Calcul littéral

Expression littérale (Vocabulaire)

- Expression avec des nombres et des lettres.

A quoi elle sert : *produire une formule ou traduire un programme de calcul pour* ***généraliser*** *un calcul, prouver une propriété en général.*

- Une **même lettre** représente le **même nombre**
- C'est une **variable** si sa valeur peut changer sinon c'est une **constante**.
- **Calculer une expression littérale :** en attribuant une valeur aux variables.

Exemples :
- $P_{cercle} = 2 \times \pi \times r$ (avec r une variable et π une constante !).
- Le programme de calcul suivant : « Je choisis un nombre a. Je le multiplie par 7. J'ajoute 9 au produit obtenu. » peut être traduit par l'expression : $a \times 7 + 9$

Simplifications d'écriture

- **convention :** on n'écrit pas le **signe « × »** devant *une lettre ou une parenthèse*
- **notations :** pour tout nombre a , $a \times a$ se note a^2 (a au carré) , $a \times a \times a$ se note a^3 (a au cube) , etc …
- **égalités évidentes :** $0 \times a = 0$; $1 \times a = a$; $-1 \times a = -a$
- **commutativité de l'addition et de la multiplication.**

Exemples :
- $3 \times m = 3m$; *Cette règle ne s'applique pas pour le produit*
- 3×5 *qui ne peut pas s'écrire* 35 *! 3 5 35*

- $a \times b = ab$; $c \times 4 = 4 \times c = 4c$ (plutôt que *c*4)
- $7 \times (x + 2) = 7(x + 2)$
- $(8 + x) \times (3 - y) = (8 + x)(3 - y)$
- $3 + a + 2 = 3 + 2 + a = 5 + a$
- $2x \times 3x = 2 \times x \times 3 \times x = 2 \times 3 \times x \times x = 6 \times x^2$

Ne pas confondre a^2 et $2a$!
$a^2 = a \times a$ et $2a = 2 \times a = a + a$

Réduire une expression littérale

C'est l'écrire avec le minimum de termes (en regroupant les termes ***par famille***).

Exemples :
- $9 - 8x$ ou $4x^2 + 6x$ ne peuvent pas être réduites
- $6z + 2z = (6 + 2)z = 8z$
- $2(x + 3) + 4(x - 5) = 2x + 6 + 4x - 20 = 2x + 4x + 6 - 20 = 6x - 14$
- $3 - (a - 7 + b) = 3 - a + 7 - b = -a - b + 10$
- $3x^2 + 4x - 5 + 2x^2 - x + 11 = 3x^2 + 2x^2 + 4x - 1x + 11 - 5 = 5x^2 + 3x + 6$

Distributivité simple

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a + b) \underset{\text{factoriser}}{\overset{\text{développer}}{\rightleftharpoons}} ka + kb$$

Développer $A = -4(3y - 2)$
On peut utiliser le tableau suivant :

×	$3y$	-2
-4	$-12y$	$+8$

On trouve $A = -12y + 8$

Factoriser $B = 15x - 10$
On fait apparaître un facteur commun (ici, 5)
$B = \mathbf{5} \times 3x + \mathbf{5} \times (-2)$
$B = \mathbf{5}(3x - 2)$

Distributivité double

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a + b)(c + d) \underset{\text{factoriser}}{\overset{\text{développer}}{\rightleftharpoons}} ac + ad + bc + bd$$

Développer $C = (2x - 3)(5x - 4)$
On peut utiliser le tableau suivant :

×	$\mathbf{5x}$	$\mathbf{-4}$
$2x$	$10x^2$	$-8x$
-3	$-15x$	$+12$

On trouve $C = 10x^2 - 8x - 15x + 12$
$C = 10x^2 - 23x + 12$

Identité remarquable

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Développer
- $(2x - 7)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 7 + 7^2 = 4x^2 - 28x + 49$
- $(5x - 3)(5x + 3) = (5x)^2 - 3^2 = 25x^2 - 9$

Factoriser
- $64 - 81x^2 = 8^2 - (9x)^2 = (8 + 9x)(8 - 9x)$