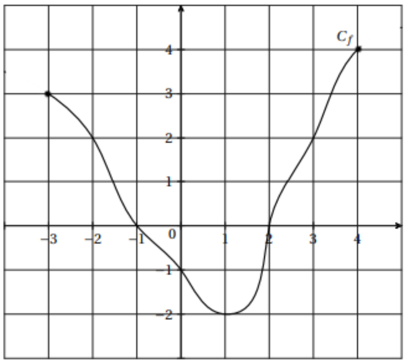
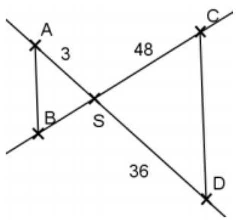
DS 2 – 23 NOVEMBRE 2018

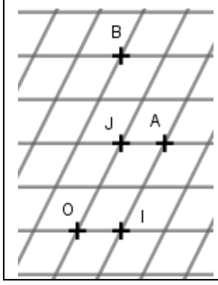
Durée : 1h 50 min **Avec Calculatrice**

NOM : **Prénom :**

<u>Exercice 1</u> - 6 points - (sur le poly)

Compléter, pour chaque ligne du tableau, la deuxième colonne par votre réponse appropriée.
(Aucune justification n'est demandée, utilisez un brouillon pour indiquer **que** la réponse)

<table>
<tr><th colspan="2">Question</th><th>Votre réponse</th></tr>
<tr><td colspan="2">Résoudre l'équation : $(x-2)+(x+3)=0$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Sur le graphique suivant est représentée une fonction f.
</td><td>L'ensemble de définition de la fonction f est :</td><td>$[-3\,;4]$</td></tr>
<tr><td>L'image de -1 par f est :</td><td>0</td></tr>
<tr><td>$f(-3)\ =$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Le(s) antécédent(s) de 2 par f :</td><td>-2 et 3</td></tr>
<tr><td>Dresser le tableau de variations de la fonction f</td><td>$$\begin{array}{|c|ccccc|}\hline x & -3 & & 1 & & 4 \\ \hline f(x) & 3 & \searrow & -2 & \nearrow & 4 \\ \hline \end{array}$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">On considère la fonction g définie par $g(x)=5-3x^2$.
L'image de -2 est :</td><td>-7</td></tr>
<tr><td colspan="2">Le(s) antécédent(s) éventuel(s) de 10 par la fonction h définie par $h(x)=x^2$ est (sont) :</td><td>$\sqrt{10}$ et $-\sqrt{10}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">On considère la figure ci-contre tel que (AB) et (CD) sont parallèles

La longueur BC vaut :</td><td>52</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">On considère la figure ci-contre.
dans le repère $(O;I;J)$, les coordonnées de A sont

dans le repère $(I;O;J)$, les coordonnées de B sont</td><td>A(1 ;1)</td></tr>
<tr><td>B(0 ;2)</td></tr>
</table>

Exercice 2 **- 8 points -** **(sur une copie)**

On pose : $A = (4x+3)(2x-7)-(2x-7)^2$ **.**

1. Développer et réduire A.

On a : $A = (4x+3)(2x-7)-(2x-7)^2$
$A = 8x^2-28x+6x-21-(4x^2-28x+49)$
$A = 8x^2-22x-21-4x^2+28x-49$
$A = 4x^2+6x-70$

2. Factoriser A.

On a : $A = (4x+3)(2x-7)-(2x-7)^2$
$A = (2x-7)[(4x+3)-(2x-7)]$
$A = (2x-7)(4x+3-2x+7)$
$A = (2x-7)(2x+10)$

3. Calculer A pour $x = 2$, pour $x = -5$ puis pour $x = 1+\sqrt{2}$

pour $x = 2$

$A = 4\times 2^2+6\times 2-70$
$A = 4\times 4+12-70$
$A = 16+12-70$
$A = 28-70$
$A = -42$

pour $x = -5$

$A = (2\times(-5)-7)(2\times(-5)+10)$
$A = (-10-7)(-10+10)$
$A = (-17)\times 0$
$A = 0$

pour $x = 1+\sqrt{2}$

$A = 4\times\left(1+\sqrt{2}\right)^2+6\times(1+\sqrt{2})-70$
$A = 4\times\left(1+2\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2\right)+6\times(1+\sqrt{2})-70$
$A = 4\times\left(1+2\sqrt{2}+2\right)+6\times(1+\sqrt{2})-70$
$A = 4\times\left(3+2\sqrt{2}\right)+6\times(1+\sqrt{2})-70$
$A = 12+8\sqrt{2}+6+6\sqrt{2}-70$
$A = 18+14\sqrt{2}-70$
$A = -52+14\sqrt{2}$

4. Résoudre l'équation $A = 0$.

On a : $A = (2x-7)(2x+10)$

Alors	soit	$2x-7=0$	soit	$2x+10=0$
		$2x=7$	soit	$2x=-10$
		$x=\frac{7}{2}$	soit	$x=-\frac{10}{2}=-5$

Donc $\frac{7}{2}$ et -5 sont solutions de l'équation $A=0$

$S=\left\{-5;\frac{7}{2}\right\}$

<u>Exercice 3</u> **- 5 points -** **(sur une copie)**

On donne ci-contre le tableau de variation d'une fonction f :

x	-5		-2		3		7
$f(x)$	2	↘	-2	↗	4	↘	-1

1. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. On justifiera la réponse.

a) f est croissante sur l'intervalle $[-2;\ 4]$.

L'affirmation est fausse.
D'après le tableau de variation, f est strictement croissante sur l'intervalle $[-2;\ 3]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[3;\ 4]$.

b) $f(0) \leq\ 4$

L'affirmation est vraie.
4 est le maximum de f sur $[-5;\ 7]$.

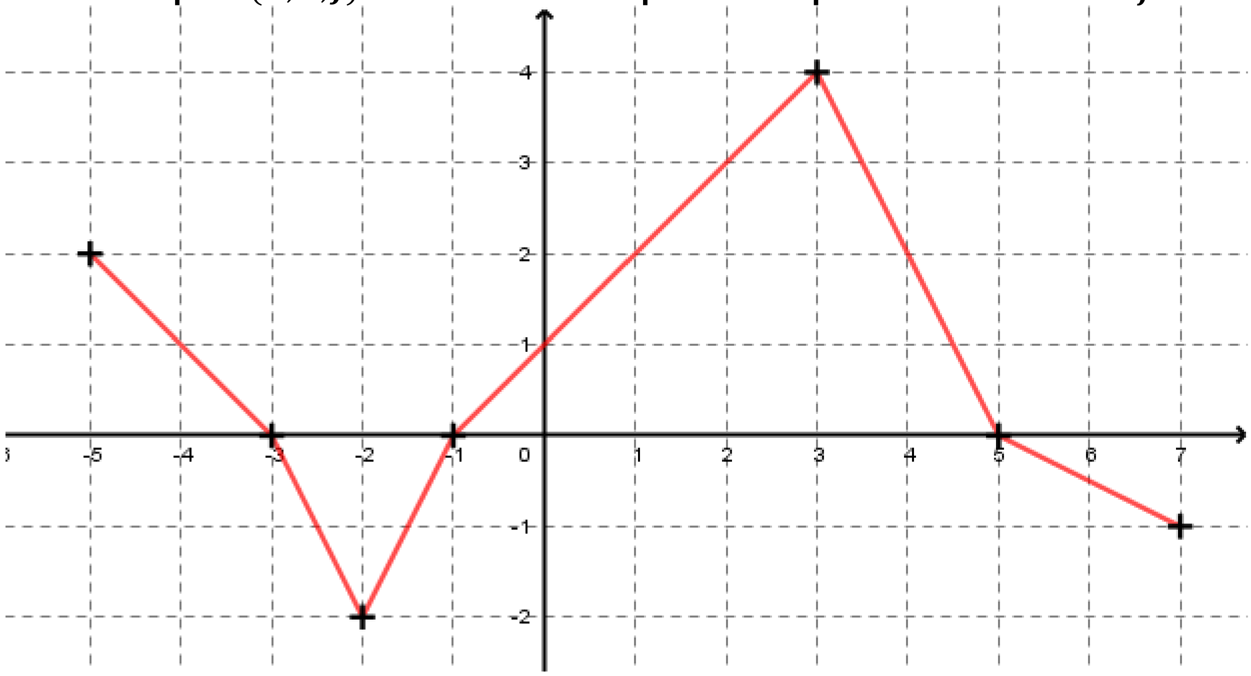
c) $f(4)\ >\ f(5)$

L'affirmation est vraie.
f est strictement décroissante sur l'intervalle $[3;\ 7]$.
On a $3 \leq 4 < 5 \leq 7$ donc $f(4)\ >\ f(5)$.

d) Le maximum de f est 7

L'affirmation est fausse.
Le maximum de f est 4.

2. On précise de plus que 0 a pour antécédents : -3, -1 et 5.
Tracer, dans un repère $(O;\ I, J)$ une courbe susceptible de représenter la fonction f.



Exercice 4 - 5 points - (sur le poly)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-2;\ 1]$ par $f(x) = x^3 + 2\,x^2 - x + 3$.

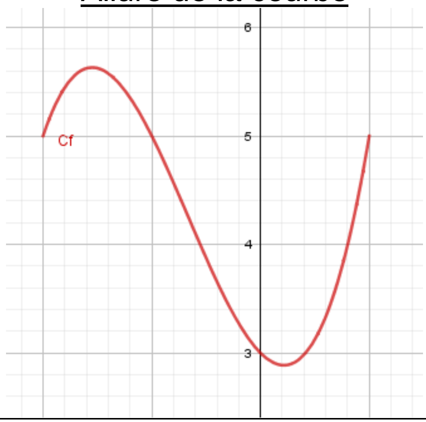
1) Compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeurs suivant (résultat arrondi à $0{,}01$ près) :

x	-2	$-1{,}8$	$-1{,}6$	$-1{,}4$	$-1{,}2$	-1	$-0{,}8$	$-0{,}6$	$-0{,}4$	$-0{,}2$	0	$0{,}2$	$0{,}4$	$0{,}6$	$0{,}8$	1
$f(x)$	5	5,45	5,62	5,58	5,35	5	4,57	4,10	3,66	3,27	3	2,89	2,98	3,34	3,99	5

2) A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de variations suivant :

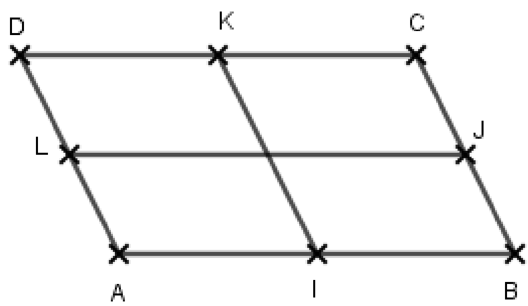
x	-2		$-1,6$		$0,2$		1
$f(x)$	5	$\nearrow$	$5,62$	$\searrow$	$2,89$	$\nearrow$	5

3) En déduire quelle fenêtre choisir sur la calculatrice pour obtenir la courbe représentative de f et donner l'allure du tracé obtenu sur la calculatrice

Fenêtre	Allure de la courbe
Xmin : -2 Xmax : 1 Ymin :2,88 ou 2 ou 0 Ymax :5,62 ou 6	

Exercice 5 - 3 points - (sur le poly)

Soit $ABCD$ un parallélogramme. I, J, K et L sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.



$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{LK} = \overrightarrow{AJ}$

$\overrightarrow{AL} + \overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{AI}$

$\overrightarrow{LJ} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{JD}$

$\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{DL} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{JC}$

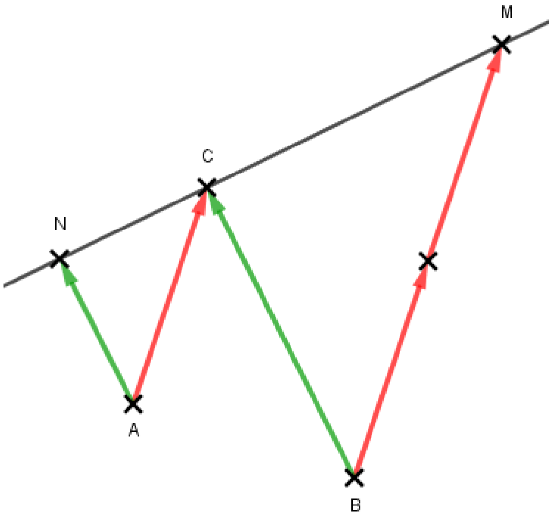
$\overrightarrow{JK} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{CD}$

Exercice 6 **- 2 points -** **(sur le poly)**

ABC est un triangle.

1. Placer les points M et N définis par

$$\boldsymbol{\overrightarrow{BM} = 2\,\overrightarrow{AC}} \quad \textbf{et} \quad \boldsymbol{\overrightarrow{AN} = \tfrac{1}{2}\,\overrightarrow{BC}} \text{ .}$$



Pour info…

2. Les points C, M et N sont-ils alignés ?

D'après la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} + 2\,\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{BC}$$

$$= \frac{1}{2}\,\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$$

$$= -\frac{1}{2}\,\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}$$

D'où $\overrightarrow{CM} = -2\,\overrightarrow{CN}$

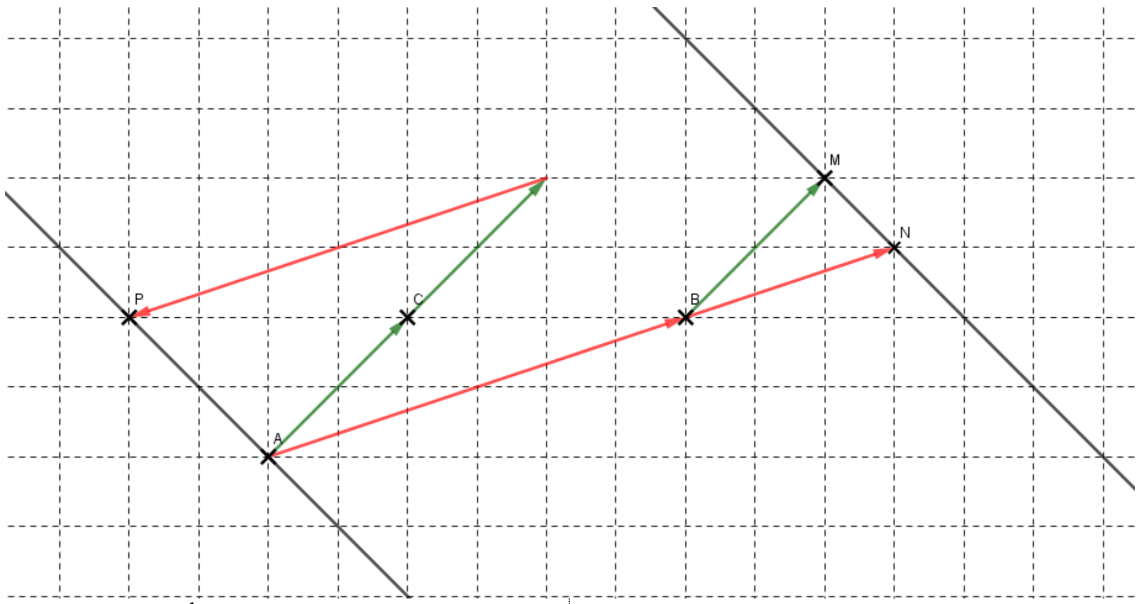
Alors les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CN}$ sont colinéaires

Donc les points C, M et N sont alignés.

Exercice 7 **- 5 points + 2 BONUS -** **(sur une copie)**

1. Sur le dessin ci-dessous, placer les points $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{N}$ et $\boldsymbol{P}$ tels que

$$\boldsymbol{\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}} \quad , \quad \boldsymbol{\overrightarrow{AN} = \tfrac{3}{2}\,\overrightarrow{AB}} \quad \textbf{et} \quad \boldsymbol{\overrightarrow{AP} = 2\,\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}}$$



2. Montrer que $\boldsymbol{\overrightarrow{MN} = \tfrac{1}{2}\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}}$.

On a $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$

$$= -\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}$$

$$= -\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) + \frac{3}{2}\,\overrightarrow{AB}$$

$$= -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\,\overrightarrow{AB}$$

$$= \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

On obtient bien $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

3. Montrer que les droites $(\boldsymbol{MN})$ et $(\boldsymbol{AP})$ sont parallèles.

On a $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AP} = 2\,\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AC}$$

D'où $\overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\,\overrightarrow{MN}$

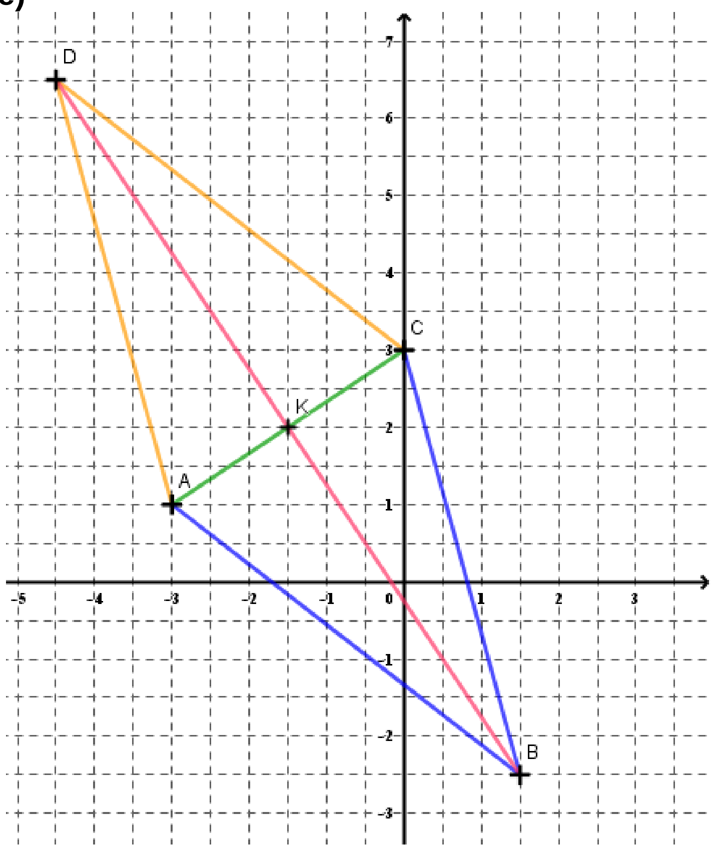
Alors les vecteurs $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires

Donc les droites (MN) et (AP) sont parallèles.

<u>Exercice 8</u> - 5 points - **(sur une copie)**

Soit $(O\ ;\ I\ ;\ J)$ est un repère orthonormal.

On donne les points A, B et C tels que : $A(-\ 3\ ;\ 1)$, $B(1,5;-2,5)$ et $C(0\ ;\ 3)$.



1. Placer les points dans le repère ci contre.

2. Calculer les coordonnées du milieu K de $[AC]$. Placer K dans le repère.

<u>On sait que</u> K est le milieu de $[AC]$

avec $A(-\ 3\ ;\ 1)$ et $C(0\ ;\ 3)$

<u>Alors</u> $x_K = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{-3+0}{2} = -1{,}5$

$y_K = \frac{y_A+y_C}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

<u>Donc</u> $K(-1{,}5\ ;\ 2)$

3. Le point D est tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme. Placer D sur la figure.

4. Déterminer les coordonnées de D par le calcul (On pourra poser $D(x\ ;\ y)$)

<u>On pose</u> $D(x\ ;y)$.

<u>On sait que</u> le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme

<u>Donc</u> ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu : le point K.

<u>On obtient alors</u> les équations suivantes en écrivant les coordonnées du milieu de $[BD]$

$$x_K = \frac{x_B + x_D}{2}$$
$$-1{,}5 = \frac{1{,}5 + x}{2}$$
$$-1{,}5 \times 2 = 1{,}5 + x$$
$$-3 - 1{,}5 = x$$
$$-4{,}5 = x$$

$$y_K = \frac{y_B + y_D}{2}$$
$$2 = \frac{-2{,}5 + y}{2}$$
$$2 \times 2 = -2{,}5 + y$$
$$4 + 2{,}5 = y$$
$$6{,}5 = y$$

<u>Donc</u> $D(-4{,}5\ ;6{,}5)$

5. On sait que $BC = \sqrt{32,5}$. Calculer AB puis montrer que $ABCD$ un losange.

• <u>Calcul de AB :</u> $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$= \sqrt{(1{,}5 - (-3))^2 + (-2{,}5 - 1)^2}$

$= \sqrt{(1{,}5 + 3)^2 + (-3{,}5)^2}$

$= \sqrt{(4{,}5)^2 + (-3{,}5)^2}$

$= \sqrt{20{,}25 + 12{,}25}$

$= \sqrt{32{,}5}$

• <u>On sait que :</u> - $ABCD$ est un parallélogramme

- $AB = BC = \sqrt{32{,}5}$

<u>Or</u> si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.

<u>Donc</u> $ABCD$ est un losange