Fonctions linéaires

Expression algébrique

- $f : x \mapsto ax$ (a est un nombre donné).
- f est la fonction linéaire de coefficient a.
- Les images sont **proportionnelles** aux antécédents.
- Une **fonction linéaire** modélise une situation de **proportionnalité**

Exemple : $f(x) = 3x$

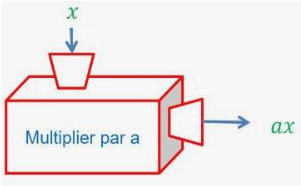


Tableau de valeurs

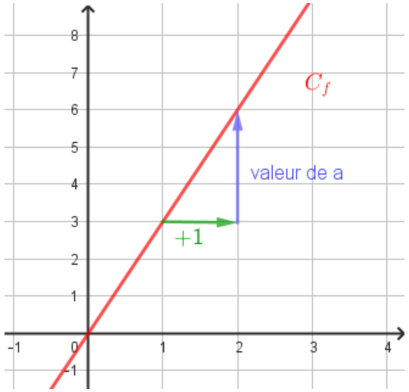
Tableau de proportionnalité de coefficient a (ici, a = **3**)

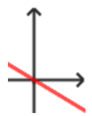
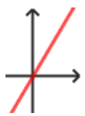
x	-4	-2	-1	0	1	3
$f(x)$	-12	-6	-3	0	3	9

$\times 3$

Représentation graphique

C'est une droite qui **passe par l'origine** du repère.
Quand x augmente d'une unité, $f(x)$ augmente de a.



a < 0 (négatif)	a = 0 (nul)	a > 0 (positif)
		
La fonction f est décroissante	La fonction f est constante	La fonction f est croissante

Méthode : Calculer le coefficient d'une fonction linéaire

Une fonction linéaire est déterminée dès que l'on connaît un antécédent (non nul) et son image.
Il suffit de calculer son coefficient a sachant que $f(x) = ax$

Exemples :

- Déterminer la fonction linéaire h telle que $h(8) = 56$
  Comme h est une fonction linéaire, elle est de la forme $h(x) = ax$
  Alors $a \times 8 = 56$ d'où $a = \frac{56}{8} = 7$
  Donc $h(x) = 7x$
- Déterminer la fonction linéaire k *dont la courbe* passe par le point $V(4; 10)$
  Comme k est une fonction linéaire, elle est de la forme $k(x) = ax$
  De plus sa courbe passe par le point $V(4; 10)$ alors $k(4) = 10$
  Alors $a \times 4 = 10$ d'où $a = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2{,}5$
  Donc $k(x) = 2{,}5x$

Prendre p % d'un quantité

Prendre p % d'un nombre se traduit par une **multiplication par** $\frac{p}{100}$
On peut modéliser la fonction linéaire $f : x \mapsto \frac{p}{100}x$
Exemple : 28 % de 250 g correspond à 70 g car $\frac{28}{100} \times 250 = 70$

Calculer une augmentation en pourcentage

Une **augmentation de p** % se traduit par une **multiplication par** $\mathbf{1 + \frac{p}{100}}$ (coefficient multiplicateur d'augmentation, *supérieur à 1*)
Cette augmentation est modélisée par la fonction linéaire

$$x \mapsto \left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{100}}\right)x$$

Exemples :

- Une veste coûte 78 €. Son prix augmente de 40 %. Calculer son nouveau prix.
  Une augmentation de 40 % peut être modélisée par la fonction linéaire définie par $g_1(x) = \left(1 + \frac{40}{100}\right)x = 1{,}4x$
  On calcule l'image de 78 par la fonction g_1 :
  $g_1(78) = 1{,}4 \times 78 = 109{,}2$
  Son nouveau prix est donc **109,20 €.**
- Après une hausse de 25 %, une action vaut 360 €. Calculer son prix initial.
  Une augmentation de 25 % peut être modélisée par la fonction linéaire définie par $g_2(x) = \left(1 + \frac{25}{100}\right)x = 1{,}25x$
  On calcule alors l'antécédent de 360 par la fonction g2 :
  $g_2(x) = 360$
  $1{,}25 \times x = 360$
  D'où $x = \frac{360}{1{,}25} = 288$
  L'action valait **288 €.**

Calculer une diminution en pourcentage

Une **diminution de p** % se traduit par une **multiplication par** $\mathbf{1 - \frac{p}{100}}$ (coefficient multiplicateur de diminution 'augmentation, *compris entre 0 et 1*)
Cette augmentation est modélisée par la fonction linéaire $x \mapsto \left(\mathbf{1} - \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{100}}\right)x$