

# LE GUIDE DE SURVIE MATHS 974

CYCLE  
4

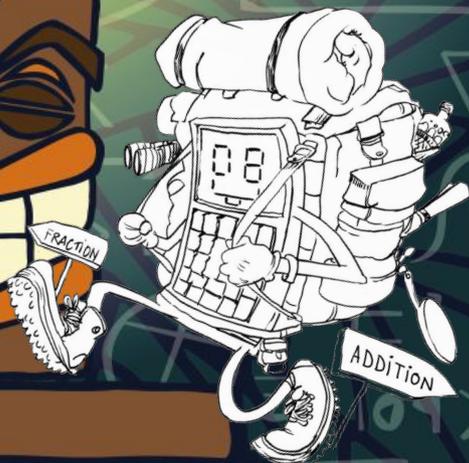


Illustration : Simon Grondin, PSTD2A 2021, Lycée Ambroise Volland



Pascal Dorr & Florian Tobé © 2021 - [maths974.fr](https://maths974.fr)

## KÉZAKO ?

Ce « guide de survie » rassemble un ensemble **indispensable** de **savoir-faire et de connaissances mathématiques** à travailler tout au long du cycle 4.

## OÙ ? QUAND ?

On peut l'utiliser au collège ou à la maison aussi souvent que nécessaire pour consolider les savoir-faire. Ce guide peut tout à fait convenir à des élèves de Seconde pour réactiver des notions non maîtrisées ou tout simplement "oubliées" !

# LE GUIDE DE SURVIE EN MATHÉMATIQUES

## POUR QUI ?

Cet outil s'adresse en priorité aux élèves. Il a également été conçu pour les spécialistes ou non des mathématiques : enseignants, assistants pédagogiques, parents, grands frères, grandes sœurs... Il permet ainsi de rendre les **mathématiques accessibles à toutes et à tous**.

## POURQUOI ?

Ce guide permet la mise en place d'une cohérence et d'une continuité au niveau des apprentissages des mathématiques. C'est un outil **collaboratif** qui a pour but de favoriser un langage commun entre tous les acteurs (enseignants, élèves et famille). Cet outil se voudra **évolutif** au fil du temps pour s'adapter aux besoins de toutes et de tous.

## COMMENT ?

L'ensemble des notions mathématiques abordées au cycle 4 sont organisées de manière succincte : pas de leçon, ni d'activité, mais juste des **procédures** ou **des propriétés**, souvent accompagnées d'un **exemple concret**. Les cinq thèmes transversaux des programmes de mathématiques sont abordés dans ce guide :

- **Nombres et calculs** ;
- **Organisation et gestion de données**,
- **Grandeurs et mesures** ;
- **Espace et géométrie** ;
- **Algorithmique et programmation**.

Ce guide possède une **table des matières** et un **index thématique** (qui figure en dernière page) pour que chacun puisse s'y retrouver rapidement.



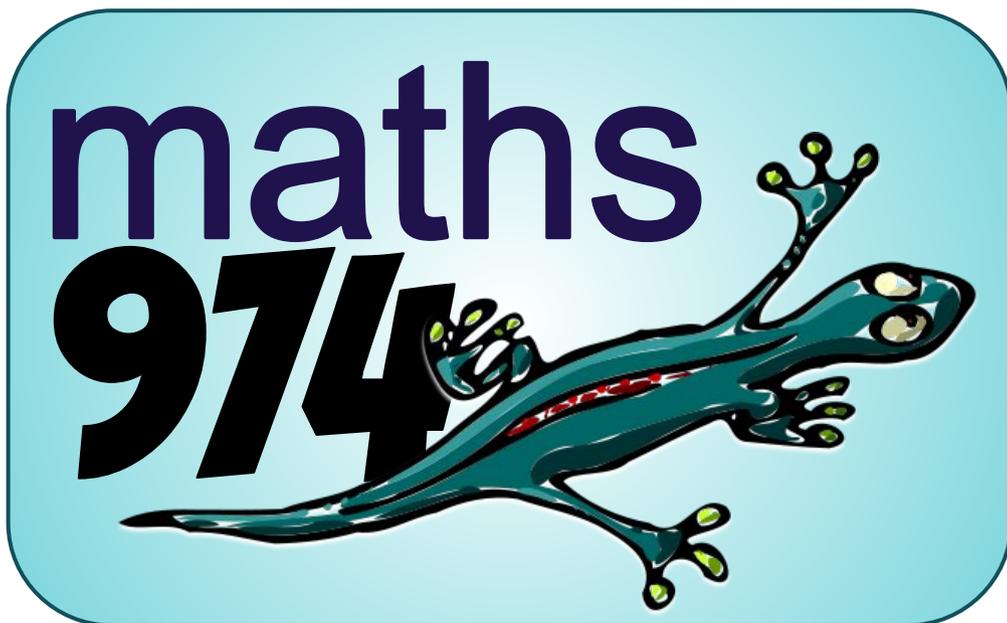
**Auto-évaluation** : je coche le niveau qui me correspond !



Un **repère de progressivité** indique le niveau à partir duquel la notion commence à être travaillée :

- ◆◆◆ À partir de la 5<sup>e</sup>
- ◆◆◆ À partir de la 4<sup>e</sup>
- ◆◆◆ À partir de la 3<sup>e</sup>

# Le guide de survie en mathématiques cycle 4 – version 2021



Pascal DORR, professeur de mathématiques  
collège de Terre-Sainte, SAINT-PIERRE

Florian TOBÉ, professeur de mathématiques  
collège de la Ligne des Bambous, SAINT-PIERRE



## Remerciements

- *Karim BOUASLA et Claire LAGARDE, Professeurs de mathématiques, pour leur confiance et leurs fructueuses remarques d'améliorations.*
- *David BLANC et Isabelle CHARLIER, Professeurs de mathématiques, pour leurs relectures attentives.*

# Table des matières

## Calculatrice

### Avec la Ti-Collège [p.5]

1. Calculer une expression
2. Calculer avec des relatifs
3. Réaliser une divis° euclidienne
4. Décomposer° en fact. premiers
5. Fraction et forme décimale
6. Notation scientifique
7. Simplifier une fraction
8. Convertir un nombre en %
9. Calculer un angle
10. Statistiques

## Nombres et calculs

### Nombres décimaux [p.6]

11. Nombres décimaux
12. Multiplier par 10, 100 ou 1 000
13. Diviser par 10, 100 ou 1 000
14. Organiser ses calculs
15. Comparer des grands nombres
16. Comparer 2 nombres décimaux

### Nombres relatifs [p.7]

17. Comparer des relatifs
18. Ajouter et soustraire des relatifs
19. Calculer une somme algébrique
20. Multiplier ou diviser deux relatifs
21. Multiplier plusieurs relatifs
22. Les préfixes multiplicatifs
23. Carrés et racines carrées
24. Calculer avec les puissances
25. Notation scientifique
26. Encadrer une racine carrée

### Arithmétique [p.8]

27. Division euclidienne
28. Divisibilité
29. Nombres premiers
30. Décomposer en facteurs premiers
31. Fraction irréductible
32. Critère de divisibilité
33. Crible d'Ératosthène

### Fractions [p.9]

34. Comparer des fractions
35. Fractions égales
36. Prendre une fraction d'un nombre
37. Multiplier ou diviser
38. Ajouter ou soustraire
39. Résoudre un problème

### Calcul littéral [p.10]

40. Calculer une expression littérale
41. Tester une égalité
42. Réduire une somme algébrique
43. Développer et réduire
44. Ajouter, soustraire une expression
45. Factoriser
46. Résoudre une équation
47. Les identités remarquables
48. Résoudre une équation produit

## Organisation et gestion de données

### Proportionnalité [p.11]

49. Reconnaître la proportionnalité
50. Calculer avec la proportionnalité
51. Ratio
52. Échelle

### Pourcentage [p.12]

53. Déterminer un pourcentage
54. Prendre un pourcentage
55. Calculer une augmentation ou une réduction
56. Représentation graphique

### Fonctions [p.13, p.14]

57. Notion de fonction
58. Lecture graphique
59. Vocabulaire des fonctions
60. Calculer l'image
61. Déterminer un antécédent
62. Représenter graphiquement une fonction linéaire ou une fonction affine
63. Pourcentage et fonctions linéaires
64. Calculer la valeur initiale

### Statistiques [p.15]

65. Effectif et fréquence
66. Calculer une moyenne simple
67. Calculer une moyenne pondérée
68. Calculer une étendue
69. Calculer une médiane
70. Représenter des données
71. Avec un tableur

### Probabilités [p.16]

72. Expérience aléatoire & issues
73. Probabilité d'une issue
74. Probabilité d'un événement
75. Événements incompatibles
76. Événement contraire
77. Arbre de probabilité

## Grandeurs et mesures

### Aires & périmètre [p.17]

78. Périmètres
79. Convertir des longueurs
80. Aires
81. Convertir des aires
82. Aire d'un parallélogramme
83. Aire d'un triangle
84. Coeff. d'agrandisse<sup>r</sup>/réduct<sup>r</sup>

### Volumes [p.18]

85. Calculer des volumes
86. Volumes
87. Convertir des volumes

### Grandeurs [p.19]

88. Grandeur
89. Grandeur quotient
90. Grandeur produit
91. Convertir une vitesse
92. Convertir une durée

## Espace et géométrie

### Triangles [p.20]

93. Triangles particuliers
94. Inégalité triangulaire
95. Construire un triangle
96. Parallélogramme
97. Triangles semblables

### Théorèmes [p.21]

98. Théorème de Pythagore
99. Trigonométrie
100. Théorème de Thalès

### Sections planes [p.22]

101. Section d'un pavé droit
102. Section d'un cylindre
103. Section d'une pyramide, d'un cône

### Calculer une longueur [p.22]

104. Avec Pythagore
105. Avec la trigonométrie
106. Dans une configuration de Thalès

### Calculer un angle [p.22]

107. Avec la règle des 180°
108. Avec la trigonométrie

### Démontrer [p.23]

109. qu'un triangle est rectangle
110. que deux droites sont parallèles

### Transformations [p.24]

111. Effets d'une symétrie axiale
112. Effet d'une symétrie centrale
113. Effet d'une rotation
114. Effet d'une translation
115. Propriétés de conservation
116. Effet d'une homothétie

### Repérage [p.25]

117. Se repérer sur une droite graduée
118. Graduer un axe
119. Se repérer dans le plan
120. Se repérer sur une sphère
121. Se repérer sur un pavé droit

## Algorithmique et programmation

### Avec Scratch [p.26]

122. Séquence d'instructions
123. Instruction conditionnelle
124. Boucle
125. Programme de calcul
126. Bloc personnalisé
127. Petite application

## 001 Calculer une expression

Calculator display:  $10^2 - (7+2) \times 5 = 55$

## 002 Calculer avec des relatifs

Equation:  $-3 + 2 - (-5) = 4$

## 003 Réaliser une div. euclidienne

Equation:  $148 = 3 \times 49 + 1$

Calculator display:  $148 \div 3 = 49 \text{ R} 1$

## 004 Décomposit° en fact. premiers

Equation:  $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

Calculator display:  $300 \rightarrow \text{décomp} = 2^2 \times 3 \times 5^2$

## 005 Fraction et forme décimale

Text: On peut passer de l'écriture fractionnaire d'un nombre à sa forme décimale (et inversement) à l'aide de la touche  $\leftrightarrow$

Ex:  $\frac{3}{5} = 0,6$

## 006 Notation scientifique

Text: Choisir le mode SCI

Equation:  $2021 = 2,021 \times 10^3$

Calculator display:  $2021 \rightarrow a \cdot 10^n = 2,021 \times 10^3$

## Simplifier une fraction 007

Equation:  $\frac{66}{165} = \frac{22}{55} = \frac{2}{5}$

Calculator keypad showing the sequence of operations: 66 divided by 165 equals 22 over 55, which simplifies to 2 over 5.

Text: on peut encore simplifier

Text: facteur utilisé pour la simplification

## Convertir un nombre en % 008

Calculator display:  $0,325 \times \% = 32,5\%$

Calculator keypad showing the sequence of operations: 0.325 multiplied by percent equals 32.5 percent.

## Calculer un angle 009

Text: Si on a  $\sin(\widehat{EDF}) = \frac{4}{7}$

Text: Alors on trouve  $\widehat{EDF} = 35^\circ$

Diagram: A right-angled triangle EDF with hypotenuse DF = 7 and side EF = 4. Angle EDF is marked with a question mark.

Calculator display:  $\arcsin(\frac{4}{7}) = 34,84990458$

## Statistiques 010

Text: Alison a obtenu les notes suivantes :

|          |    |   |    |
|----------|----|---|----|
| notes    | 14 | 7 | 10 |
| effectif | 3  | 2 | 4  |

Calculator display:  $L2(3) = 4$

Text: Calculer

- la moyenne
- la médiane
- l'étendue

Calculator display: 1-VAR STATS, DONNEES: L1 L2 L3, EFF: 1 L1 L2 L3

Calculator display: 1-VAR STATS, L1: N=9, 2: x=10,6666666, 3: méd=10

Calculator display: 1-VAR STATS, 6: étend=7, 7: min=7, 8: max=14

011 Nombres décimaux

Partie entière 2,415 Partie décimale 0,415

$$2,415 = 2 + \frac{415}{1000} = 2 + \frac{4}{10} + \frac{1}{100} + \frac{5}{1000}$$

| Partie entière |   |   | Décimales |       |        |
|----------------|---|---|-----------|-------|--------|
| C              | D | U | 1/10      | 1/100 | 1/1000 |
|                |   | 2 | 4         | 1     | 5      |

012 Multiplier par 10, 100 ou 1 000

Cela revient à rendre le nombre 10, 100 ou 1 000 fois plus grand.

- 17  $\times 10 \rightarrow 170$   $\div 10 \rightarrow 17$
- 56,38  $\times 10 \rightarrow 563,8$   $\div 10 \rightarrow 5,638$
- 3,2  $\times 100 \rightarrow 320$   $\div 100 \rightarrow 3,2$
- 0,586  $\times 1000 \rightarrow 586$   $\div 1000 \rightarrow 0,586$

013 Diviser par 10, 100 ou 1 000

Cela revient à rendre le nombre 10, 100 ou 1 000 fois plus petit.

014 Organiser ses calculs

Priorité aux ( ), puis aux puissances, ensuite aux multiplications ou divisions et enfin aux additions et soustractions.

- $10 - (1 + 2) \times 3 = 10 - 3 \times 3 = 10 - 9 = 1$
- $2 \times 3^2 + 8 \div 2 = 2 \times 9 + 8 \div 2 = 18 + 4 = 22$



On fait les calculs de la gauche vers la droite lorsque l'expression ne comporte que des + et -, ou que des  $\times$  et des  $\div$ .

- $40 - 7 + 20 = 33 + 20 = 53$
- $15 \div 3 \times 2 = 5 \times 2 = 10$

015 Comparer des grands

Le plus grand nombre est celui qui a le plus de chiffres.

$$4\ 556\ 400 > 99\ 234$$

7 chiffres      5 chiffres

$$9\ 667\ 749 < 9\ 755\ 221$$

$6 < 7$

S'ils ont le même nombre de chiffres, on compare leurs chiffres en partant de la gauche.

016 Comparer 2 nombres décimaux

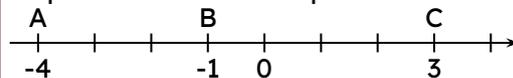
Pour comparer 5,3 et 5,295, on compare les chiffres des unités (5), et comme ils sont égaux on compare les chiffres des dixièmes (3 > 2) donc :

$$5,3 > 5,295$$

| Partie entière |   |    | Décimales |       |        |
|----------------|---|----|-----------|-------|--------|
| C              | D | U  | 1/10      | 1/100 | 1/1000 |
|                |   | 5, | 3         | 0     | 0      |
|                |   | 5, | 2         | 9     | 5      |

017 Comparer des relatifs

Penser aux températures : La plus « froide » est la plus basse !



- Avec deux négatifs : le plus petit est celui qui a la distance la plus éloignée de 0 :  $-4 < -1$ .
- Avec un négatif et un positif : le plus petit est le nombre négatif :  $-4 < 3$ .
- Et dans tous les cas le plus petit nombre est celui que l'on rencontre en premier :  $-100 < 25$ .

**018** Ajouter et soustraire des relatifs

→ Ajouter deux relatifs :

- de même signe :  
 $3 + 6 = 9$  ;  $(-5) + (-2) = (-7)$
- de signes contraires :  
 $13 + (-7) = 6$  ;  $(-7) + 4 = -3$

→ Soustraire deux relatifs :  
 $15 - 2 = 13$  ;  $12 - (-1) = 12 + 1 = 13$

*“Soustraire, c’est ajouter l’opposé.”*

**023** Carrés et racines carrées

|       |   |   |   |    |    |    |    |    |    |     |
|-------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|-----|
| $a$   | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |
| $a^2$ | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 |

On en déduit :

$\sqrt{1} = 1$      $\sqrt{4} = 2$      $\sqrt{9} = 3$      $\sqrt{16} = 4$   
 $\sqrt{25} = 5$      $\sqrt{36} = 6$      $\sqrt{49} = 7$      $\sqrt{64} = 8$   
 $\sqrt{81} = 9$      $\sqrt{100} = 10$      $\sqrt{121} = 11$      $\sqrt{144} = 12$

**019** Calculer une somme algébrique

$A = 7 - 12 + 9 - 15$   
 $A = 7 + (-12) + 9 + (-15)$   
 $A = 7 + 9 + (-12) + (-15)$   
 $A = 16 + (-27)$   
 $A = -11$

*Remplacer toutes les soustractions par des additions de l’opposé puis regrouper les positifs et les négatifs.*

**024** Calculer avec les puissances

$5^3 = 5 \times 5 \times 5$  ;  $7^1 = 7$  ;  $12^0 = 1$  ;  $10^4 = 10\,000$   
 $2^{-1}$  est l’inverse de 2 :  $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = 0,5$

**!** Ne pas confondre :  $5^3 \neq 3 \times 5$

$(3x)^2 = 3x \times 3x = 3 \cdot x \cdot 3 \cdot x = 3 \cdot 3 \cdot x \cdot x = 9x^2$

**Propriétés** : Pour multiplier ou diviser deux puissances d’un même nombre, on ajoute ou on soustrait les exposants.

$9^3 \times 9^2 = 9^{3+2} = 9^5$      $\frac{10^5}{10^2} = 10^{5-2} = 10^3$

**020** Multiplier ou diviser 2 relatifs

Règle :

|                        |                              |
|------------------------|------------------------------|
| $(+) \times (+) = (+)$ | • $(+4) \times (+5) = (+20)$ |
| $(-) \times (-) = (+)$ | • $(-6) \times (-2) = (+12)$ |
| $(+) \times (-) = (-)$ | • $(+14) \div (-2) = (-7)$   |
| $(-) \times (+) = (-)$ | • $(-20) \div (+4) = (-5)$   |

**025** Notation scientifique

Un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule, suivi d’une puissance de 10 qui multiplie ce nombre.

$2\,021 = 2,021 \times 10^3$

**021** Multiplier plusieurs relatifs

On compte le nombre de facteurs (-).

→ S’il est **pair**, alors le résultat est + ;

→ S’il est **impair**, alors le résultat est -.

$(-5) \times (-2) \times (-1) \times 7 \times (-9)$   
 est un nombre **positif** car dans ce produit il y a 4 facteurs négatifs.

**026** Encadrer une racine carrée

Pour encadrer  $\sqrt{20}$  par deux entiers consécutifs, on cherche les deux carrés qui encadrent  $\sqrt{20}$ .

$16 < 20 < 25$  donc  $4 < \sqrt{20} < 5$

**022** Les préfixes multiplicatifs

|           |           |        |        |        |        |        |           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Préfixe   | téra      | giga   | méga   | kilo   | déca   | unité  | déci      | centi     | milli     | micro     | nano      |
| Symbole   | T         | G      | M      | k      | da     | u      | d         | c         | m         | $\mu$     | n         |
| Puissance | $10^{12}$ | $10^9$ | $10^6$ | $10^3$ | $10^1$ | $10^0$ | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ | $10^{-6}$ | $10^{-9}$ |

Exemple des unités de stockage informatique :  
 1 Go (Gigaoctet) = 1 000 Mo (Mégaoctets) =  $10^9$  o (octets)

027 **Division euclidienne**

Effectuer la division euclidienne de  $a$  par  $b$ , c'est trouver le quotient  $q$  et le reste  $r$  tel que :

$$\begin{array}{r|l} 148 & 3 \\ -12 & 49 \\ \hline 28 & \\ -27 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$a = b \times q + r$  (avec  $0 \leq r < b$ )

Donc  $148 = 3 \times 49 + 1$

028 **Divisibilité**

Pour savoir si  $b$  divise  $a$ , on utilise la **division euclidienne** de  $a$  par  $b$  :

$a = b \times q + r$  avec  $0 \leq r < b$

Si  $r = 0$ , alors  $b$  est un diviseur de  $a$ .

- 21 est divisible par 3 car  $21 = 3 \times 7 + 0$  ; le reste est nul !
- 21 n'est pas divisible par 4 car  $21 = 4 \times 5 + 1$  ; Le reste n'est pas nul !

029 **Nombres premiers**

Un nombre est premier lorsqu'il est **divisible par exactement deux nombres** : par 1 et par lui-même.

Exemple : Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97...



1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur !

030 **Décomp. en facteurs premiers**

Pour décomposer 126 en facteurs premiers, on va déterminer ses diviseurs premiers dans l'ordre croissant. On obtient ainsi :

|     |   |  |
|-----|---|--|
| 126 | 2 | " On divise par les plus petits nombres premiers jusqu'à trouver 1." |
| 63  | 3 |  |
| 21  | 3 |  |
| 7   | 7 |  |
| 1   |   |  |

$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$

Fraction irréductible 031

Pour rendre irréductible une fraction, on va décomposer son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers :

$$\frac{30}{36} = \frac{2 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{5}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$$

Critère de divisibilité 032

Un nombre entier est divisible par...

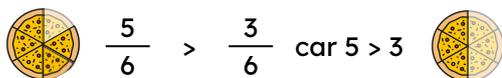
- **2** : si le chiffre des unités est pair (0, 2, 4, 6 ou 8). Ex : 13 574 ; 279 836
- **3** : si la somme de ses chiffres est un nombre multiple de 3. Ex : 741 ( $7 + 4 + 1 = 12$ )
- **5** : si le chiffre des unités est 0 ou 5. Ex : 3 570 ; 14 235
- **9** : si la somme de ses chiffres est un nombre multiple de 9. Ex : 6 318 ( $6 + 3 + 1 + 8 = 18$ )
- **10** : si le chiffre des unités est 0. Ex : 120 ; 13 000

Crible d'Ératosthène 033

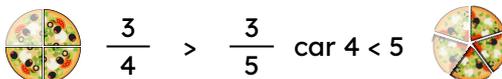


**034** Comparer des fractions

Si deux fractions ont le **même dénominateur**, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.



Si deux fractions ont le **même numérateur**, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.



Si deux fractions ont des **dénominateurs différents**, on les **réduit au même dénominateur** :

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{4} &= \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \\ \frac{2}{3} &= \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{9}{12} &> \frac{8}{12} \\ \text{donc} \\ \frac{3}{4} &> \frac{2}{3} \end{aligned}$$

On peut parfois les comparer à 1 :

$$\frac{3^2}{8} < 1 \text{ et } \frac{9}{5} > 1 \text{ donc } \frac{3}{8} < \frac{9}{5}$$

**035** Fractions égales

Pour obtenir une fraction égale, on multiplie ou on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{6}{22} = \frac{6 \div 2}{22 \div 2} = \frac{3}{11} \quad \frac{6}{22} = \frac{2 \times 3}{2 \times 11} = \frac{3}{11}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \times 3}{12 \times 3} = \frac{15}{36} \quad \frac{15}{36} = \frac{5 \times 3}{12 \times 3} = \frac{5}{12}$$

**036** Prendre une fract° d'un nombre

$$\frac{2}{3} \text{ de } 9 = \frac{2}{3} \times 9 = \frac{2 \times 9}{3} = 2 \times \frac{9}{3} = 6$$

**037** Multiplier ou diviser

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{3}{4} \times \frac{11}{7} = \frac{3 \times 11}{4 \times 7} = \frac{33}{28}$$

Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse (**inverse de la deuxième** fraction uniquement) :

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{15}$$

**038** Ajouter ou soustraire

Observer les **dénominateurs**, si...

→ ils sont identiques :

$$\frac{13}{6} - \frac{8}{6} = \frac{13 - 8}{6} = \frac{5}{6}$$

→ ils sont multiples l'un de l'autre :

$$\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{7}{12} = \frac{4}{12} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$$

→ ils sont quelconques :

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{7} = \frac{5 \times 7}{2 \times 7} + \frac{1 \times 2}{7 \times 2} = \frac{35}{14} + \frac{2}{14} = \frac{37}{14}$$

*Penser à simplifier si c'est possible !*

**039** Résoudre un problème

Pour un cocktail, verser dans un verre :

- ❖  $\frac{3}{10}$  du verre de jus d'ananas ;
- ❖  $\frac{3}{5}$  de jus de mangue ;

Finir de remplir avec du jus de fraise. Quelle fraction du verre doit-on ajouter ?

$$1 - \frac{3}{10} - \frac{3}{5} = \frac{10 - 3 - 6}{10} = \frac{1}{10}$$

Il faut  $\frac{1}{10}$  du verre en jus de fraise.

040 Calculer une expression littérale

- Pour  $a = 7$ ,  
 $E = 5a - 10 = 5 \times 7 - 10 = 35 - 10$ .
- Pour  $y = 3$ ,  
 $F = y^2 + 5 = 3^2 + 5 = 9 + 5 = 14$ .

041 Tester une égalité

L'égalité  $4x + 5 = 19 - 2x$  est-elle vraie pour  $x = 2$  ?

Pour  $x = 2$  alors

- $4x + 5 = 4 \times 2 + 5 = 8 + 5 = 13$
- $19 - 2x = 19 - 2 \times 2 = 19 - 4 = 15$   
or  $13 \neq 15$ , donc l'égalité est fausse.

042 Réduire une somme algébrique

C'est l'écrire avec le moins de termes possibles !

$$A = 5 \times 4x - 2 + 11x + 7$$

$$A = 20x - 2 + 11x + 7$$

$$A = 20x + 11x - 2 + 7$$

$$A = 31x + 5$$

043 Développer et réduire

→ Distributivité simple :

$$k(a + b) = k \times a + k \times b$$

$$E = 5(2x + 3) = 5 \times 2x + 5 \times 3 = 10x + 15$$

→ Distributivité double :

$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

$$E = (x + 6)(x + 2)$$

$$E = x \times x + x \times 2 + 6 \times x + 6 \times 2$$

$$E = x^2 + 2x + 6x + 12$$

$$E = x^2 + 8x + 12$$

044 Ajouter, soustraire une express°

- $4a + (-5 + 3a) = 4a + (-5) + (+3a)$   
 $= 4a - 5 + 3a = 7a - 5$
- $4a - (-5 + 3a) = 4a - (-5) - (+3a)$   
 $= 4a + 5 - 3a = a + 5$

Factoriser 045

$$k \times a + k \times b = k(a + b)$$

$$E = 7a + 7b - 7c \quad F = 15y + 10y^2$$

$$E = 7(a + b - c) \quad F = 5y \times 3 + 5y \times 2y$$

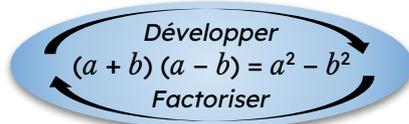
$$F = 5y(3 + 2y)$$

Résoudre une équation 046

Diagram illustrating the steps to solve the equation  $5x - 2 = 2x + 7$  using a balance scale:

- Initial equation:  $5x - 2 = 2x + 7$
- Step 1: **éliminer les  $x$  d'un membre**. Subtract  $2x$  from both sides:  $5x - 2 - 2x = 2x + 7 - 2x$  →  $3x - 2 = 7$
- Step 2: **éliminer les constantes de l'autre membre**. Add  $2$  to both sides:  $3x - 2 + 2 = 7 + 2$  →  $3x = 9$
- Step 3: **OBJECTIF isoler  $x$ !**. Divide both sides by  $3$ :  $3x \div 3 = 9 \div 3$  →  $x = 3$
- Final solution:  $S = \{3\}$  (Note: "diviser par le coeff. devant  $x$ " points to this step)

Les identités remarquables 047



→ Développer :

$$(3x + 4)(3x - 4) = (3x)^2 - (4)^2$$

$$= 3 \times 3 \times x \times x - 4 \times 4$$

$$= 9x^2 - 16$$

→ Factoriser :

$$36x^2 - 9 = (6x)^2 - 3^2 = (6x - 3)(6x + 3)$$

Résoudre une équation produit 048

Résoudre  $(x - 2)(2x + 3) = 0$ .

Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins l'un des facteurs est nul.

donc  $(x - 2)(2x + 3) = 0$  signifie que

$$x - 2 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x + 3 = 0$$

$$x = 2 \quad \quad \quad 2x = -3$$

$$\quad \quad \quad \quad \quad x = -1,5$$

$$S = \{2; -1,5\}$$

**049** Reconnaître la proportionnalité

**Avec le test du double :**

Lorsque **2 grandeurs** (ex : 1 quantité et 1 prix) varient de la **même** façon, on parle de **proportionnalité**.

Si 1 kg coûte 3 €, 2 kg coûteront donc deux fois ce prix, soit  $2 \times 3 \text{ €} = 6 \text{ €}$ .

**!** Deux grandeurs ne sont pas toujours proportionnelles :

“ Pour le double de ..., a-t-on le double de ... ? ” : Si à 14 ans tu mesures 1 mètre 50, alors à 28 ans tu devrais mesurer 3 m, ce qui est absurde !

**Dans un tableau :**

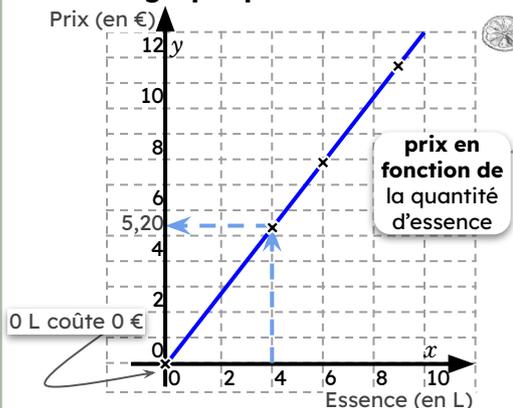
Léo fait plusieurs fois le plein de son scooter et note les prix :

|                |      |      |       |
|----------------|------|------|-------|
| Essence (en L) | 6    | 4    | 9     |
| Prix (en €)    | 7,80 | 5,20 | 11,70 |

$\frac{7,80}{6} = 1,30$  ;  $\frac{5,20}{4} = 1,30$  ;  $\frac{11,70}{9} = 1,30$

Tous les quotients sont égaux, donc la quantité et le prix sont proportionnels.

**Sur un graphique :**



Tous les points sont alignés avec l'origine, donc la quantité et le prix sont proportionnels.

**Calculer avec la proportion** **050**

Chez Ti'Sam, 3 samoussas coûtent 1,20 € et 5 samoussas coûtent 2 €.

**Avec la linéarité additive**

Quel est le prix de 8 samoussas ?

- 8 samoussas c'est 3 + 5 samoussas
- 8 sam. coûtent 1,20 € + 2 € = 3,20 €

**Avec la linéarité multiplicative**

Quel est le prix de 15 samoussas ?

- 15 c'est 5 fois plus que 3 samoussas
- 15 sam. coûtent  $5 \times 1,20 \text{ €} = 6 \text{ €}$

**Avec le passage à l'unité :**

Quel est le prix de 7 samoussas ?

- 3 samoussas coûtent 1,20 €.
- 1 samoussa  $\rightarrow 1,20 \text{ €} \div 3 = 0,40 \text{ €}$ .
- 7 samoussas  $\rightarrow 7 \times 0,40 \text{ €} = 2,80 \text{ €}$ .

**Avec le coeff. de proportionnalité**

Quel est le prix de 11 samoussas ?

|        |             |      |      |        |
|--------|-------------|------|------|--------|
| ÷ 0,40 | Samoussas   | 3    | 11   | × 0,40 |
|        | Prix (en €) | 1,20 | 4,40 |        |

Pour déterminer le coefficient de proportionnalité, on calcule  $1,20 \div 3$ . Donc 11 samoussas coûtent 4,40 €.

**Avec la 4<sup>ème</sup> proportionnelle**

Quel est le prix de 25 samoussas ?

$\frac{3 \text{ samoussas}}{1,20 \text{ €}} = \frac{25 \text{ samoussas}}{x}$

$x = 1,20 \times 25 \div 3 = 10 \text{ €}$

Donc 25 samoussas coûtent 10 €.

**Ratio** **051**

Dans la recette d'un cocktail on trouve du jus d'orange, du jus de pomme, du jus de citron et de la limonade dans le ratio **4 : 4 : 1 : 3**.

Quelle quantité de limonade faut-il prévoir pour préparer 1,5 L de boisson ?

- $4 + 4 + 1 + 3 = 12$  parts.
- 1 part :  $1,5 \text{ L} \div 12 = 0,125 \text{ L} = 12,5 \text{ cL}$ .
- $3 \times 12,5 \text{ cL} = 37,5 \text{ cL}$  de limonade.

**052 Échelle**

Sur une carte à l'échelle 1/75 000, la distance entre St-Gilles et Ste-Anne est de 72 cm. Déterminer la distance réelle à vol d'oiseau (ligne droite) :

|                            |               |                                   |
|----------------------------|---------------|-----------------------------------|
|                            | Échelle       | St Gilles - Ste Anne              |
| Distance sur le plan en cm | 1             | 72                                |
| Distance réelle en cm      | <b>75 000</b> | $72 \times 75\,000 = 5\,400\,000$ |



La distance à vol d'oiseau en km entre Saint-Gilles et Sainte-Anne est donc de 5 400 000 cm, soit 54 km (voir la page conversion).

**053 Déterminer un pourcentage**

C'est calculer une proportion sur 100 !

Dans une classe de 20 élèves, 3 sont gauchers, quel est le pourcentage de gauchers ?

- $\frac{3}{20} = 3 \div 20 = 0,15 = \frac{15}{100} = 15\%$
- ou
- $\frac{3}{20} \times 100 = 15$  soit 15 % de gauchers.

**054 Prendre un pourcentage**

95 % des 500 élèves du collège ont un téléphone portable, cela représente :

$$\frac{95}{100} \times 500 \text{ élèves} = 475 \text{ élèves}$$

*C'est multiplier le nombre par ce pourcentage.*

- Prendre 50%, c'est prendre la moitié.
- Prendre 25%, c'est prendre le quart.
- Prendre 75%, c'est prendre les trois quarts.
- Prendre 100%, c'est prendre la totalité.
- Prendre 200 %, c'est prendre le double.

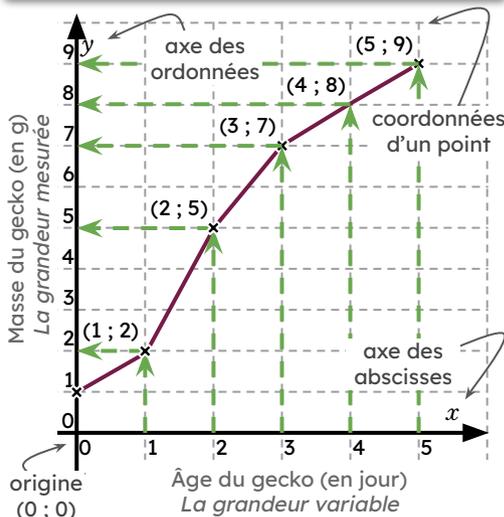
**055 Calculer une augmentation ou une réduction**

Une robe à 49 € est soldée à -30 %. Quel est le prix soldé de cette robe ?

- Remise :  $\frac{30}{100} \times 49 \text{ €} = 14,70 \text{ €}$
- Prix soldé :  $49 \text{ €} - 14,70 \text{ €} = 34,30 \text{ €}$

**Représentation graphique 056**

Représentation graphique de la masse d'un gecko en fonction de son âge.



|                        |   |   |   |   |   |   |
|------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Âge du gecko (en jour) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Masse du gecko (en g)  | 1 | 2 | 5 | 7 | 8 | 9 |

La masse du gecko n'est pas proportionnelle à son âge, en effet les points ne sont pas alignés avec l'origine, et les quotients ne sont pas égaux !

$$\frac{2}{1} = 2 ; \quad \frac{5}{2} = 2,5$$



**057** Notion de fonction

Processus qui permet, à partir d'un nombre de départ, d'obtenir un unique nombre d'arrivée.

Si on laisse tomber 3 dans cette machine, on obtient  $3^2 + 7 = 9 + 7 = 16$ . Ainsi : "3 a pour **image** 16".



Pour un nombre  $x$ , on obtient  $x^2 + 7$ .

Appelons cette **fonction**  $f$ , on note :

$$f: x \mapsto x^2 + 7$$

se lit : "la fonction  $f$  qui à  $x$  associe  $x^2 + 7$ ".

**059** Vocabulaire des fonctions

- Nombre de départ
- $x$
- un antécédent
- abscisse



- Nombre d'arrivée
- $f(x)$  ;  $y$
- l'image
- ordonnée

- Fonction affine  $f: x \mapsto ax + b$
- Fonction linéaire  $f: x \mapsto ax$
- Fonction constante  $f: x \mapsto b$

Avec  $a$  coefficient directeur et  $b$  ordonnée à l'origine.

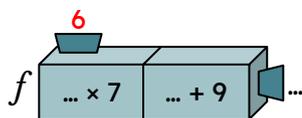
Les fonctions linéaires et constantes sont des cas particuliers de fonctions affines.

**060** Calculer l'image

Soit  $f: x \mapsto 7x + 9$

Calculer l'image de 6 par  $f$ .

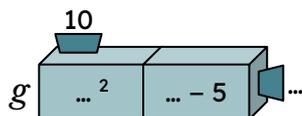
- $f(6) = 7 \times 6 + 9 = 42 + 9 = 51$   
donc 6 a pour image 51 par  $f$ .



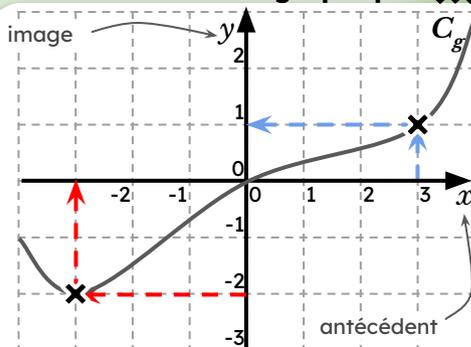
Soit  $g: x \mapsto x^2 - 5$

Calculer l'image de 10 par  $g$ .

- $g(10) = 10^2 - 5 = 100 - 5 = 95$   
donc 10 a pour image 95 par  $g$ .



**058** Lecture graphique



- L'image par  $g$  de 3 est 1 :  $g(3) = 1$
- L'antécédent par  $g$  de -2 est -3 :  $g(-3) = -2$

**Déterminer un antécédent**

Soit  $h: x \mapsto 3x - 1$

Déterminer un antécédent de 14 par  $h$  revient à résoudre  $h(x) = 14$  soit :

$$\begin{aligned} 3x - 1 &= 14 \\ 3x - 1 + 1 &= 14 + 1 \\ 3x &= 15 \\ 3x \div 3 &= 15 \div 3 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Donc 14 a pour antécédent 5 par  $h$ .



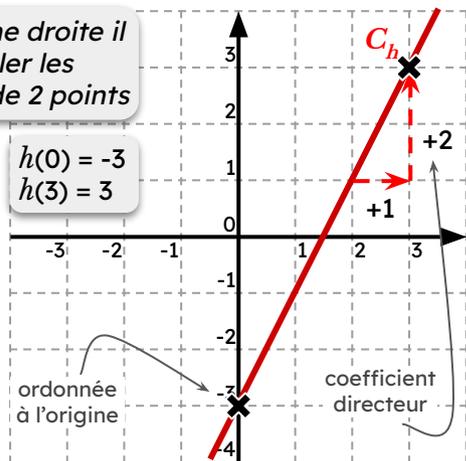
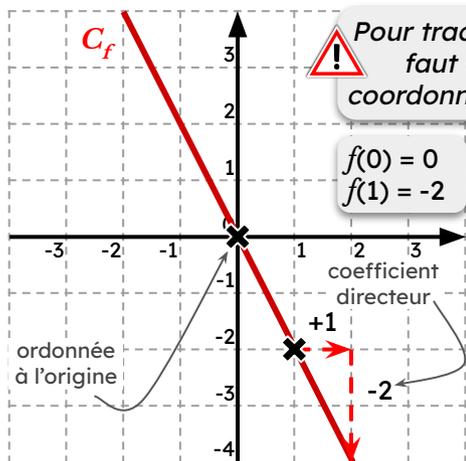
On peut aussi "remonter la machine" :

- $14 + 1 = 15$
- $15 \div 3 = 5$ .

**062** Représenter graphiquement une fonction linéaire ou une fonction affine

$f: x \mapsto -2x$  est une fonction **linéaire**.  
Donc sa représentation graphique est une **droite** qui passe par l'**origine** et par le point  $(1; -2)$ .

$h: x \mapsto 2x - 3$  est une fonction **affine**.  
Donc sa représentation graphique est une **droite** qui passe par  $(0; -3)$  et par le point  $(3; 3)$ .



**063** Pourcentage et fonct° linéaires

→ **Augmenter** une quantité de **6%** est associé à la fonction linéaire :

$$h: x \mapsto 1,06x$$

Coefficient =  $1 + 6\% = 1 + 0,06 = 1,06$ .

Mon salaire actuel est de 2350 €.

Au 1<sup>er</sup> janvier 2022, il augmentera de 6%. Quel sera mon nouveau salaire ?

$$2350 \text{ €} \times 1,06 = 2491 \text{ €}.$$

Mon nouveau salaire sera de 2491 €.

→ **Diminuer** une quantité de **30%** est associé à la fonction linéaire :

$$f: x \mapsto 0,7x$$

Coefficient =  $1 - 30\% = 1 - 0,3 = 0,7$ .

Prix d'une robe à 49 €, soldé à **30%** :

$$49 \text{ €} \times 0,7 = 34,30 \text{ €}.$$



**Calculer la valeur initiale** **064**

Après une baisse de 5%, mon smartphone coûte maintenant 956,65 €. Calculer son prix avant remise.



Une baisse de 5% revient à multiplier par  $100\% - 5\% = 95\% = 0,95$ .

$$\text{Prix initial} \times 0,95 = 956,65 \text{ €}.$$

$$\text{Prix initial} = 956,65 \text{ €} \div 0,95 = 1\,007 \text{ €}$$

Avant la baisse, le prix de mon smartphone était de 1 007 €.

*Je vérifie que le prix initial est plus élevé que le prix réduit !*

Voici les 13 pointures des filles d'une classe sous forme de série statistique :  
39 ; 36 ; 38 ; 41 ; 37 ; 38 ; 37 ; 39 ; 36 ; 39 ; 40 ; 37 ; 39.

**065 Effectif et fréquence**

- L'**effectif** des filles qui chaussent du 37 est de 3.
- L'**effectif total** est de 13.
- La **fréquence** de la pointure 37 est :

$$f = \frac{3}{13} \approx 0,23$$

soit environ 23% des filles.  
"On compte 3 fois la pointure 37 sur les 13 réponses données."

**066 Calculer une moyenne simple**

$$M = \frac{36 + 36 + 37 + 37 + 37 + \dots + 41}{13}$$

$$M = \frac{496}{13} \approx 38,2$$

**067 Calculer une moyenne pondérée**

On affecte des coefficients à chaque pointure :

$$M = \frac{36 \times 2 + 37 \times 3 + 38 \times 2 + \dots + 41 \times 1}{13}$$

$$M = \frac{496}{13} \approx 38,2$$

**068 Calculer une étendue**

Étendue = valeur max - valeur min

L'**étendue** de cette série est :  
e = 41 - 36 = 5.

| H2 |        |    |    |    | <i>fx</i> | =SOMME(B2:G2) |    |       |
|----|--------|----|----|----|-----------|---------------|----|-------|
|    | A      | B  | C  | D  | E         | F             | G  | H     |
| 1  | Point. | 36 | 37 | 38 | 39        | 40            | 41 | Total |
| 2  | Eff.   | 2  | 3  | 2  | 4         | 1             | 1  | 13    |

**Calculer une médiane**

Il y a 13 valeurs à ranger dans l'ordre croissant :

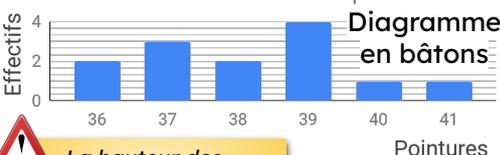
36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; **38** ;  
39 ; 39 ; 39 ; 39 ; 40 ; 41

La **médiane** qui partage la série en deux groupes de même effectif, est la 7<sup>e</sup> valeur, soit 38.

Interprétation : Il y a autant d'élèves qui chaussent du 38 ou moins, que d'élèves qui chaussent du 38 ou plus.

**Représenter des données**

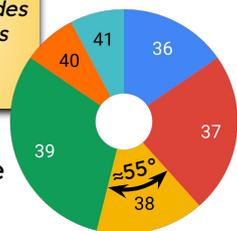
Effectifs des filles en fonction des pointures



**!** La hauteur des bâtons et la mesure des secteurs sont toujours proportionnelles aux effectifs.



**Diagramme circulaire**



| Pointure | 36 | 37 | 38 | 39  | 40 | 41 | Total |
|----------|----|----|----|-----|----|----|-------|
| Effectif | 2  | 3  | 2  | 4   | 1  | 1  | 13    |
| %        | 15 | 23 | 15 | 31  | 8  | 8  | 100   |
| degrés   | 55 | 83 | 55 | 111 | 28 | 28 | 360   |

**Avec un tableur**

Somme des effectifs en H2 :

= SOMME (B2 : G2) ou

= B2 + C2 + D2 + E2 + F2 + G2



Expérience : On tire une boule au hasard dans l'urne ci-contre.



**072 Expérience aléatoire**

Expérience dont on connaît la liste des issues possibles mais on ne sait pas laquelle se produira. Une **issue** est un résultat possible de l'expérience.

Si toutes les issues ont les mêmes chances de se réaliser, on dit qu'elles sont **équiprobables**.

**073 Probabilité d'une issue**

$$\text{Probabilité} = \frac{\text{nb de cas favorables}}{\text{nb de cas possibles}}$$

On s'intéresse au numéro de la boule. Il y a 4 issues "1", 3 issues "4", et 1 issue "5".

| Issues      | 1   | 4   | 5   | Total   |
|-------------|-----|-----|-----|---------|
| Probabilité | 4/8 | 3/8 | 1/8 | 8/8 = 1 |

**!** Une probabilité est un nombre toujours compris entre 0 et 1.

**077 Arbre de probabilité**

Mathis lance une pièce équilibrée de 1€, et note le résultat : Pile (P) ou Face (F), puis tire au hasard une boule du sac et observe sa couleur : rouge (R), bleu (B) ou vert (V). Quelle est la probabilité de l'événement E, pour Mathis de tomber sur Face puis de tirer une boule verte ?

$$P(E) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1 \times 1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$$

Avec un arbre, la probabilité d'obtenir une issue est égale au produit des probabilités rencontrées le long du **chemin**.

**Probabilité d'un événement 074**

Un événement est constitué d'une ou plusieurs issues.

**Événement A** : "Tirer un numéro pair".  
 $P(A) = 3/8 = 0,375 = 37,5 \%$

**Événement B** : "Tirer un numéro compris entre 1 et 6".  
 $P(B) = 8/8 = 1$  (événement **certain**).

**Événement C** : "Tirer le 3".  
 $P(C) = 0$  (événement **impossible**).

**Événements incompatibles 075**

- "Tomber sur un numéro pair" }
- "Tomber sur le 5".

*Ils ne peuvent se réaliser en même temps !*

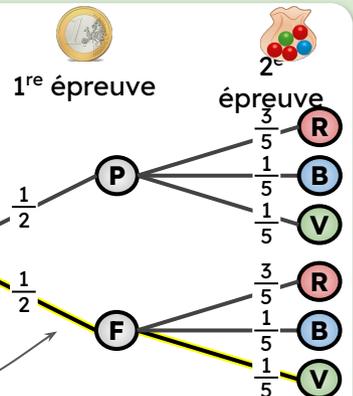
**Événement contraire de A 076**

C'est l'événement constitué de toutes les issues qui ne sont pas dans A. Il est noté  $\bar{A}$ .

- Si A : "Tirer un numéro pair" Alors  $\bar{A}$  : "Tirer un numéro impair".
- Si E : "Tirer le numéro 5" Alors  $\bar{E}$  : "Ne pas tirer le numéro 5".

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

- $P(\bar{A}) = 1 - 0,375 = 0,625 = 62,5\%$
- $P(\bar{E}) = 1 - 0,125 = 0,875 = 87,5\%$



078 Périmètres

→ Le périmètre est la mesure du tour.

- $P = 5 + 2 \times 2 + 1 + 2 \times 3$
- $P = 16 \text{ cm}$

→ Circonférence d'un cercle de rayon 3 cm :

$P = 2 \times \pi \times r \text{ cm} = 2\pi \times 3 \text{ cm}$   
 $P = 6\pi \text{ cm} \approx 18,8 \text{ cm}$

079 Convertir des longueurs

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|----|----|-----|---|----|----|----|
|    |    |     | 7 | 2  | 3  | 0  |
| 1  | 5  | 0   | 0 |    |    |    |

- $7\ 230 \text{ mm} = 7,23 \text{ m}$
- $1,5 \text{ km} = 1\ 500 \text{ m}$

080 Aires

→ L'aire est la mesure de la surface.

- $A_{ABCD} = L \times l = 7 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 21 \text{ cm}^2$

- Aire du disque de rayon 3 cm est :  
 $A = \pi \times r^2 \text{ cm}^2 = \pi \times 3^2 \text{ cm}^2 = 9\pi \text{ cm}^2$   
 $A \approx 28,3 \text{ cm}^2$

081 Convertir des aires

| km <sup>2</sup> | hm <sup>2</sup> | dam <sup>2</sup> | m <sup>2</sup> | dm <sup>2</sup> | cm <sup>2</sup> | mm <sup>2</sup> |
|-----------------|-----------------|------------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1               | 0               | 0                | 0              | 0               | 0               | 0               |
|                 |                 |                  |                | 5               | 0               | 0               |

- $1 \text{ km}^2 = 1\ 000\ 000 \text{ m}^2$
- $50\ 000 \text{ mm}^2 = 5 \text{ dm}^2$

Aire d'un parallélogramme 082

$A_{\text{Parallélogramme}} = b \times h$

Aire d'un triangle 083

$A_{\text{Triangle}} = \frac{b \times h}{2}$

Coeff. d'agrandisse<sup>t</sup>/réduct<sup>o</sup> 084

Lorsque deux figures ont la même forme et des longueurs proportionnelles, on dit que l'une est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport  $k$  :

$k = \frac{\text{une longueur de la figure finale}}{\text{la longueur correspondante initiale}}$

- les mesures d'angles sont conservées ;
- les longueurs sont multipliées par  $k$  ;
- l'aire d'une surface est multipliée par  $k^2$  ;
- le volume d'un solide est multiplié par  $k^3$ .

Agrandissement de rapport 3

$A = 54 \text{ cm}^2$

$6 \times 3^2$

$3 \text{ cm}$  (height of small grid),  $2 \text{ cm}$  (width of small grid)

$3 \text{ cm} \times 3 = 9 \text{ cm}$  (height of large grid),  $2 \text{ cm} \times 3 = 6 \text{ cm}$  (width of large grid)

085 Calculer des volumes

Combien faut-il de litres d'eau pour remplir cette piscine de diamètre 4 m et de hauteur 1,2 m ?

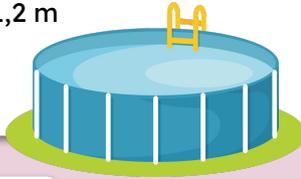
$$V = \pi \times r^2 \times h \text{ m}^3$$

$$V = \pi \times (2 \text{ m})^2 \times 1,2 \text{ m}$$

$$V = 4,8\pi \text{ m}^3$$

$$V \approx 15 \text{ m}^3$$

$$V \approx 15\,000 \text{ L}$$



!  $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$

Combien faut-il de litres d'eau pour remplir une piscine rectangulaire de 5 m par 4 m et de profondeur 1,5 m ?



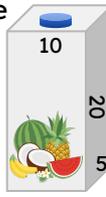
$$V_{\text{Piscine}} = 5 \text{ m} \times 4 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$$

$$V_{\text{Piscine}} = 30 \text{ m}^3 = 30\,000 \text{ L}$$

Quelle est la contenance d'une brique de jus de fruit de dimensions 5 cm par 10 cm par 20 cm ?

$$V_{\text{Brique}} = 5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$$

$$V_{\text{Brique}} = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$$



087 Convertir des volumes

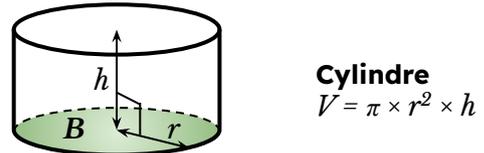
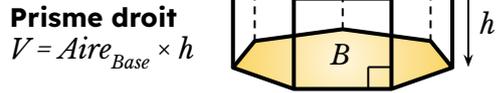
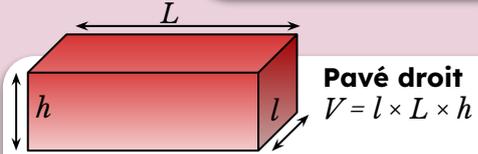
|  |                |                 |                 |                 |    |    |    |
|--|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----|----|----|
|  | +1 000         |                 |                 | × 1 000         |    |    |    |
|  | m <sup>3</sup> | dm <sup>3</sup> | cm <sup>3</sup> | mm <sup>3</sup> |    |    |    |
|  | KL             | hL              | daL             | L               | dL | cL | mL |
|  |                |                 |                 | 1               | 0  | 0  | 0  |
|  |                |                 |                 | 5               | 0  | 0  | 0  |

Exemples :

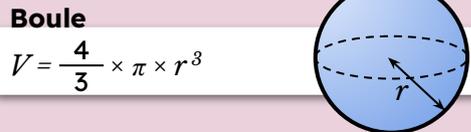
- $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L} = 1\,000 \text{ cm}^3$
- $1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3$
- $5\,000\,000 \text{ mm}^3 = 5 \text{ dm}^3$

Volumes 086

! Solides à deux bases :  
 $V = \text{Aire}_{\text{Base}} \times \text{hauteur}$



! Solides pointus  
Pense à diviser par 3



088 Grandeur

Une grandeur est une caractéristique qui se mesure ou se calcule : masse, prix, longueur, durée, etc.

**JE RETIENS**

|                              |   |  |
|------------------------------|---|--|
| 1 jour = 24 h                | 1 h = 60 min = 3 600 s                          | 1 min = 60 s                           |
| 1 km = 1 000 m               | 1 m = 100 cm = 1 000 mm                         |  |
| 1 ha = 10 000 m <sup>2</sup> | 1 m <sup>2</sup> = 100 dm <sup>2</sup>          | 1 m <sup>2</sup> = 100 dm <sup>2</sup> |
| 1 m <sup>3</sup> = 1 000 L   | 1 L = 1 dm <sup>3</sup> = 1 000 cm <sup>3</sup> |  |
| 1 T = 1 000 kg               | 1 kg = 1 000 g                                  |  |

089 Grandeur quotient

❑ **Vitesse** : Émilie parcourt 50 km en 2 heures avec son scooter.

Sa vitesse moyenne est de :  $vitesse = \frac{distance}{temps} = \frac{50 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 25 \text{ km/h}$ .

Cela signifie 25 km en 1 h.

❑ **Débit** : Il s'écoule 1500 L d'un robinet en 3 h.

Son débit est de :  $débit = \frac{volume}{temps} = \frac{1500 \text{ L}}{3 \text{ h}} = 500 \text{ L/h}$ .

Cela signifie 500 L en 1 h.

❑ **Densité de population** : La Réunion compte 850 000 habitants pour 2 512 km<sup>2</sup>.

Sa densité est de :

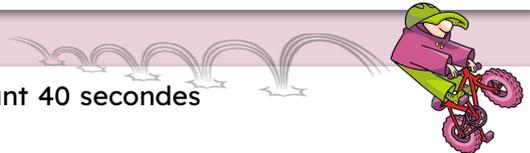
$densité = \frac{effectif}{superficie} = \frac{850\,000 \text{ habitants}}{2\,512 \text{ km}^2} = 338 \text{ h/km}^2$ .

Cela signifie 338 habitants au km<sup>2</sup>.

090 Grandeur produit

❑ **Distance** : Un piéton marche pendant 40 secondes à la vitesse moyenne de 1,5 m/s.

La distance parcourue est de :  $distance = vitesse \times temps = 1,5 \text{ m/s} \times 40 \text{ s} = 60 \text{ m}$ .



❑ **Énergie** : Un radiateur d'une puissance de 800 W fonctionne pendant 2 h, quelle est sa consommation ?

$Énergie \text{ consommée (Wh)} = puissance \text{ (W)} \times temps \text{ (h)} = 800 \text{ W} \times 2 \text{ h} = 1600 \text{ Wh}$

En 2 h, le radiateur consomme 1,6 kWh (kilowatt-heures).

091 Convertir une vitesse

→ en m/s

$25 \text{ km/h} = \frac{25 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{25\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} \approx 7 \text{ m/s}$

→ en km/h

$10 \text{ m/s} = \frac{10 \text{ m} \times 3600}{1 \text{ s} \times 3600} = \frac{36\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{36 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 36 \text{ km/h}$

Convertir une durée 092

⚠ 1,65 h ce n'est pas 1 h et 65 min, c'est inférieur à 2 h !

$1\text{h} + 0,65\text{h} = 1\text{h} + 0,65 \times 60\text{min} = 1\text{h} + 39\text{min}$

|     |    |         |
|-----|----|---------|
| h   | 1  | 0,65    |
| min | 60 | 0,65×60 |

093 Triangles particuliers

Triangle isocèle en A

Triangle équilatéral

Triangle rectangle en B

094 Inégalité triangulaire

Pour savoir si un triangle est constructible, on vérifie que le plus grand côté est inférieur à la somme des 2 autres.

→  $7,6 < 6,3 + 5$  donc on peut construire ce triangle.

095 Construire un triangle

□ **Connaissant les 3 côtés**  
 Construire un triangle de côtés 6 cm, 4 cm et 5 cm.

*C'est plus facile si on commence par tracer le plus grand côté !*

□ **Connaissant 1 côté et 2 angles**  
 Construire un triangle PSG avec  $PS = 6$  cm,  $\widehat{SPG} = 45^\circ$  et  $\widehat{PSG} = 60^\circ$ .

Parallélogramme 096

C'est un quadrilatère avec ses côtés opposés parallèles.

Si ABCD est un parallélogramme, alors :

- ses côtés opposés sont parallèles et égaux ;
- ses angles opposés ont la même mesure ;
- ses diagonales se coupent en leur milieu.

Triangles semblables 097

•  $\widehat{RTL} = 180^\circ - (87^\circ + 37^\circ) = 56^\circ$   
 •  $\widehat{BAC} = 180^\circ - (87^\circ + 56^\circ) = 37^\circ$

Les angles sont égaux deux à deux, donc les triangles sont semblables.

Leurs côtés homologues sont proportionnels, ainsi :

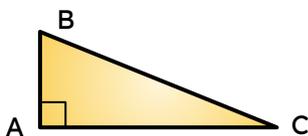
|       |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| côtés | LT  | TR  | RL  |
| RTL   | 1,2 | 2,1 | 1,8 |
| côtés | BC  | AB  | AC  |
| ABC   | ?   | ?   | 2,7 |

$\times 1,5$

$AB = 2 \times 1,5 = 3$   
 $BC = 1 \times 1,5 = 1,5$

ABC est un agrandissement de RTL de rapport 1,5.

098 **Théorème de Pythagore**



Dans un triangle **rectangle**, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

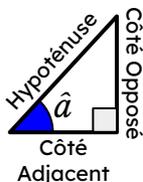
099 **Trigonométrie**

Dans un triangle **rectangle**, pour un angle aigu donné :

$$\text{Cos}(\hat{a}) = \frac{\text{Côté Adjacent à } \hat{a}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\text{Sin}(\hat{a}) = \frac{\text{Côté Opposé à } \hat{a}}{\text{Hypoténuse}}$$

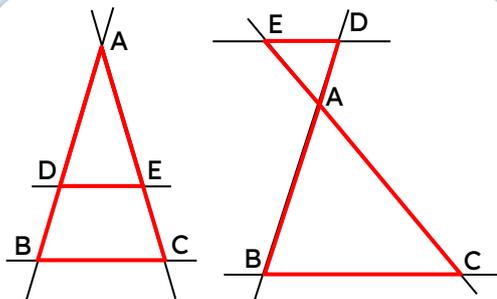
$$\text{Tan}(\hat{a}) = \frac{\text{Côté Opposé à } \hat{a}}{\text{Côté Adjacent à } \hat{a}}$$



**Retiens :**  
CAH-SOH-TOA  
(casse-toi !)

$$\text{Cos} = \frac{A}{H}$$

100 **Théorème de Thalès**

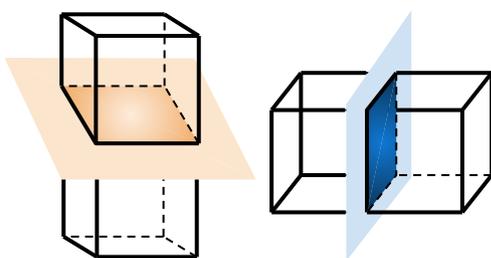


(BD) et (EC) sont **sécantes** en A et (BC) et (DE) sont **parallèles**,

donc  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

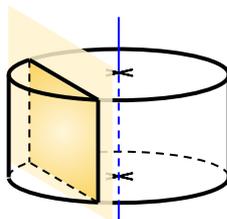
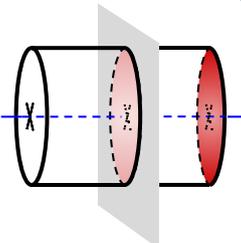
Section d'un pavé droit **101**

La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face ou une arête est un rectangle.



Section d'un cylindre **102**

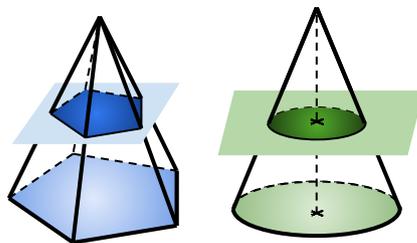
La section d'un cylindre par un plan parallèle aux bases est un disque.



La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe du cylindre est un rectangle.

Sect° d'une pyramide, d'un cône **103**

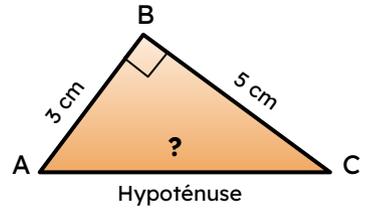
La section d'un cône ou d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de sa base.



104 Avec Pythagore

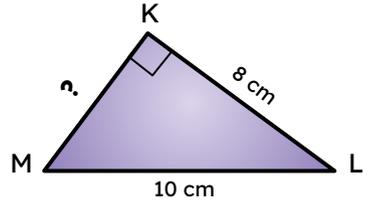
Calculer la longueur de l'hypoténuse

**RÉDACTION :** ABC est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore, on a  $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$ .  
D'où  $AC = \sqrt{34}$  cm  $\approx$  5,8 cm (à 1 mm près).



Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

**RÉDACTION :** KLM est rectangle en K, donc d'après le théorème de Pythagore, on a  $KM^2 = ML^2 - KL^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$ .  
D'où  $KM = \sqrt{36}$  cm = 6 cm.



105 Avec la trigonométrie

Soit RTL un triangle rectangle en R tel que  $RL = 6$  cm et  $\widehat{RLT} = 43^\circ$ .  
Déterminer RT à 1 mm près.

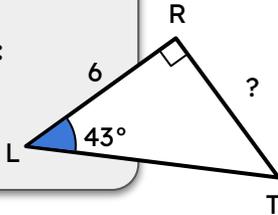
CHECK UP CAH SOH TOA

Côtés concernés :

- Côté Adjacent
- Côté Opposé
- Hypoténuse

J'utilise donc :

- Cosinus
- Sinus
- Tangente



RÉDACTION

Dans le triangle RTL rectangle en R,

$$\tan(\widehat{RLT}) = \frac{RT}{RL}$$

soit  $\frac{\tan(43^\circ)}{1} = \frac{RT}{6}$

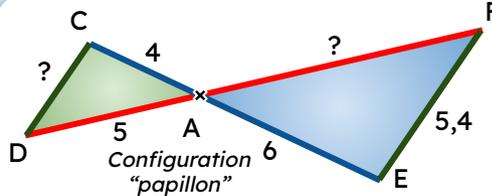
d'où  $RT = 6 \text{ cm} \times \tan(43^\circ) \approx 5,6 \text{ cm}$

Pour arrondir au 1/10 près, regarde bien les 1/100 :  
5,50 < 5,59 < 5,60

$6 \times \tan(43^\circ) = 5,595090517$

le + proche

Dans une configurat° de Thalès



RÉDACTION

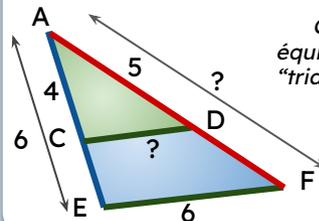
Les droites (CE) et (DF) sont sécantes en A, de plus les droites (CD) et (EF) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès :

On a  $\frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AF} = \frac{CD}{EF}$

Soit  $\frac{4}{6} = \frac{5}{AF} = \frac{CD}{5,4}$

$AF = \frac{6 \times 5}{4} \text{ cm} = \frac{30}{4} \text{ cm} = 7,5 \text{ cm}$

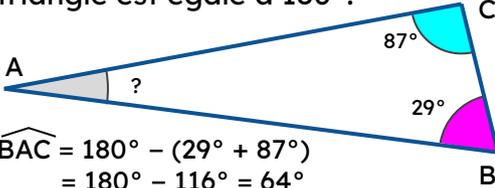
Et  $CD = \frac{4 \times 5,4}{6} \text{ cm} = \frac{21,6}{6} \text{ cm} = 3,6 \text{ cm}$



Configuration équivalente, avec les "triangles emboîtés".

107 Avec la règle des 180°

La somme des trois angles d'un triangle est égale à 180°.



$$\widehat{BAC} = 180^\circ - (29^\circ + 87^\circ) = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

RÉDACTION

Dans le triangle XYZ rectangle en X,

$$\sin(\widehat{YZX}) = \frac{XY}{YZ} = \frac{4}{6}$$

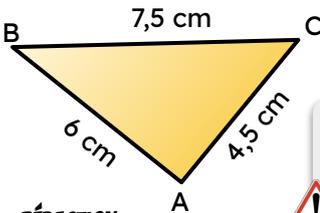
d'où  $\widehat{YZX} \approx 42^\circ$

$\arcsin\left(\frac{4}{6}\right)$  (DEG)  $\rightarrow$  41,8103149



**Pythagore** (-580? → -495?) est un savant grec né à Samos. Il serait parti en Égypte vers -547 pour une vingtaine d'années. Apurès des prêtres, il apprend la langue égyptienne, il étudie la géométrie ainsi que l'astronomie.

109 ... qu'un triangle est rectangle



C'est mieux de commencer par calculer le carré du plus grand côté.

RÉDACTION

[BC] est le plus grand côté donc si le triangle est rectangle ce sera en A.  
 D'une part :  $BC^2 = 7,5^2 = 56,25$ .  
 D'autre part :  $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$ .

On constate que  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ , donc l'égalité de Pythagore est vérifiée. Ainsi ABC est rectangle en A.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que le triangle n'est pas rectangle.

Avec la trigonométrie 108

Soit XYZ un triangle rectangle en X tel que XY = 4 cm et YZ = 6 cm. Déterminer  $\widehat{YZX}$ .

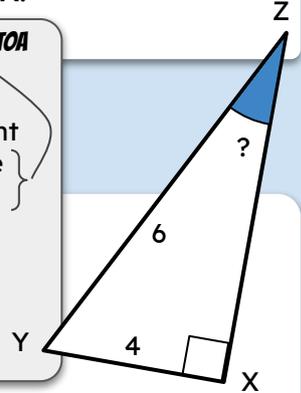
CHECK UP CAH SOH TOA

Je connais :

- Côté Adjacent
- Côté Opposé
- Hypoténuse

J'utilise donc :

- Cosinus
- Sinus
- Tangente

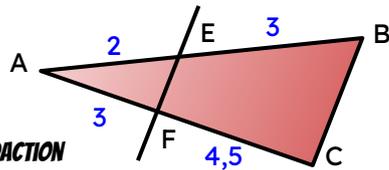


**Thalès** de Milet (-625? → -545?), est un philosophe et savant grec né à Milet. C'est l'un des Sept sages de la Grèce antique. En Egypte il aurait été initié aux sciences babyloniennes. Son plus grand exploit : le calcul de la hauteur de la grande pyramide.



Démontrer ...

110 ... que 2 droites sont parallèles



RÉDACTION

D'une part :  $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{5} = 0,4$

D'autre part :  $\frac{AF}{AC} = \frac{3}{7,5} = 0,4$

On constate que :  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

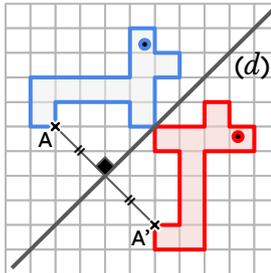
Donc l'égalité de Thalès est vérifiée.

De plus, les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre, donc les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut que les droites ne sont pas parallèles.

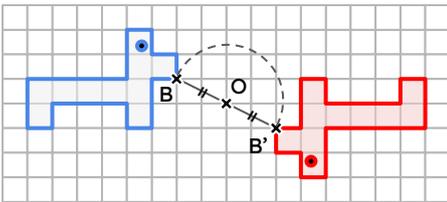
111 Effet d'une symétrie axiale

“Pliage selon un axe” : L'axe de symétrie est la médiatrice de  $[AA']$ .  
 $A'$  est l'image de  $A$  par la symétrie d'axe  $(d)$ .



112 Effet d'une symétrie centrale

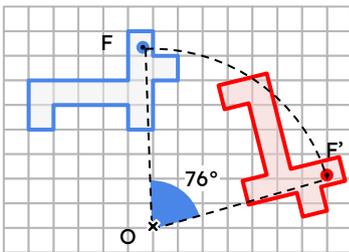
On parle de “demi-tour” (ou rotation de  $180^\circ$ ) autour de  $O$  milieu de  $[BB']$ .



$B'$  est l'image de  $B$  par la symétrie centrale de centre  $O$ .

113 Effet d'une rotation

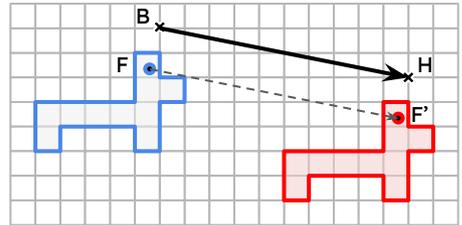
Transformer une figure par **rotation**, c'est la faire tourner autour d'un point fixe qui est le centre de la rotation.



$F'$  est l'image de  $F$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $67^\circ$  dans le sens des aiguilles d'une montre (sens indirect).

Effet d'une translation 114

Transformer une figure par **translation**, c'est la faire glisser sans la tourner. Ce **glissement** est définie par une **direction**, un **sens** et une **longueur**. On peut schématiser ce glissement par des flèches.



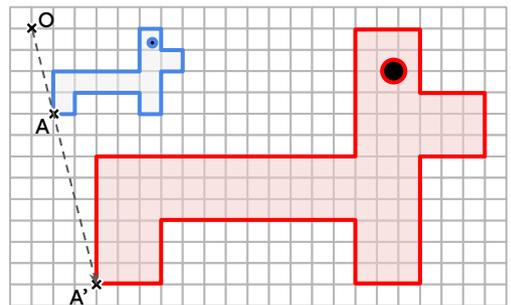
$F'$  est l'image de  $F$  par la translation qui transforme  $B$  en  $H$ .

Propriétés de conservation 115

Les symétries centrales et axiales, les translations, les rotations conservent **longueurs, angles et aires**.

Effet d'une homothétie 116

L'**homothétie** est une transformation, qui permet d'agrandir ou de réduire des figures géométriques. On obtient une figure **semblable** (pas égale).



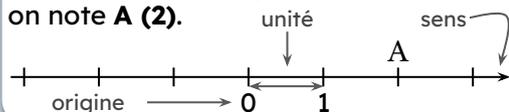
$A'$  est l'image de  $A$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport 3.



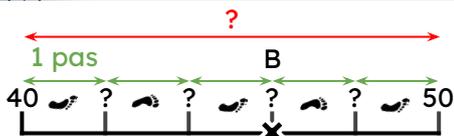
117 Se repérer sur une droite graduée

Une droite graduée est une droite sur laquelle on a fixé une origine, un sens et une unité de longueur.

Chaque point est repéré par son abscisse. A est le point d'abscisse 2 : on note **A (2)**.



118 Graduer un axe



10 unités d'écart (50 - 40)  
5 pas correspondent à 10 unités,  
donc 1 pas correspond à 2 unités.

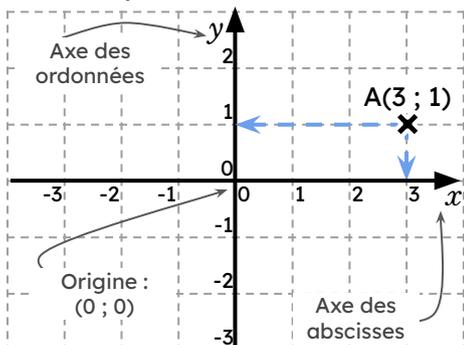
B est le point d'abscisse 46 :  
on note B (46).

119 Se repérer dans le plan

Un repère, c'est deux droites graduées qui se coupent à l'origine.

Chaque point est repéré par deux coordonnées (x ; y) : une **abscisse** x (axe horizontal) et une **ordonnée** y (axe vertical).

Pour le point A, on note : A (3 ; 1)

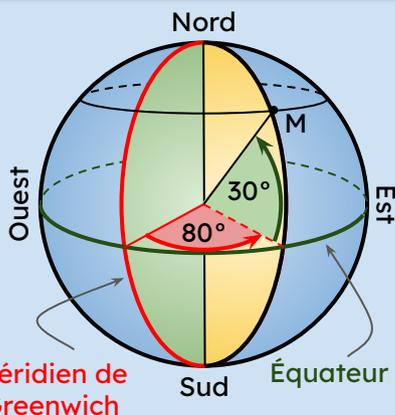


Se repérer sur une sphère 120

On a besoin de deux coordonnées : la **latitude** et la **longitude**. On assimile la Terre à une sphère.

- La latitude est comprise entre 0° et 90° Nord ou Sud.  
Exemple : M a pour latitude 30°N.
- La longitude est comprise entre 0° et 180° Est ou Ouest.  
Exemple : M a pour longitude 80°E.

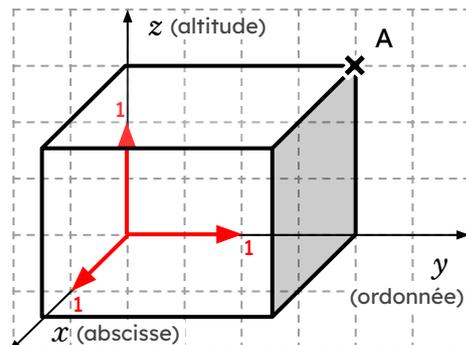
M a pour coordonnées (30°N ; 80°E)



Se repérer sur un pavé droit 121

Tout point sur un pavé droit est repéré par une abscisse, une ordonnée et une altitude (ou une cote).

Pour le point A, on note : A (0 ; 2 ; 1,5).



**122** Séquence d'instructions

événement

1 bloc = 1 instruction

motif répétitif

120°

**Boucle 123**

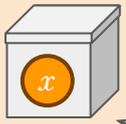
permet de répéter un motif d'instructions afin de raccourcir une séquence d'instructions.

**Programme de calcul 124**

Calcul littéral

Je choisis  $a$  !

- réponse  $\leftarrow a$
- $x \leftarrow a$
- $x \leftarrow a - 3$
- $x \leftarrow 2 \times (a - 3)$
- Dire  $2(a - 3)$



**Variable**  
"Boîte" avec l'étiquette  $x$  collée dessus dans laquelle on peut stocker une valeur.

**125** Instruction conditionnelle

On met dans la variable "s" un nombre pris au hasard entre 1 et 10.

Instruction Conditionnelle

Si <condition>  
Alors action1  
Sinon action2

La <condition> est...

- soit vraie
- soit fausse

c'est l'un ou l'autre !

Après avoir stocké une valeur dans la variable  $s$ , ce programme demande à l'utilisateur de saisir un nombre et lui répond "Bravo !" si ce nombre est égal à  $s$ , et répond "Raté !" sinon. Il recommence ainsi 10 fois de suite...

**126** Bloc personnalisé

Quand la touche **espace** est pressée  
 aller à x: **0** y: **0**  
 effacer tout  
 mettre longueur à **100**  
 polygone à **4** côtés <sup>1</sup>  
 ajouter longueur à y <sup>2</sup>  
 polygone à **3** côtés <sup>3</sup>

définir polygone à **n** côtés  
 stylo en position...  
 répéter **n** fois  
 avancer de longueur pas  
 tourner de **360 / n** degrés  
 relever le stylo

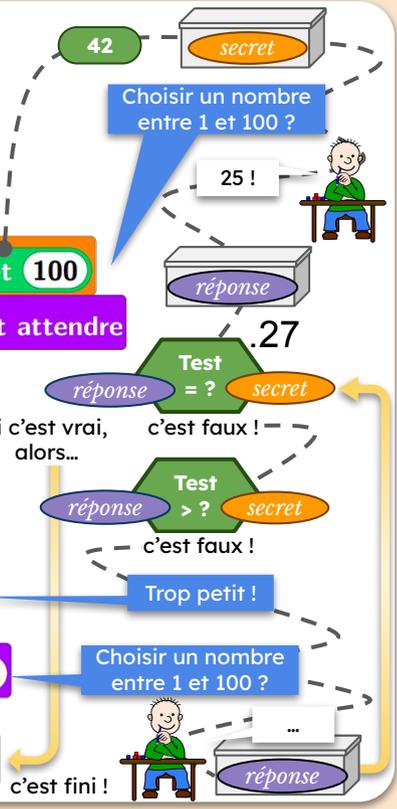
The diagram shows a house shape with a bug on its roof. The house is composed of three parts: a square base (1 side), a triangle roof (3 sides), and a square chimney (4 sides). The bug is on the roof, and the number 3 is next to it, indicating the number of sides of the roof.

Le bloc personnalisé “polygone à  $n$  côtés” appelle une séquence d’instructions à tout moment. On fixe la valeur de  $n$  au moment où on l’appelle.

**127** Petite application

Dans ce programme, la machine choisit un nombre au hasard entre 1 et 100. Elle demande ensuite au joueur de le trouver et le guide en lui répondant “trop grand” ou “trop petit” jusqu’à la bonne réponse.

quand **le drapeau** est cliqué  
 mettre secret à **nombre aléatoire entre 1 et 100**  
 demander **Choisir un nombre entre 1 et 100 ?** et attendre  
 répéter jusqu’à ce que **réponse = secret**  
 si **réponse > secret** alors  
 dire **Trop grand !** pendant **2** secondes  
 sinon  
 dire **Trop petit !** pendant **2** secondes  
 demander **Choisir un nombre entre 1 et 100 ?**  
 dire **Bravo, tu as trouvé !** pendant **2** secondes



## Index

### A

Abscisse (117)  
Adjacent (99)  
Affine (fonction) (62)  
Agrandissement (84)  
Angles (calculer) (9, 107, 108)  
Aire (80, 81)  
Altitude (121)  
Antécédent (58, 59, 61)  
Arbre de probabilité (77)  
Arithmétique (27 à 33)  
Arrondir (105)  
Augmenter d'un pourcentage (55, 63)

### B

Bloc (122)  
Boucle (123)  
Boule (86)

### C

Calculatrice (01 à 10)  
Calcul littéral (40 à 48)  
Circonférence (78)  
Coef de proportionnalité (50)  
Coefficient directeur (62)  
Comparer des décimaux (16)  
Comparer des relatifs (17)  
Comparer des fractions (34)  
Conversions (tableau de) (79, 81, 87)  
Conversions (vit., durée) (91, 92)  
Coordonnées (d'un point) (119, 120, 121)  
Cône (86, 103)  
Côte (121)  
Cosinus (9, 99, 105, 108)  
Crible d'Ératosthène (33)  
Critères de divisibilité (32)  
Cylindre (86, 102)

### D

Débit (89)  
Décimaux (11 à 16)  
Décomposer en produit de facteurs premiers (4, 30)  
Dénominateur (34)  
Densité (89)  
Développer (43)  
Diagramme circulaire (70)  
Diagramme en bâtons (70)  
Distributivité (43, 47)  
Divisibilité (28, 32)  
Division euclidienne (5, 27)

### E

Échelle (52)  
Effectif (65)  
Équation (46)  
Équation produit (48)  
Équilatéral (93)  
Équiprobable (72)  
Ératosthène (crible d') (33)  
Étendue (68)  
Événement (74, 75, 76)  
Expérience aléatoire (72)  
Expression littérale (40)

### F

Factoriser (45)  
Fonction (57 à 61)  
Fraction (34 à 39)  
Fraction irréductible (31)  
Fréquence (65)

### G

Grandeurs (88, 89, 90)  
Graphique (56, 58, 62, 70)

### H

Hectare (ha) (88)  
Homologues (97)  
Homothétie (116)  
Hypoténuse (98)

### I

Identités remarquables (47)  
Image (58, 59, 60, 111 à 116)  
Inégalité triangulaire (94)  
Instruction (122, 125)  
Isocèle (93)  
Issue (72, 73)

### L

Latitude (120)  
Linéaire (fonction) (59, 62)  
Linéarité (50)  
Longitude (120)  
Longueur (calculer) (104, 105, 106)

### M

Médiane (statistique) (69)  
Moyenne simple (66)  
Moyenne pondérée (67)  
Multiplier par 10, 100, 1 000 (12)

### N

Nombre premier (29)  
Notion de fonction (57)  
Notation scientifique (6, 25)  
Numérateur (34)

### O

Opposé (côté) (99)  
Ordonnée (119, 121)  
Ordonnée à l'origine (62)

### P

Papillon (configuration) (106)  
Parallélogramme (96)  
Passage à l'unité (50)  
Pavé droit (85, 86, 101)  
Périmètre (78)  
Pourcentage (53 à 55)  
Préfixes multiplicatifs (22)  
Premier (nombre) (29)  
Priorités opératoires (14)  
Prismes droits (85, 86)  
Probabilité (72 à 77)  
Produit (14, 20)  
Programme (122 à 127)  
Proportion (53)  
Proportionnalité (49, 50, 62 à 64)  
Puissances (14, 24, 25)  
Pyramide (86, 103)  
Pythagore (98, 104, 109)

### Q

Quatrième proportionnelle (50)  
Quotient (27)

### R

Racine carrée (23, 26, 104)  
Ratio (51)  
Réciproque (109, 110)  
Réduire (42)  
Règle des 180° (107)  
Relatif (nombre) (18 à 21)  
Repérage (droite, plan, espace) (117 à 121)  
Représentation graphique (56)  
Résoudre une équation (46, 48)  
Rotation (113)

### S

Sections (101 à 103)  
Série statistique (65 à 70)  
Sinus (9, 99, 105, 108)  
Simplifier une fraction (8)  
Solides (86)  
Somme (18, 19)  
Sphère (86, 120)  
Symétrie (axiale) (111)  
Symétrie (centrale) (112)

### T

Tableur (71)  
Tangente (9, 99, 105, 108)  
Thalès (100, 106, 110)  
Théorème (98, 100)  
Translation (114, 115)  
Triangles (construction) (95)  
Triangles semblables (97)  
Trigonométrie (99, 105, 108)

### V

Variable (124, 125)  
Vitesse (89, 91)  
Volume (d'un solide) (85 à 87)

