}{CD} \neq \frac{CB}{CE}$

D'après la contraposée du théorème de Thalès
On obtient que les droites (ED) et (AB) ne sont pas parallèles.