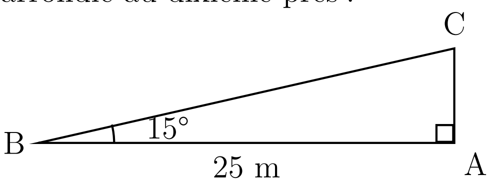
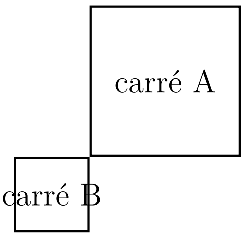
Révision DNB - Fonctions — Troisième

Exercice 1

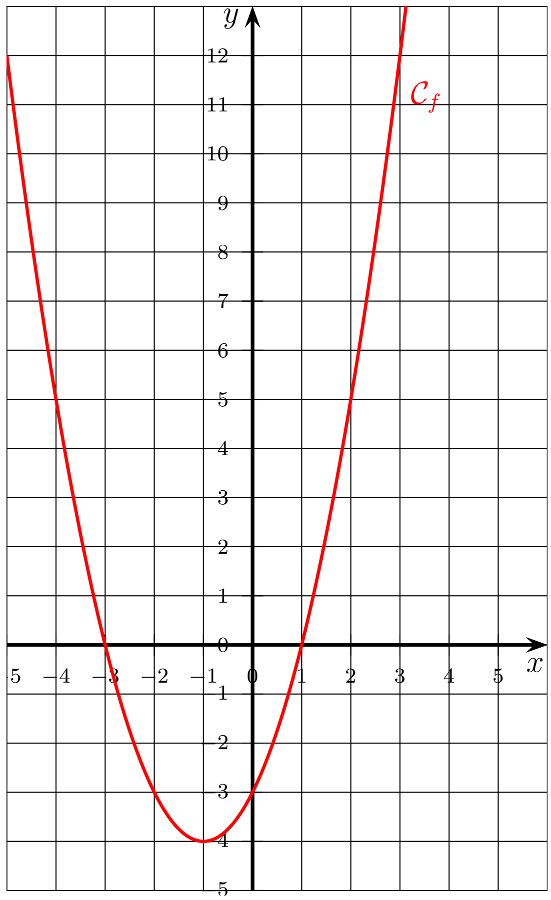
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM) dont une seule réponse exacte.
Aucune justification n'est demandée.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1) Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 28 ?	4×7	2×14	$2^2 \times 7$
2) Quelle est l'écriture scientifique de $\dfrac{5 \times 10^6 \times 1,2 \times 10^{-8}}{2,4 \times 10^5}$?	25×10^{-8}	$2,5 \times 10^{-7}$	$2,5 \times 10^3$
3) Un pantalon coûte 58 €. Quel est son prix en € après une réduction de 20 % ?	38	46,40	57,80
4) Un article coûte 120 €. Une fois soldé, il coûte 90 €. Quel est le pourcentage de réduction ?	25 %	30 %	75 %
5) Quelle est la médiane de la série statistique suivante ? 2 ; 5 ; 3 ; 12 ; 8 ; 6.	5,5	6	10
6) Pour $x = 20$ et $y = 5$, quelle est la valeur de R dans l'expression $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$?	0,25	4	25
7) Quelle est la longueur en m du côté [AC], arrondie au dixième près ? 	6,5	6,7	24,1
8) Quel est le rapport de l'homothétie qui transforme le carré A en carré B ? 	-1	0,5	2
9) On considère l'agrandissement de coefficient 2 d'un rectangle ayant pour largeur 5 cm et pour longueur 8 cm. Quelle est l'aire du rectangle obtenu ?	40 cm^2	80 cm^2	160 cm^2

Exercice 2

DNB - Nouvelle Calédonie - 2023

1. (a) La fonction f, dont la représentation graphique est ci-dessous est-elle une fonction affine ? Justifier votre réponse.



   (b) À l'aide de ce graphique ci-dessus, compléter, ci-dessous, le tableau de valeurs de la fonction f.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-3	-2	-1	0	1	2
2	$f(x)$	0	-3	...	...	...	...

Parmi les trois formules suivantes, l'une correspond à l'expression de la fonction f.
Elle a été saisie dans la cellule B2 puis étendue dans la cellule C2 du tableau ci-dessus.

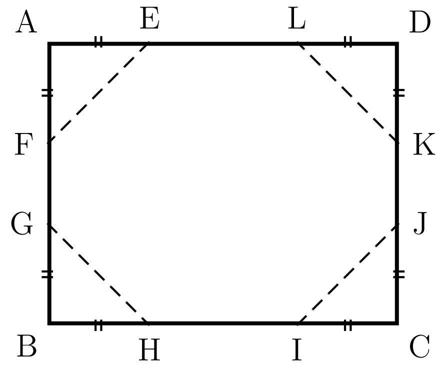
=B1 + 3	=(B1 + 3)∗(B1 − 1)	=SOMME(B1 : G1)

   (c) Noter la bonne formule sur votre copie.

2. On considère la fonction affine g définie par $g(x) = 2x + 1$.
   (a) Calculer l'image de -2 par la fonction g.
   (b) Calculer $g(3)$.
   (c) Déterminer l'antécédent de 2 par la fonction g.
   (d) Tracer, sur le graphique précédent, la représentation graphique de la fonction g.
3. L'expression de la fonction f ci-dessus est $f(x) = (x + 3)(x - 1)$.
   (a) Développer et réduire l'expression $(x + 3)(x - 1)$.
   (b) Pour quelle(s) valeur(s) de x, a-t-on $f(x) = g(x)$?

Exercice 3

DNB - Amérique du Sud - 2023



À partir d'une feuille rectangulaire de dimension 10 cm sur 8 cm, on coupe les quatre coins de manière identique.
On obtient ainsi un polygone FELKJIHG et quatre triangles rectangles isocèles égaux comme représenté ci-contre.
Avec AD = 10 cm ; AB = 8 cm.

Les deux parties sont indépendantes.

Première partie : on suppose que AE = 3 cm.

1. Quelle est l'aire du triangle AEF ?
2. En déduire l'aire du polygone FELKJIHG.

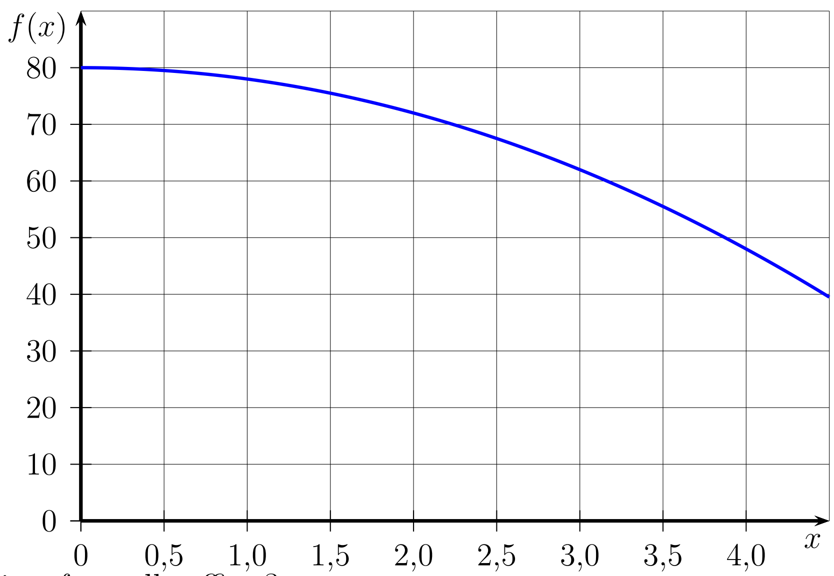
Deuxième partie :

On souhaite que l'aire du polygone FELKJIHG soit de 60 cm^2.
Pour cela, on fait varier la longueur AE et on observe l'effet sur l'aire du polygone FELKJIHG.
On note x la longueur AE exprimée en cm.

3. (a) Exprimer l'aire du triangle AEF en fonction de x.
   (b) Montrer que l'aire du polygone FELKJIHG, en cm^2, est donnée par l'expression $80-2x^2$.
4. On considère la fonction $f : x \longmapsto 80 - 2x^2$.
   À l'aide d'un tableur, on a produit le tableau de valeurs ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
2	$f(x)$	80	79,5	78	45,5	72	67,5	62	55,5	48

   Proposer une formule qui a pu être saisie en B2 avant d'être étirée vers la droite.
   Ne pas justifier.
5. Voici la courbe représentative de la fonction f :



   (a) La fonction f est-elle affine ?
   (b) Par lecture graphique, déterminer une valeur approchée de la longueur AE permettant d'obtenir un polygone FELKJIHG d'aire égale à 60 cm^2.
   (c) Trouver par le calcul la valeur exacte de cette longueur.

Exercice 4

DNB - Métropole - 2022

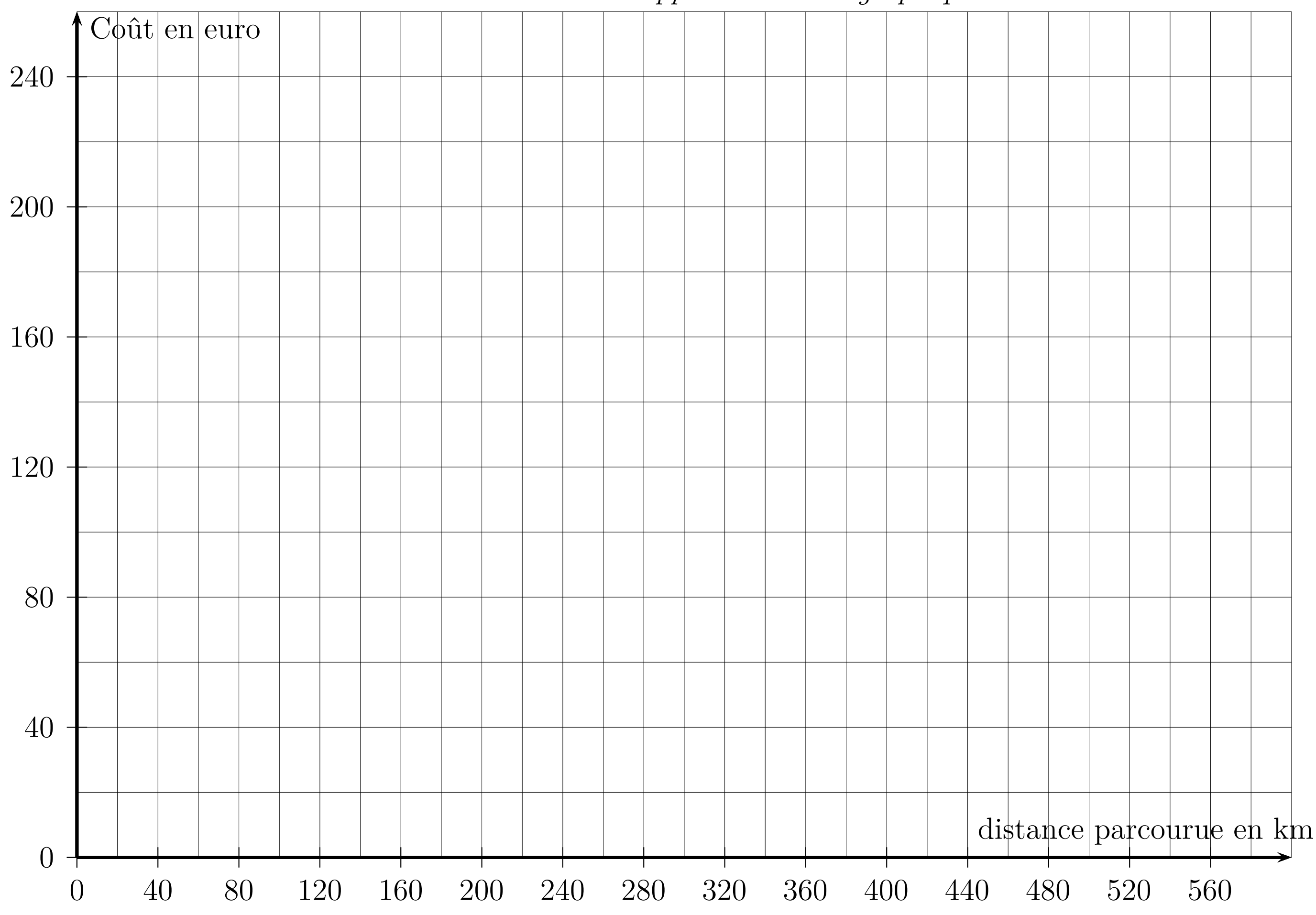
Yanis vit en France métropolitaine. Il part cet été en Guadeloupe en vacances.
Il se renseigne quant aux locations de véhicules.
Une société de location de voitures à Pointe-à-Pitre propose les tarifs suivants pour unvéhicule 5 places de taille moyenne, assurances non comprises :

- Tarif « Affaire » : 0,50 € par kilomètre parcouru.
- Tarif « Voyage court » : un forfait de 120 € puis 20 centimes par kilomètre parcouru
- Tarif « Voyage long » : un forfait de 230 €, quel que soit le nombre de kilomètres effectués.

1. Yanis a préparé son plan de route et il fera 280 km. Il choisit le tarif « Affaire ».
   Combien va-t-il payer ?
2. S'il parcourt 450 km, quelle offre est la plus avantageuse financièrement ?
3. Dans la suite, x désigne le nombre de kilomètres parcourus en voiture.
   On considère les trois fonctions l, m, n suivantes :

   $$l(x) = 230 \qquad m(x) = 0,5x \qquad n(x) = 0,2x + 120$$

   (a) Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions au tarif correspondant.
   (b) Déterminer le nombre de kilomètres à parcourir pour que le tarif « Voyage court » soit égal au tarif « Affaire ».
4. (a) Sur le graphique joint, tracer les courbes représentatives des fonctions l, m et n.
   (b) Déterminez graphiquement le nombre de kilomètres que devra atteindre Yanis pour que le tarif « Voyage long »soit le plus avantageux.
   On laissera les traits de constructions apparents sur le graphique.



Exercice 5

DNB - Polynésie - 2022

1. Voici un tableau de valeurs d'une fonction f :

x	-2	-1	0	1	3	4	5
$f(x)$	5	3	1	-1	-5	-7	-9

   (a) Quelle est l'image de 3 par la fonction f ?
   (b) Donner un nombre qui a pour image 5 par la fonction f.
   (c) Donner un antécédent de 1 par la fonction f.

2. On considère le programme de calcul suivant :

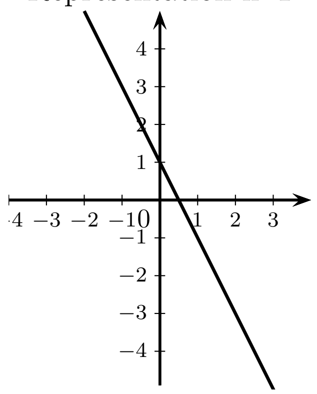
Choisir un nombre Ajouter 1 Calculer le carré du résultat

   (a) Quel résultat obtient-on en choisissant 1 comme nombre de départ ? Et en choisissant -2 comme nombre de départ ?
   (b) On note x le nombre choisi au départ et on appelle g la fonction qui à x fait correspondre le résultat obtenu avec le programme de calcul.
   Exprimer $g(x)$ en fonction de x.

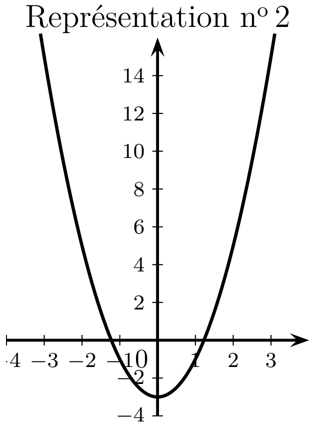
3. La fonction h est définie par $h(x) = 2x^2 - 3$.
   (a) Quelle est l'image de 3 par la fonction h ?
   (b) Quelle est l'image de -4 par la fonction h ?
   (c) Donner un antécédent de 5 par la fonction h. En existe-t-il un autre ?

4. On donne les trois représentations graphiques suivantes qui correspondent chacune à une des fonctions f, g et h citées dans les questions précédentes.
   Associer à chaque courbe la fonction qui lui correspond, en expliquant la réponse.

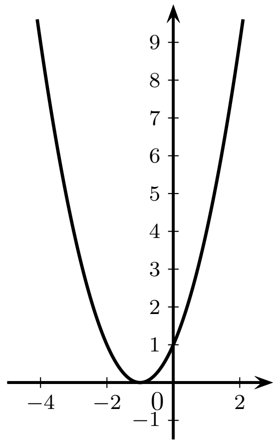
Représentation n° 1



Représentation n° 2



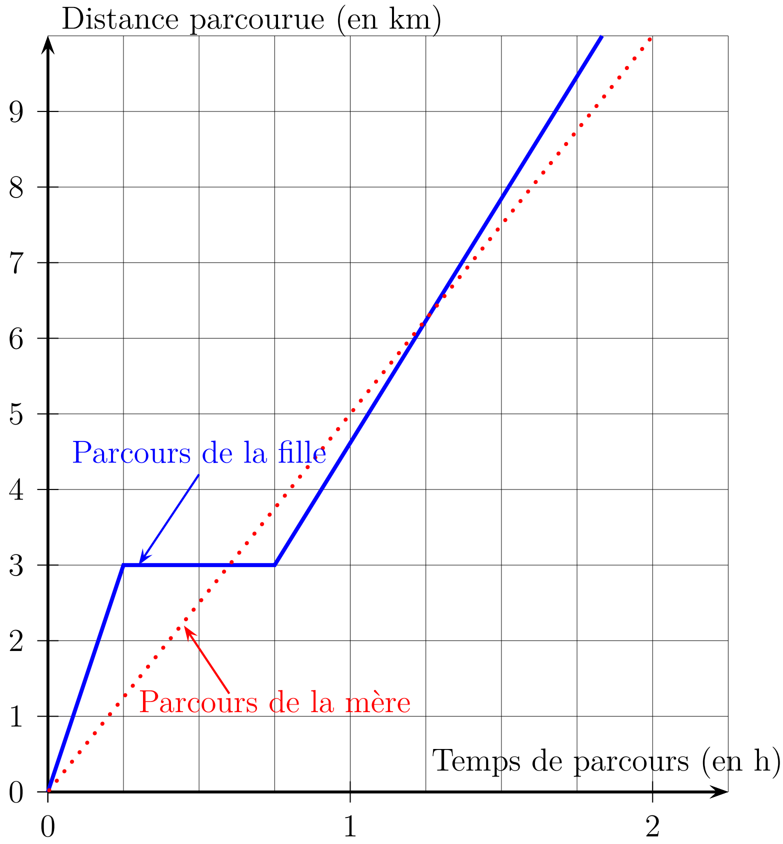
Représentation n° 3



Exercice 6

DNB - Amérique du Sud - 2021

Une mère et sa fille rentrent chez elles à pied en empruntant le même trajet de 10 kilomètres. La mère décide de s'y rendre en marchant et sa fille en courant.
Le graphique ci-dessous modélise les parcours de la mère et de la fille depuis leur départ.



1. (a) Indiquer le temps mis par la mère pour rentrer chez elle, avec la précision que permet la lecture du graphique.
   (b) Déterminer la vitesse moyenne en km/h de la mère sur l'ensemble de son parcours.
   (c) La distance parcourue par la mère est-elle proportionnelle au temps ?
2. La fille est partie à 16 h et est arrivée chez elle à 17 h 50. Elle a fait une pause durant sa course.
   (a) Indiquer la durée de la pause de la fille, avec la précision que permet la lecture graphique.
   (b) Quand a-t-elle couru le plus vite : avant ou après sa pause ?
3. Combien de fois la mère et la fille se sont retrouvées au même endroit et au même moment, au cours de leur trajet ?
4. Dans cette question, on note f la fonction qui, au temps de parcours x (exprimé en heure) de la mère depuis le départ, associe la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par la mère depuis le départ.

   Parmi les propositions suivantes, recopier sans justification l'expression de $f(x)$:

   $f(x) = \frac{1}{5}x \quad ; \quad f(x) = 5x \quad ; \quad f(x) = x + 5.$

Exercice 7

DNB - Center étrannger - 2021

Une station de ski propose à ses clients trois formules pour la saison d'hiver :

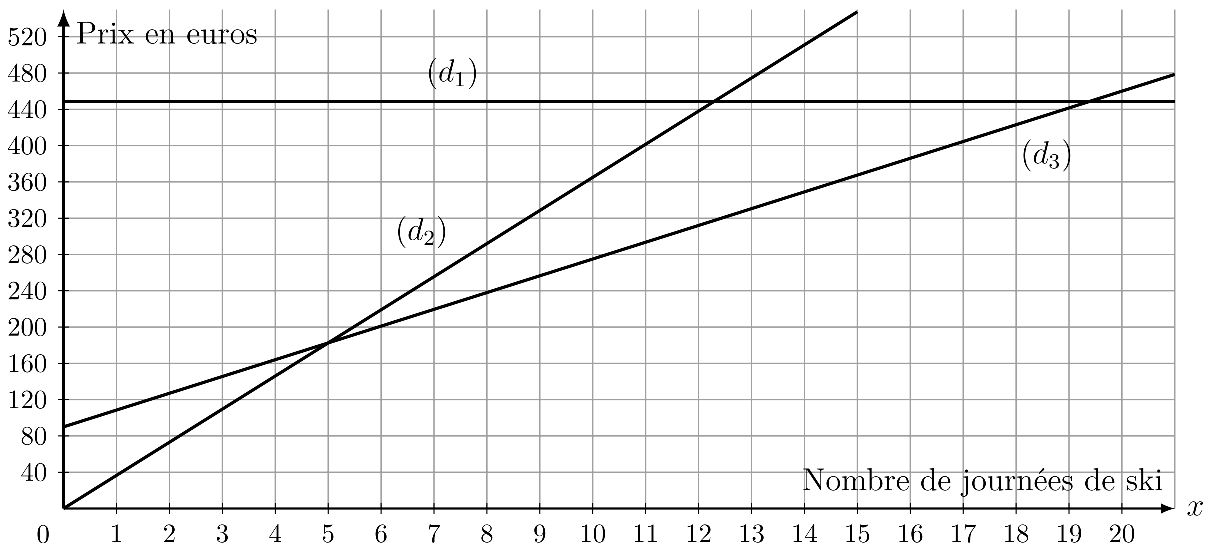
- Formule A : on paie 36,50 € par journée de ski.
- Formule B : on paie 90 € pour un abonnement « SkiPlus » pour la saison, puis 18,50 € par journée de ski.
- Formule C : on paie 448,50 € pour un abonnement « SkiTotal » qui permet ensuite un accès gratuit à la station pendant toute la saison.

1. Marin se demande quelle formule choisir cet hiver. Il réalise un tableau pour calculer le montant à payer pour chacune des formules en fonction du nombre de journées de ski. Compléter, sans justifier, le tableau ci-dessous.

Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €		
Formule B	127 €		
Formule C	448,50 €		

2. Dans cette question, x désigne le nombre de journées de ski.
   On considère les trois fonctions f, g et h définies par :
   $$f(x) = 90 + 18,5x \qquad g(x) = 448,5 \qquad h(x) = 36,5x$$
   (a) Laquelle de ces trois fonctions représente une situation de proportionnalité ?
   (b) Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions à la formule A, B ou C correspondante.
   (c) Calculer le nombre de journées de ski pour lequel le montant à payer avec les formules A et B est identique.

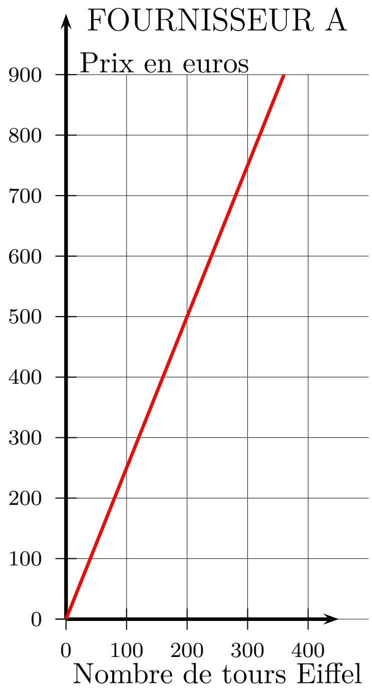
3. On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique ci dessous.
   Sans justifier et à l'aide du graphique :
   (a) Associer chaque représentation graphique (d_1), (d_2) et (d_3) à la fonction f, g ou h correspondante.
   (b) Déterminer le nombre maximum de journées pendant lesquelles Marin peut skier avec un budget de 320 €, en choisissant la formule la plus avantageuse.
   (c) Déterminer à partir de combien de journées de ski il devient avantageux de choisir la formule C.

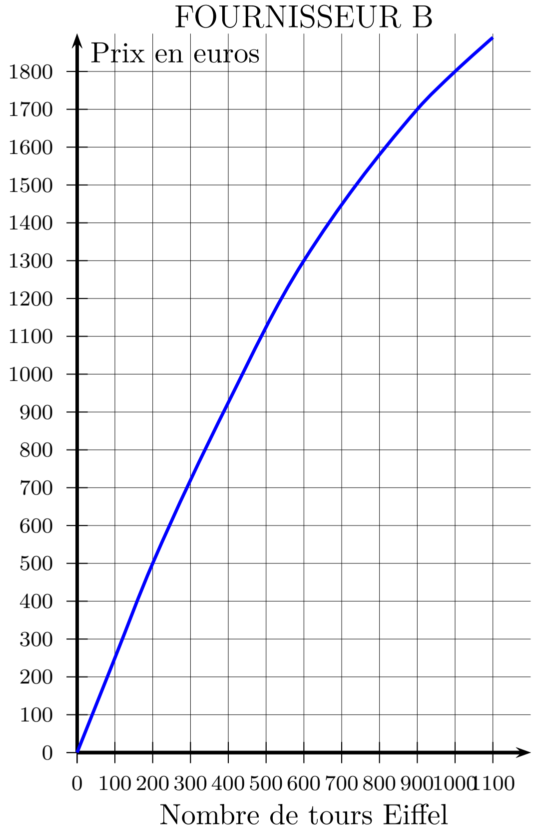


Exercice 8

DNB - Polynésie - 2021

Nora veut ouvrir un magasin de souvenirs à Paris et proposer à la vente des tours Eiffel miniatures. Elle contacte deux fournisseurs qui lui envoient chacun sous forme de graphiques le prix à leur payer en fonction du nombre de tours Eiffel achetées.





1. Par lecture graphique, avec la précision qu'elle permet, et sans justification,
   (a) Déterminer le prix à payer pour acheter 200 tours Eiffel chez le fournisseur A.
   (b) Nora a dépensé 1 300 euros chez le fournisseur B. Combien de tours Eiffel lui a-t-elle achetées ?
2. Ces fournisseurs proposent-ils des prix proportionnels au nombre de tours Eiffel achetées ?
3. (a) Pour le fournisseur A, on admet que le prix des tours Eiffel est donné par la fonction linéaire f représentée ci-dessus. On a en particulier $f(100) = 250$.
   Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x.
   (b) Calculer $f(1\ 000)$.
   (c) Nora veut acheter 1 000 tours Eiffel. Quel est le fournisseur le moins cher dans ce cas-là ?
4. Nora contacte un troisième fournisseur, le fournisseur C, qui lui demande un paiement initial de 150 euros pour avoir accès à ses articles, en plus d'un prix unitaire de 2 euros par tour Eiffel.
   (a) Remplir le tableau des tarifs ci-dessous.

Nombre de tours Eiffel	1	100	200	1000	x
Prix payé en euros avec le fournisseur C	152	350			

   (b) Avec 580 euros, combien de tours Eiffel peut acheter Nora chez le fournisseur C ?
   (c) Résoudre l'équation suivante : $2,5x = 150 + 2x$.
   Expliquer à quoi correspond la solution trouvée.

Exercice 9

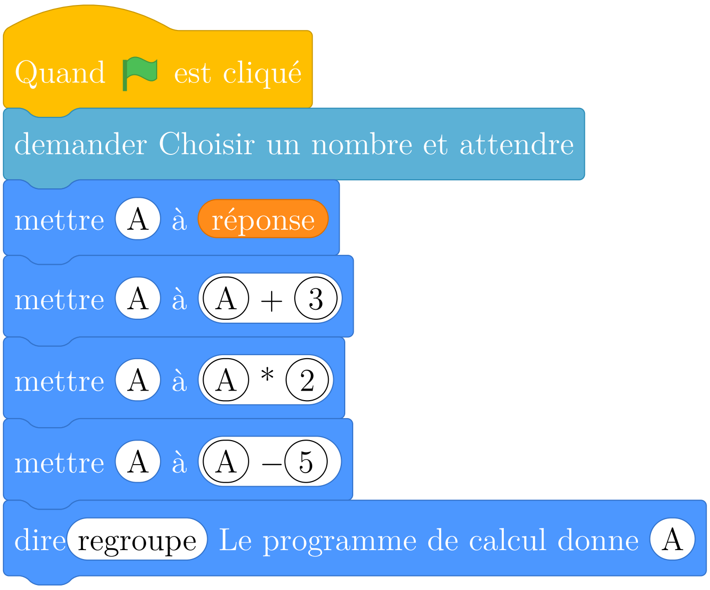
DNB - Polynésie - 2019

1. On a utilisé une feuille de calcul pour obtenir les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f.
   Voici une copie de l'écran obtenu :

B2		=3*B1−4						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-2	-1	0	1	2	3	4
2	$f(x)$	lightgray−10	-7	-4	-1	2	5	8

   (a) Quelle est l'image de -1 par la fonction f ?
   (b) Quel est l'antécédent de 5 par la fonction f ?
   (c) Donner l'expression de $f(x)$.
   (d) Calculer $f(10)$.

2. On donne le programme suivant qui traduit un programme de calcul.



   (a) Écrire sur votre copie les deux dernières étapes du programme de calcul :

   - Choisir un nombre.
   - Ajouter 3 à ce nombre.
   - ...
   - ...

   (b) Si on choisit le nombre 8 au départ, quel sera le résultat ?
   (c) Si on choisit x comme nombre de départ, montrer que le résultat obtenu avec ce programme de calcul sera $2x + 1$.
   (d) Quel nombre doit-on choisir au départ pour obtenir 6 ?

3. Quel nombre faudrait-il choisir pour que la fonction f et le programme de calcul donnent le même résultat ?

Exercice 10

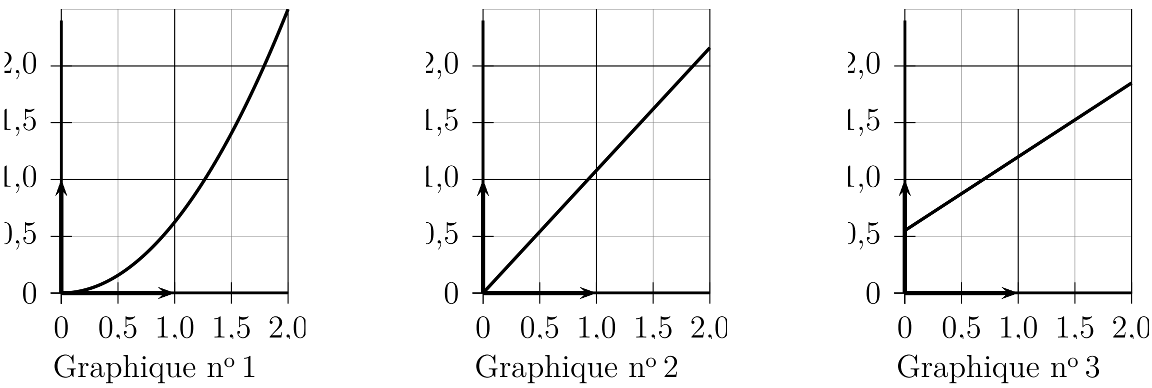
DNB - Asie - 2018

Lorsqu'on fait geler de l'eau, le volume de glace obtenu est proportionnel au volume d'eau utilisé. En faisant geler $1,5$ L d'eau on obtient $1,62$ L de glace.

1. Montrer qu'en faisant geler 1 L d'eau, on obtient $1,08$ L de glace.
2. On souhaite compléter le tableau ci-dessous à l'aide d'un tableur.
   Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de la recopier vers la droite jusqu'à la cellule G2 ?

	A	B	C	D	E	F	G
1	Volume d'eau initial (en L)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
2	Volume de glace obtenu (en L)						

3. Quel graphique représente le volume de glace obtenu (en L) en fonction du volume d'eau contenu dans la bouteille au départ (en L) ?
   On rappelle que toute réponse doit être justifiée.



Exercice 11

DNB - Amérique du Sud - 2017

Cet exercice porte sur la consommation d'énergie en France.

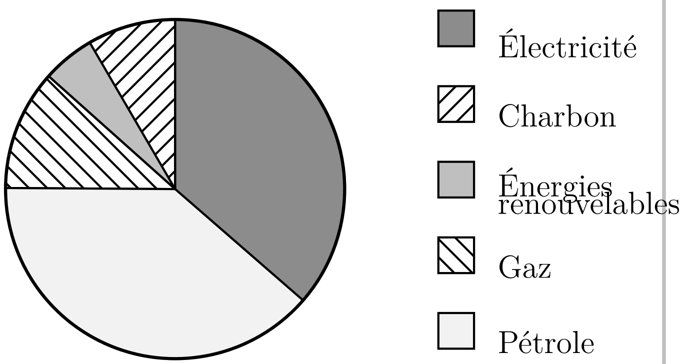
Le tableau ci-dessous donne la répartition (exprimée en pourcentages) de la consommation des différents types d'énergie entre 1973 et 2014.

	1973	1980	1990	2002	2014
Électricité	4,3	11,7	36,4	41,7	45,4
Pétrole	67,6	56,4	38,7	34,6	30,2
Gaz	7,4	11,1	11,5	14,7	14,0
Énergies renouvelables	5,2	4,4	5,0	4,3	7,0
Charbon	15,5	16,4	8,4	4,7	3,4

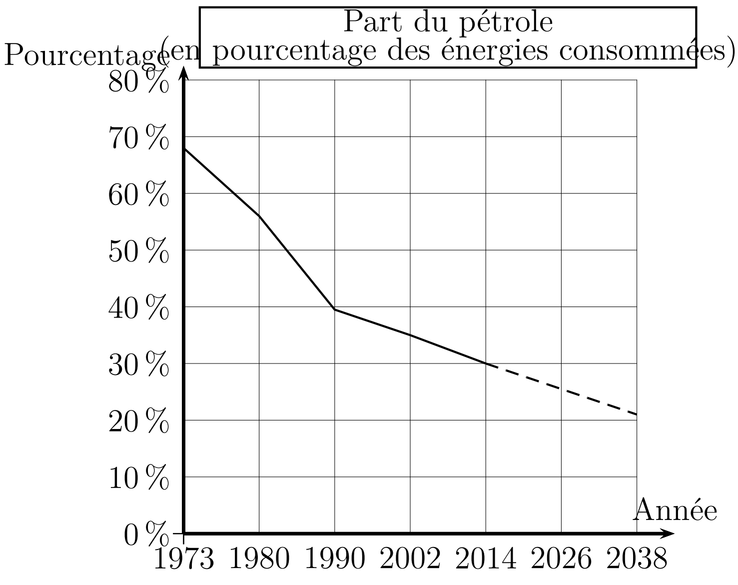
Sources : INSEE

1. Quel pourcentage de la consommation d'énergie le pétrole représentait-il en 1980 ?
2. À partir du tableau précédent, on a créé, pour une des années, un diagramme représentant la répartition des différents types d'énergie.

   Déterminer de quelle année il s'agit.



3. On peut observer l'évolution de la part du pétrole au fil des années à partir d'une représentation graphique comme celle proposée ci-dessous.



Les pointillés indiquent que l'on suppose que la baisse de la part du pétrole va se poursuivre sur le rythme observé depuis 2002.

En suivant cette supposition, on peut modéliser la part du pétrole (exprimée en pourcentage) en fonction de l'année a par la fonction P, définie ainsi :

$$P(a) = \frac{-17}{48}a + 743,5.$$

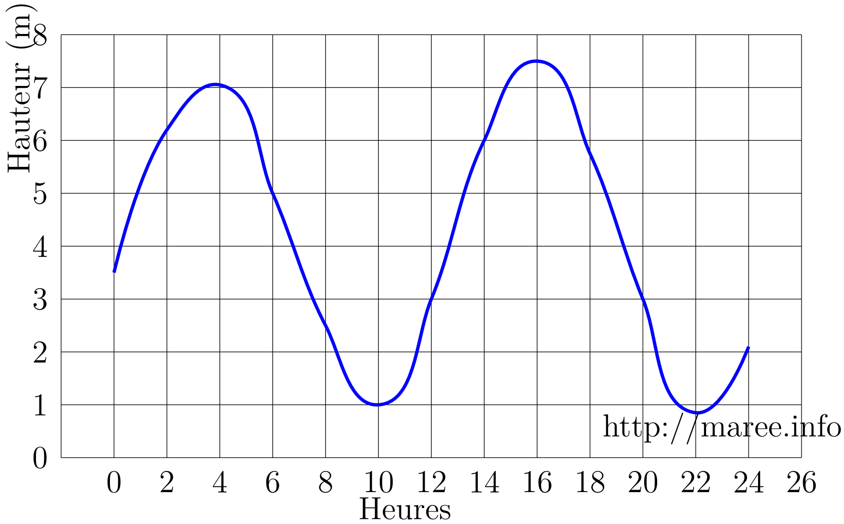
(a) Écrire le calcul permettant de vérifier que $P(1990) \approx 38,7$.

(b) D'après ce modèle, à partir de quelle année la part du pétrole sera-t-elle nulle ?

Exercice 12

DNB - Métropole - 2016

Le graphique ci-dessous représente la hauteur d'eau dans le port de Brest, le 26 octobre 2015.



Les questions 1. et 2. sont indépendantes.

1. En utilisant ce graphique répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est attendue.
   (a) Le 26 octobre 2015 quelle était environ la hauteur d'eau à 6 heures dans le port de Brest.
   (b) Le 26 octobre 2015 entre 10 heures et 22 heures, pendant combien de temps environ la hauteur d'eau a-t-elle été supérieure à 3 mètres ?
2. En France, l'ampleur de la marée est indiquée par un nombre entier appelé « coefficient de marée ». Au port Brest, il se calcule grâce à la formule :

$$C = \frac{H - N_0}{U} \times 100$$

en donnant un résultat arrondi à l'entier le plus proche avec :

- C : coefficient de marée
- H : hauteur d'eau maximaJe en mètres pendant la marée
- $N_0 = 4,2$ m (*niveau moyen à Brest*)
- $U = 3,1$ m (*unité de hauteur à Brest*)

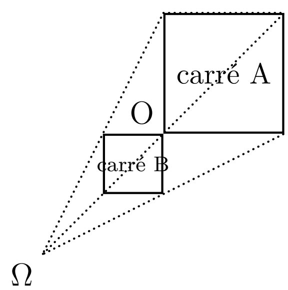
Dans l'après-mididi du 26 octobre 2015, la hauteur d'eau maximale était de 7,4 mètres.

Calculer le coefficient de cette marée (résultat arrondi à l'unité).

Corrigé de l'exercice 1

. . . .

1. **Réponse C**
   $28 = 4 \times 7 = 2^2 \times 7$: Réponse C
   A et B contiennent des facteurs non premiers.
2. **Réponse B**
   $\dfrac{5 \times 10^6 \times 1,2 \times 10^{-8}}{2,4 \times 10^5} = \dfrac{5 \times 1,2}{2,4} \times \dfrac{10^6 \times 10^{-8}}{10^5} = \dfrac{5}{2} \times \dfrac{10^2}{10^{-5}} = 2,5 \times 10^{-7}$.
3. **Réponse B**
   Le nouveau prix est égal à : $58 \times \left(1 - \dfrac{20}{100}\right) = 58 \times \dfrac{80}{100} = 58 \times 0,8 = 46,4$, soit 46,40 €.
4. La solde est égale à 120 - 90 = 30 € pour un prix initial de 120 €, soit une réduction de $\dfrac{30}{120} = \dfrac{1}{4} = \dfrac{25}{100} = 25\,\%$: réponse A.
5. **Réponse A**
   Rangés dans l'ordre croissant les termes de la série sont : 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 8 ; 12.
   Il y a 6 termes, donc la médiane est tout nombre compris entre le 3^e et le 4^e terme, donc en particulier la moyenne des deux nombres soit 5,5.
6. **Réponse B**
   Pour $x = 20$ et $y = 5$, $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{20} + \dfrac{1}{5} = \dfrac{1}{20} + \dfrac{4}{20} = \dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4}$, donc $R = 4$.
7. **Réponse B**
   Dans le triangle ABC rectangle en A, on a $\tan 15 = \dfrac{\text{AC}}{\text{AB}} = \dfrac{\text{AC}}{25}$, d'où en multipliant chaque membre par 25 :
   $\text{AC} = 25 \times \tan 15 \approx 6,698$: réponse la plus proche 6,7
8. **Réponse B**
   Les dimensions du carré B sont deux fois plus petites que celles du carré A : le rapport d'homothétie est donc égal à $+0,5$ ou $-0,5$.
   Avec O comme centre d'homothétie le rapport est égal à $-0,5$; réponse a.
   Avec Ω comme centre d'homothétie le rapport est égal à $0,5$: réponse b.

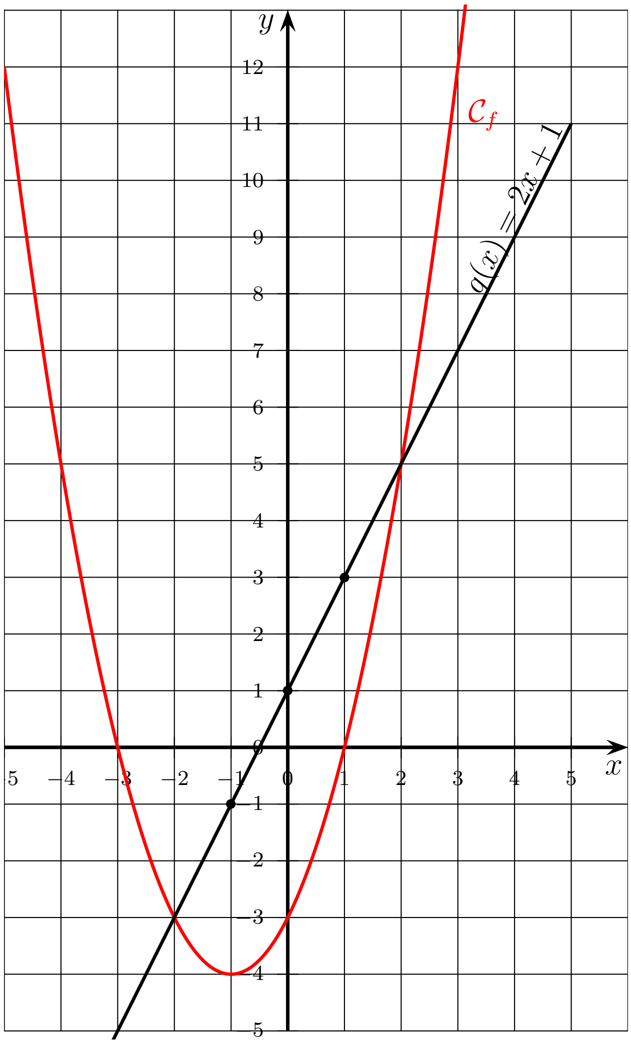


9. **Réponse C**
   Puisque l'agrandissement est de coefficient 2, l'aire est multipliée par $2^2 = 4$. Aire du rectangle avant agrandissement : $5 \times 8 = 40$ cm^2 ; $40 \times 4 = 160$ cm^2. L'aire du rectangle obtenu après agrandissement est 160 cm^2.

Corrigé de l'exercice 2

. . . .

1. (a) Une fonction affine est représentée par une droite : ce n'est pas le cas dans le graphique ci-dessous : f n'est donc pas une fonction affine.



   (b) Voir ci-dessus.

   (c) La bonne formule est la deuxième : =(B1 + 3)∗(B1 − 1).

2. On considère la fonction affine g définie par $g(x) = 2x + 1$.
   (a) L'image de -2 par g est $g(-2) = 2 \times (-2) + 1 = -4 + 1 = -3$.
   (b) $g(3) = 2 \times 3 + 1 = 7$.
   (c) L'antécédent de 2 par la fonction g est le nombre x tel que $g(x) = 2$, soit $2x + 1 = 2$ ou $2x = 1$, soit $x = \dfrac{1}{2}$.

   L'antécédent de 2 par la fonction g est le nombre $\dfrac{1}{2}$.
   (d) Pour tracer la représentation graphique de la fonction affine g il suffit de trouver deux points de la droite ; par précaution on en prend trois : $(0\,;\,1)$ $(-1\,;\,-1)$ et $(1\,;\,3)$. Voir graphique.
3. L'expression de la fonction f ci-dessus est $f(x) = (x + 3)(x - 1)$.
   (a) On a pour tout nombre s, $\quad f(x) = x^2 - x + 3x - 3 = x^2 + 2x - 3$.
   (b) $f(x) = g(x)$ si $x^2 + 2x - 3 = 2x + 1$ ou $x^2 = 4$, soit $x^2 - 4 = 0$ et enfin $(x + 2)(x - 2) = 0$. Deux possibilités $= x + 2 = 0$, soit $x = -2$ ou $x - 2 = 0$ soit $x = 2$.

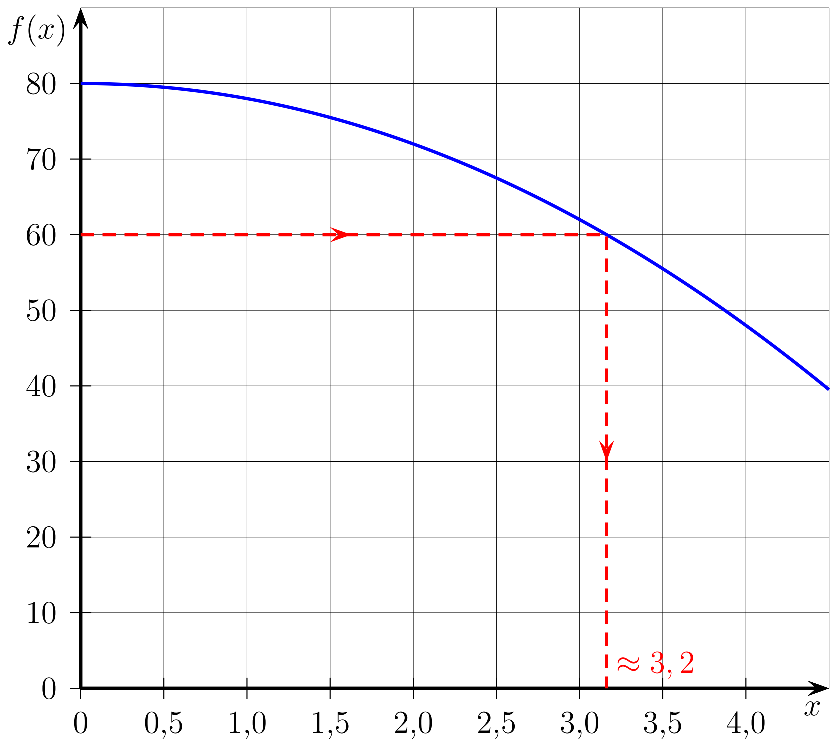
Corrigé de l'exercice 3

Première partie : on suppose que AE = 3 cm.

1. L'aire du triangle AEF est égale à : $\dfrac{\text{AE} \times \text{AF}}{2} = \dfrac{3 \times 3}{2} = \dfrac{9}{2} = 4,5 \ (\text{cm}^2)$.
2. Comme l'aire du rectangle ABCD est égale à $10 \times 8 = 80$, l'aire du polygone FELKJIHG est égale à la différence :
   $80 - 4 \times 4,5 = 80 - 18 = 62 \ (\text{cm}^2)$.

Deuxième partie :

3. (a) L'aire du triangle AEF est égale à : $\dfrac{\text{AE} \times \text{AF}}{2} = \dfrac{x \times x}{2} = \dfrac{x^2}{2}$.
   (b) L'aire du polygone FELKJIHG est égale à la différence :
   $80 - 4 \times \dfrac{x^2}{2} = 80 - 2x^2$.
4. Dans la case B2 on peut écrire : $\boxed{\text{= 80 - 2B1 * B1}}$
5. Voici la courbe représentative de la fonction f :



   (a) La représentation de la fonction f n'est pas une droite : la fonction f n'est donc pas affine.
   (b) Voir le graphique. AE $\approx 3,2$.
   (c) Il faut résoudre l'équation :
   $80 - 2x^2 = 60$ ou $80 - 60 = 2x^2$, ou $20 = 2x^2$ ou $10 = x^2$, soit $x = \sqrt{10}$.

Corrigé de l'exercice 4

- Tarif « Affaire » : 0,50 € par kilomètre parcouru.
- Tarif « Voyage court » : un forfait de 120 € puis 20 centimes par kilomètre parcouru
- Tarif « Voyage long » : un forfait de 230 €, quel que soit le nombre de kilomètres effectués.

1. Avec le tarif « Affaire » Yanis va payer $280 \times 0,50 = 140$ €.

2. • Avec le tarif « Affaire » il va payer $450 \times 0,5 = 225$ (€) ;
   • Tarif « Voyage court » il va payer $120 + 450 \times 0,20 = 120 + 90 = 210$ (€)
   • Avec le Tarif « Voyage long » il va payer 230 €.

   Le tarif le plus intéressant est le « Voyage court ».

3. Dans la suite, x désigne le nombre de kilomètres parcourus en voiture.
   On considère les trois fonctions l, m, n suivantes :

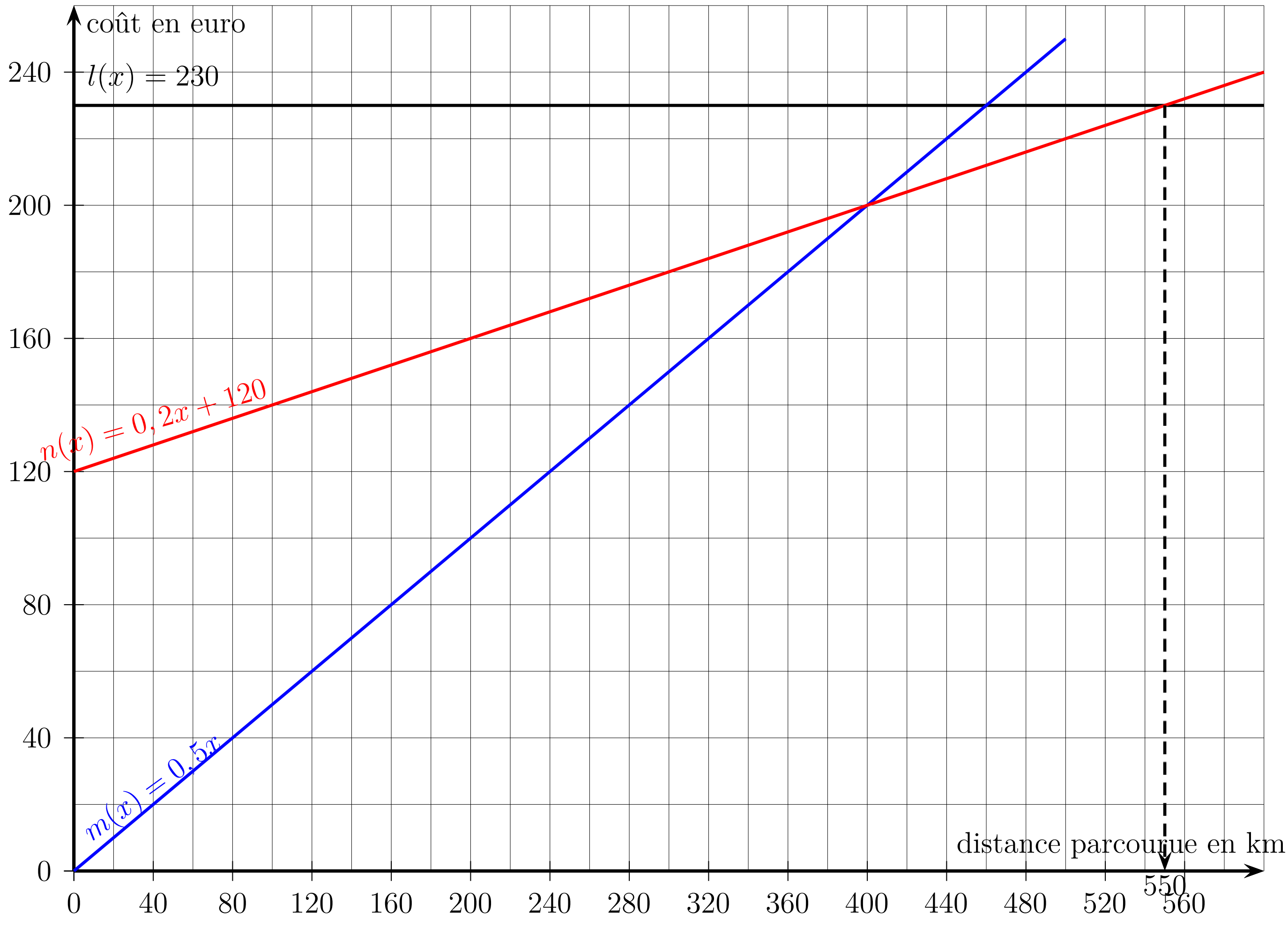
$$l(x) = 230 \qquad m(x) = 0,5x \qquad n(x) = 0,2x + 120$$

   (a) l correspond au tarif « Voyage long ;
   m correspond au tarif « Affaire » ;
   n correspond au tarif « Voyage court.

   (b) Il faut trouver x tel que $l(x) = n(x)$, soit $230 = 0,2x + 120$, d'où $110 = 0,2x$ et en multipliant chaque membre par 5 : $550 = x$.
   Pour un voyage de 550 km on paiera le même prix avec le tarif « Affaire » ou le tarif « Voyage court ».

4. (a) Sur le document joint, tracer les courbes représentatives des fonctions l, m et n.

   (b) Déterminez graphiquement le nombre de kilomètres que devra atteindre Yanis pour que le tarif « Voyage long » soit le plus avantageux. *On laissera les traits de constructions apparents sur le graphique.*
   On constate que pour une distance supérieure à 550 km, le tarif « Voyage long » est le plus avantageux.



Corrigé de l'exercice 5

1. Voici un tableau de valeurs d'une fonction f :

x	-2	-1	0	1	3	4	5
$f(x)$	5	3	1	-1	-5	-7	-9

   (a) Quelle est l'image de 3 par la fonction f ?
   L'image de 3 par la fonction f est $f(3) = -5$.

   (b) Donner un nombre qui a pour image 5 par la fonction f.
   On a $f(-2) = 5$, donc -2 a pour image 5 par la fonction f.

   (c) Donner un antécédent de 1 par la fonction f.
   On a $f(0) = 1$, donc 1 a pour antécédent 0 par f.

2. On considère le programme de calcul suivant :

Choisir un nombre Ajouter 1 Calculer le carré du résultat

   (a) Quel résultat obtient-on en choisissant 1 comme nombre de départ ?
   On a $1 \to 1+1 = 2 \to 2^2 = 4$: 1 donne 4 comme résultat.
   Et en choisissant -2 comme nombre de départ ?
   On a $-2 \to -2+1 = -1 \to (-1)^2 = 1$: -2 donne 1 comme résultat.

   (b) On note x le nombre choisi au départ et on appelle g la fonction qui à x fait correspondre le résultat obtenu avec le programme de calcul.
   Exprimer $g(x)$ en fonction de x.
   On a $x \to x+1 \to (x+1)^2$. Donc $g(x) = (x+1)^2$.

3. La fonction h est définie par $h(x) = 2x^2 - 3$.

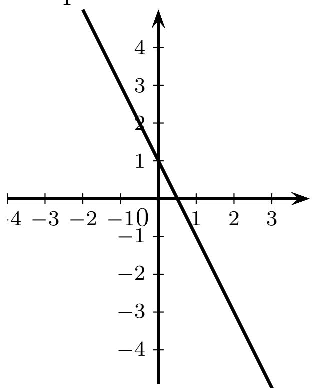
   (a) Quelle est l'image de 3 par la fonction h ?
   On a $h(3) = 2 \times 3^2 - 3 = 2 \times 9 - 3 = 18 - 3 = 15$.

   (b) Quelle est l'image de -4 par la fonction h ?
   On a $h(-4) = 2 \times (-4)^2 - 3 = 2 \times 16 - 3 = 32 - 3 = 29$.

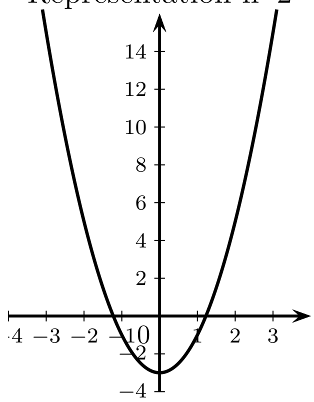
   (c) Donner un antécédent de 5 par la fonction h. En existe-t-il un autre ?
   Il faut trouver x tel que $2x^2 - 3 = 5$, soit $2x^2 = 8$ ou $x^2 = 4$ ou $x^2 - 4 = 0$, c'est-à-dire $(x-2)(x+2) = 0$ et enfin $\left\{\begin{array}{rcl} x-2 & = & 0 \\ x+2 & = & 0 \end{array}\right.$: il y a deux solutions : 2 et -2.

4. On donne les trois représentations graphiques suivantes qui correspondent chacune à une des fonctions f, g et h citées dans les questions précédentes.
   Associer à chaque courbe la fonction qui lui correspond, en expliquant la réponse.

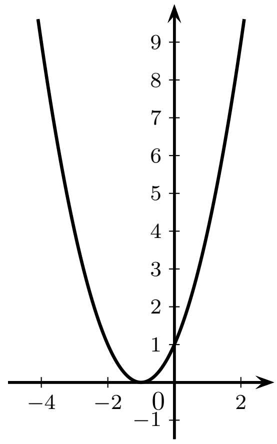
Représentation n° 1



Représentation n° 2



Représentation n° 3

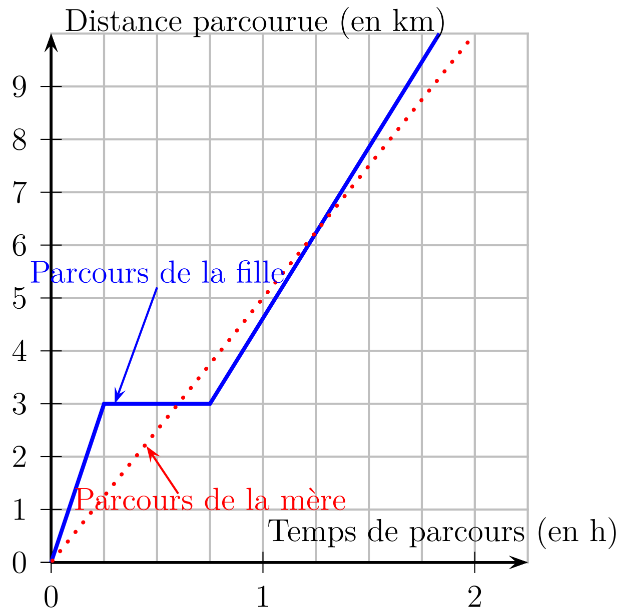


La représentation n° 1 est celle de f : c'est la seule pour laquelle l'image de 1 est -1.
La représentation n° 2 est celle de h : on a bien $h(0) = -3$.
La représentation n° 3 est celle de g : on a bien $g(0) = 1$.

Corrigé de l'exercice 6

.... **Exercice 2** **19 points**

Une mère et sa fille rentrent chez elles à pied en empruntant le même trajet de 10 kilomètres. La mère décide de s'y rendre en marchant et sa fille en courant.
Le graphique ci-dessous modélise les parcours de la mère et de la fille depuis leur départ.



1. (a) La droite représentant le trajet de la mère passe par le point de coordonnées (2 ; 10) donc le temps mis par la mère pour faire les 10 km pour rentrer chez elle est de 2 heures.
   (b) La mère fait 10 km en 2 h donc sa vitesse moyenne est de $\dfrac{10}{2}$ soit 5 km/h.
   (c) Le trajet de la mère est une droite passant par l'origine, donc la distance parcourue par la mère est proportionnelle au temps.
2. La fille est partie à 16 h et est arrivée chez elle à 17 h 50. Elle a fait une pause durant sa course.
   (a) La durée de la pause de la fille est de 30 minutes.
   (b) Le trajet de la fille peut être décomposé en 3 parties.
      - Les 15 premières minutes, elle parcourt 3 km, ce qui fait une vitesse de 12 km/h.
      - Les 30 minutes suivantes, elle fait une pause.
      - Elle parcourt 7 km dans la 3$^{\text{e}}$ partie. Son trajet total se déroule de 16 h à 17 h 50, donc dure 1 h 50. La 3$^{\text{e}}$ partie dure donc 1 h 05.
        En parcourant 7 km en 1 h 05, la vitesse est inférieure à 7 km/h donc inférieure à 12 km/h.

   La fille a donc couru plus vite avant sa pause qu'après.
3. Les graphiques représentant les deux trajets de la mère et de la fille se coupent en deux points, donc la mère et la fille se sont retrouvées deux fois au même endroit et au même moment, au cours de leur trajet.
4. Dans cette question, on note f la fonction qui, au temps de parcours x (exprimé en heure) de la mère depuis le départ, associe la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par la mère depuis le départ. Parmi les propositions suivantes, l'expression de $f(x)$ est :

$$f(x) = \frac{1}{5}x \quad ; \quad \boxed{f(x) = 5x} \quad ; \quad f(x) = x + 5$$

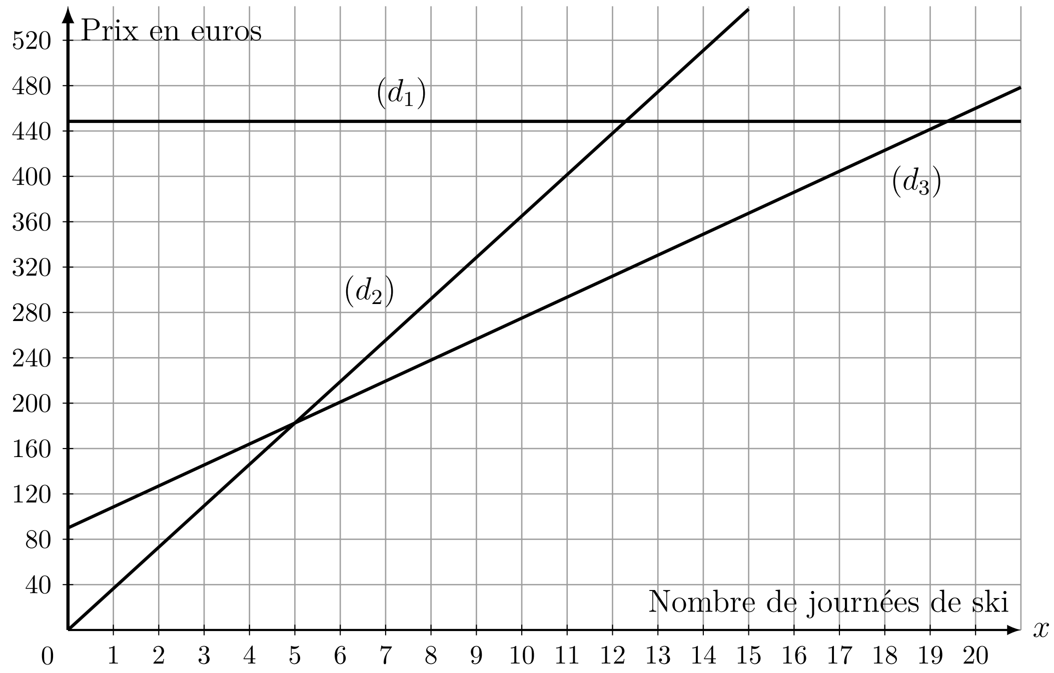
Corrigé de l'exercice 7

1. Voici le tableau complété.

Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €	219 €	365 €
Formule B	127 €	201 €	275 €
Formule C	448,50 €	448,50 €	448,50 €

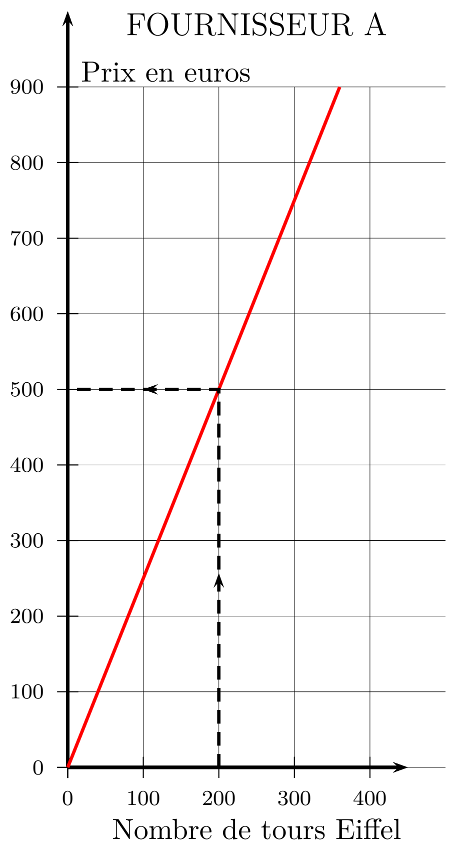
$f(x) = 90 + 18,5x$ $\qquad$ $g(x) = 448,5$ $\qquad$ $h(x) = 36,5x$

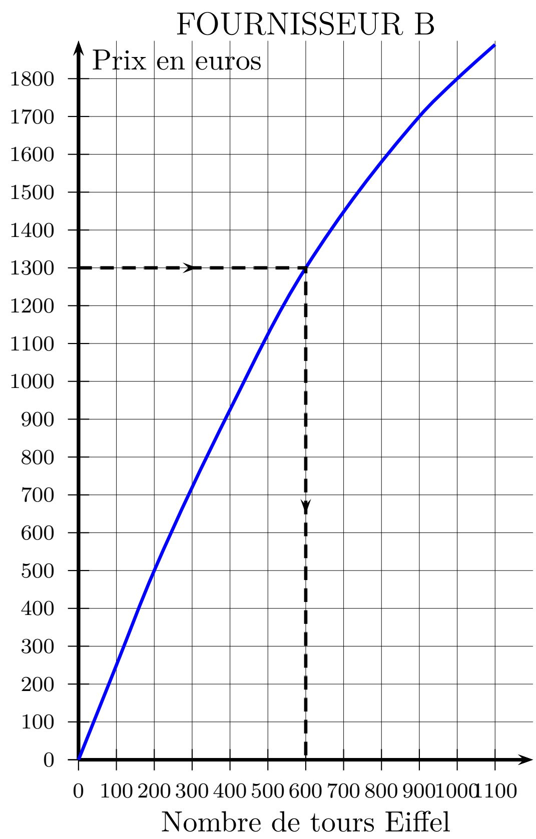
2. (a) Seule la fonction h représente une situation de proportionnalité.
   (b) Formule A : fonction h ;
   Formule B : fonction f ;
   Formule C : fonction g.
   (c) Il faut donc résoudre l'équation : $h(x) = f(x)$, soit $36,5x = 90+18,5x$ d'où en ajoutant $-18,5x$ à chaque membre : $18x = 90$ ou $2 \times 9x = 9 \times 2 \times 5$ et en simplifiant par 2×9 ; $\quad x = 5$.
   On a effectivement : $h(5) = 182,5$ et $f(5) = 90 + 18,5 \times 5 = 90 + 92,5 = 182,5$.
   On paiera avec les formules A et B, 182,50 €.
3. On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique ci dessous.
   Sans justifier et à l'aide du graphique :
   (a) – (d_1) correspond à la fonction constante g définie par $g(x) = 448,5$;
   – (d_2) correspond à la fonction linéaire h définie par $h(x) = 36,5x$;
   – (d_3) correspond à la fonction f définie par $f(x) = 90 + 18,5x$.
   (b) Marin ne peut bien sûr pas se payer le forfait à 448,50 €.
   Avec la formule A l'équation $73x = 320$ a pour solution $x = \dfrac{320}{73} \approx 4,4$: il peut donc skier 4 jours.
   Avec la formule B l'équation $90 + 18,5x = 320$ peut s'écrire $18,5x = 230$ qui a pour solution $x = \dfrac{230}{18,5} \approx 12,4$, soit 12 journées de ski, soit le nombre maximal de journées de ski qu'il peut se payer (il paiera en fait $90 + 18,5 \times 12 = 312$ €).
   (c) La formule A est la plus onéreuse. Il faut donc comparer les formules B et C. Or :
   $448,5 < 90 + 18,5x$ peut s'écrire $358,5 < 18,5x$ ou encore $\dfrac{358,5}{18,5} < x$.
   Or $\dfrac{358,5}{18,5} \approx 19,4$, donc le plus petit entier naturel qui vérifie l'inéquation est 20.
   Le forfait est intéressant à partir de 20 journées de ski dans l'année.
   Remarque : on pouvait aussi résoudre les deux dernières questions graphiquement.



Corrigé de l'exercice 8

. . . .





1. Par lecture graphique, avec la précision qu'elle permet, et sans justification,
   (a) On lit sur le graphique que 200 tours Eiffel chez le fournisseur A coûtent 500 €.
   (b) On lit sur le graphique qu'avec 1 300 euros chez le fournisseur B on peut avoir 600 tours Eiffel.
2. La représentation graphique du prix à payer chez le fournisseur A est une droite contenant l'origine : c'est donc la représentation d'une fonction linéaire.
   La représentation graphique du prix à payer chez le fournisseur B n'est pas une droite contenant l'origine : ce n'est donc pas la représentation d'une fonction linéaire ; le prix n'est pas proportionnel au nombre de tours Eiffel achetées.

3. (a) On sait que $f(x) = ax$ avec $a \in$; comme $f(200) = a \times 200 = 500$, on déduit $a = \dfrac{500}{200} = 2,5$.
   On a donc pour $x0$, $\quad y = f(x) = 2,5x$.
   (b) $f(1\ 000) = 2,5 \times 1\ 000 = 2\ 500$ (€).
   (c) Avec le fournisseur A il faut payer $f(1\ 000) = 2\ 500$ (€).
   Avec le fournisseur B il faut payer d'après le graphique 1 800 (€). C'est lui le moins cher.

4. (a)

Nombre de tours Eiffel	1	100	200	1000	x
Prix payé en euros avec le fournisseur C	152	350	550	2 150	$150 + 2x$

   (b) Il faut résoudre l'équation dans :
   $150 + 2x = 580$, soit $2x = 430$ et $x = 215$.
   Chez le fournisseur C on peut acheter 215 tours Eiffel pour 580 €.
   (c) $2,5x = 150 + 2x$ donne en ajoutant à chaque membre $-2x$:
   $0,5x = 150$ et en multipliant par 2 :
   $x = 300$.
   $2,5x$ est la prix à payer chez A pour acheter x tours Eiffel et $150 + 2x$ celui à payer chez C pour acheter ces x tours Eiffel.
   Résoudre l'équation $2,5x = 150 + 2x$ revient à chercher pour quelle quantité de tours Eiffel x, le prix à payer est le même chez les fournisseurs A et C.
   La réponse est 300 tours Eiffel achetées chez les fournisseurs A et C coûteront $2,5 \times 300 = 750$ (€) ou $150 + 2 \times 300 = 150 + 600 = 750$ (€).

Corrigé de l'exercice 9

. . . .

1. (a) Les antécédents sont dans la ligne 1, les images dans la ligne 2.
   L'image de -1 par la fonction f est $f(-1) = -7$.
   (b) L'antécédent de 5 par la fonction f est 3.
   (c) On a $f(x) = 3x - 4$.
   (d) Donc $f(10) = 3 \times 10 - 4 = 30 - 4 = 26$.
2. (a) Écrire sur votre copie les deux dernières étapes du programme de calcul :

   - Choisir un nombre.
   - Ajouter 3 à ce nombre.
   - Multiplier ce nombre par 2
   - Retrancher 5 de ce nombre

   (b) 8 donne successivement $8 \rightarrow 11 \rightarrow 22 \rightarrow 17$.
   (c) x donne successivement $x \rightarrow x + 3 \rightarrow 2(x + 3) \rightarrow 2(x + 3) - 5$.
   Or $2(x + 3) - 5 = 2x + 6 - 5 = 2x + 1$.
   (d) • Il faut trouver x tel que $2(x+3)-5 = 2x+6-5 = 2x+1 = 6$ soit $2x = 5$ et enfin $x = 2,5$.
   • On peut « remonter » les opérations :
   $5,5 - 3 = 2,5 \leftarrow \dfrac{11}{2} = 5,5 \leftarrow 6 + 5 = 11 \leftarrow 6$.
3. Il faut trouver x tel que :
   $3x - 4 = 2x + 1$ soit en ajoutant $-2x$ à chaque membre : $x - 4 = 1$ et en ajoutant 4 à chaque membre : $x = 5$.
   Par f et par le programme de calcul 5 donne 11.

Corrigé de l'exercice 10

. . . .

1. 1,5 L d'eau donne 1,62 L de glace, donc 1 L d'eau donne $\dfrac{1,62}{1,5} = \dfrac{3 \times 0,54}{3 \times 0,5} = \dfrac{2 \times 0,5}{2 \times 0,5} = 1,08$ L de glace.
2. D'après la question précédente, on passe de C1 à C2 en multipliant par 1,08.
   La formule est donc =B1 *1,08
3. La fonction permettant de passer du volume d'eau au volume de glace est l'application affine $x \longmapsto 1,08x$. On sait que la représentation de cette fonction est une droite (graphique n° 1 exclu) contenant l'origine (graphique n° 3 exclu).
   Le graphique n° 2 est donc la représentation graphique.

Corrigé de l'exercice 11

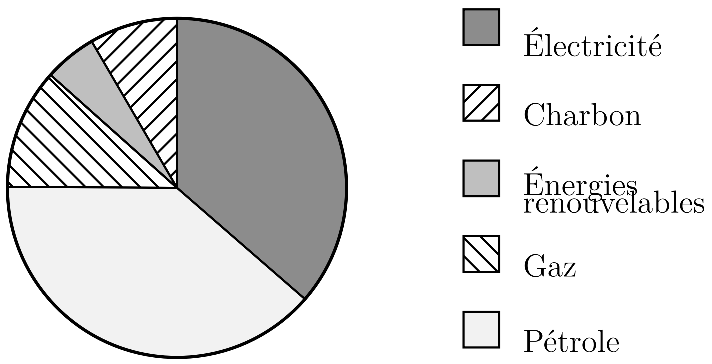
. . . .

Le tableau ci-dessous donne la répartition (exprimée en pourcentages) de la consommation des différents types d'énergie entre 1973 et 2014.

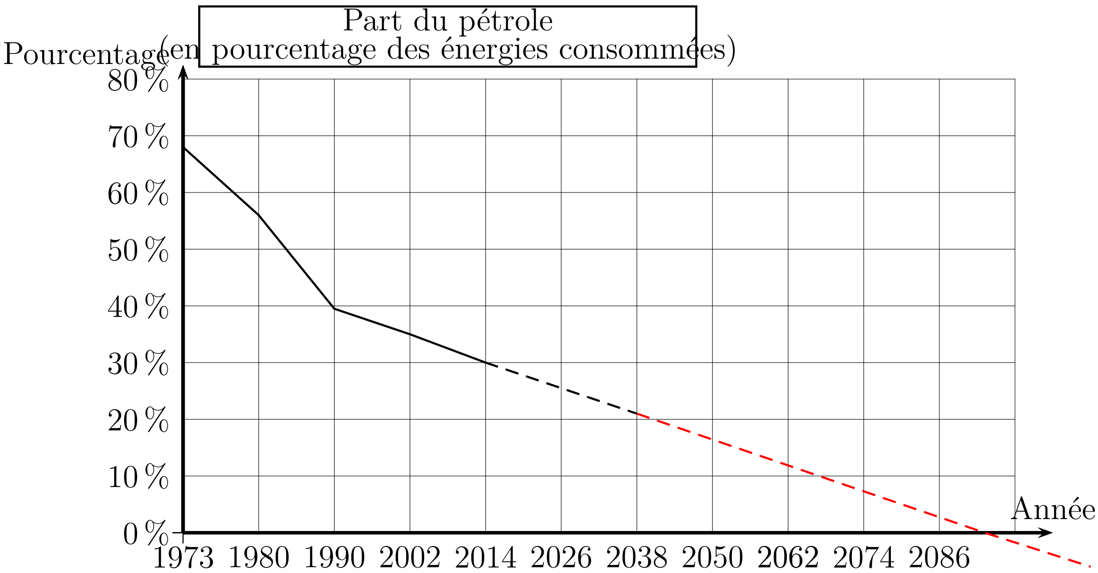
	1973	1980	1990	2002	2014
Électricité	4,3	11,7	36,4	41,7	45,4
Pétrole	67,6	56,4	38,7	34,6	30,2
Gaz	7,4	11,1	11,5	14,7	14,0
Énergies renouvelables	5,2	4,4	5,0	4,3	7,0
Charbon	15,5	16,4	8,4	4,7	3,4

Sources : INSEE

1. En 1980, le pétrole représente 56,4 % de la consommation d'énergie
2. À partir du tableau précédent, on a créé, pour une des années, un diagramme représentant la répartition des différents types d'énergie.
   Le diagramme montre que la part du pétrole est du même ordre de grandeur que la part de l'électricité, donc on élimine les années 1973 et 1980.
   Le diagramme montre que la part du gaz est plus de 3 fois plus grande que la part du charbon, donc on élimine les années 2002 et 2014.
   Il s'agit donc de l'année 1990.



3. On peut observer l'évolution de la part du pétrole au fil des années à partir d'une représentation graphique comme celle proposée ci-dessous.
   Les pointillés indiquent que l'on suppose que la baisse de la part du pétrole va se poursuivre sur le rythme observé depuis 2002. **On peut donc prolonger les pointillés**.



En suivant cette supposition, on peut modéliser la part du pétrole (exprimée en pourcentage) en fonction de l'année a par la fonction P, définie ainsi :

$$P(a) = \frac{-17}{48}a + 743,5.$$

(a) $P(1990) = \dfrac{-17}{48} \times 1990 + 743,5 \approx 38,7.$

(b) • **Par essais successifs**, on effectue plusieurs calculs :

$P(2090) = \dfrac{-17}{48} \times 2090 + 743,5 \approx 3,3$

$P(2099) = \dfrac{-17}{48} \times 2099 + 743,5 \approx 0,1$

$P(2100) = \dfrac{-17}{48} \times 2100 + 743,5 \approx -0,25$

• **Par mise en équation**, la part du pétrole est nulle se traduit par : $\dfrac{-17}{48} \times a + 743,5 = 0$
$\dfrac{-17}{48} \times a = -743,5$ $a = -743,5 \div \dfrac{-17}{48}$ $a = -743,5 \times \dfrac{48}{-17}$. Finalement $a \approx 2099,3$

Corrigé de l'exercice 12

. . . .

1. (a) Le 26 octobre 2015, la hauteur d'eau était de 5 m environ à 6 heures dans le port de Brest.
   (b) Le 26 octobre 2015 entre 10 heures et 22 heures, la hauteur d'eau a été supérieure à 3 mètres entre 12 h et 20h environ, soit durant 8 heures.
2. $C = \dfrac{H - N_0}{U} \times 100 = \dfrac{7,4 - 4,2}{3,1} \times 100 \approx 103.$