

Multiples et diviseurs

On dit qu'un **nombre A est multiple d'un nombre B** si l'on peut trouver A en multipliant B par un nombre entier.

On dit alors aussi que **B est un diviseur de A**

Exemples : comme $63 = 9 \times 7$, alors

- 7 et 9 sont des **diviseurs** de 63
- 63 est un **multiple** de 7 et de 9
- 63 est **divisible par** 7 et par 9

Méthode : Écrire la liste des diviseurs d'un nombre

Pour déterminer les diviseurs d'un nombre, on écrit tous les produits de deux facteurs qui donnent ce nombre, **dans l'ordre croissant** en s'arrêtant dès qu'on arrive à un diviseur déjà trouvé

Exemple:

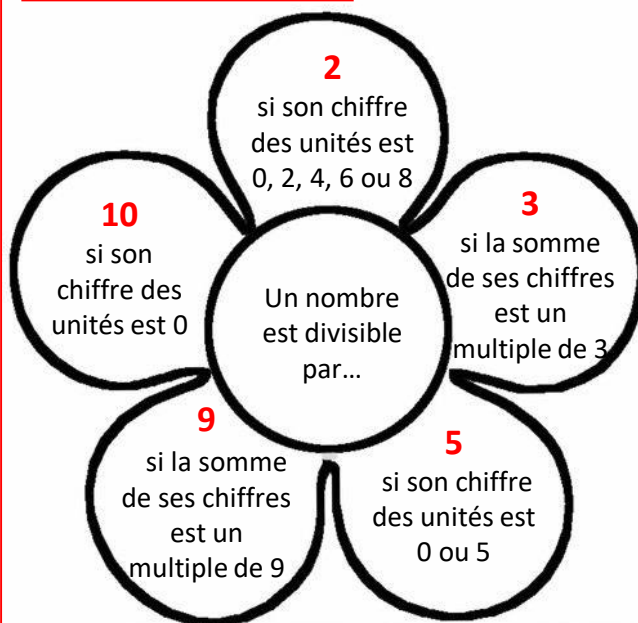
- $42 = 1 \times 42$
- $42 = 2 \times 21$
- $42 = 3 \times 14$
- $42 = 6 \times 7$

(On s'arrête car on retombe sur 7)

Diviseurs de 42 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 ; 21 et 42.

Utiliser la divisibilité et les nombres premiers

Critères de divisibilité



Nombres premiers

Un nombre entier est premier s'il n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même

Exemples :

- 3 ; 5 ; 7 ; 11 etc. sont des nombres premiers
- 1 n'est pas un nombre premier
- 2 est le seul nombre premier pair

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Décomposition en facteurs premiers

Tout nombre entier supérieur à 1 admet une décomposition unique en produit de facteurs premiers.

Méthode : Pour décomposer un entier en **produit de facteurs premiers**, on décompose par étapes, jusqu'à ce qu'aucun nombre ne soit décomposable.

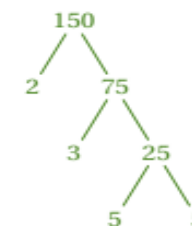
$$\begin{aligned} 240 &= 24 \times 10 \\ &= 2 \times 12 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 2 \times 6 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5 \\ &= 2^4 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

Astuce 1 : en utilisant un tableau

$$\begin{array}{r|l} 198 & 2 \\ 99 & 3 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$198 = 2 \times 3^2 \times 11$$

Astuce 2 : en utilisant un arbre



$$150 = 2 \times 3 \times 5^2$$

Fraction irréductible

Une fraction est irréductible si on ne peut plus la simplifier, lorsque le numérateur et le dénominateur n'ont plus de diviseur commun autre que 1.

$$\text{Exemple : } \frac{76}{84} = \frac{2 \times 2 \times 19}{2 \times 2 \times 21} = \frac{19}{21}$$