EXERCICES : VECTEURS

Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes en utilisant la relation de Chasles :

1) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CB}$ = ……………………………………………………………………………

2) $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$ = ……………………………………………………………………

3) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}$ = ……………………………………………………………………

4) $\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}$ = …………………………………………………………………………

5) $2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CA}$ = …………………………………………………………………………

Exercice 2

Développer et simplifier les expressions suivantes :

1) $\vec{u}-2(\vec{u}+\vec{v})-\dfrac{1}{3}\vec{v}$ = …………………………………………………………………………

2) $-\dfrac{2}{5}\vec{u}+\vec{u}-\dfrac{1}{4}(\vec{u}-\vec{v})$ = ……………………………………………………………………………

3) $\dfrac{1}{2}(\vec{u}-\vec{v})-\dfrac{1}{3}(\vec{u}+\vec{v})$ = …………………………………………………………………………

Exercice 3

Soit ABC un triangle. On considère les points D et E tels que $\overrightarrow{AD}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

Montrer que $\overrightarrow{AE}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

Que peut-on en conclure sur les points A, E et C ?

Exercice 4

Soient ABCD est un parallélogramme et les points F, I et E définis par : $\overrightarrow{AF}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, I milieu de [BC],

E symétrique de I par rapport à B.

1) Faire une figure.

2) Exprimer $\overrightarrow{CE}$ en fonction de $\overrightarrow{CB}$. (Justifier)

3) Exprimer $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{DF}$ en fonction de $\overrightarrow{CB}$ et de $\overrightarrow{AB}$.

4) En déduire que les points E, F et D sont alignés.

Exercice 5

Soient *A* et *B* deux points distants de 1,5 cm.

1) Construire le point *C* tel que $\overrightarrow{BC}=\dfrac{5}{2}\overrightarrow{AB}$.

2) Construire le point *D* tel que $\overrightarrow{AD}=-\dfrac{4}{3}\overrightarrow{AB}$

3) Démontrer la relation de colinéarité entre les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$.

4) En déduire la longueur du vecteur *CD* en cm.

Exercice 1

1) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CB}=\vec{0}$

2) $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$

3) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AB}$

4) $\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CB}$

5) $2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CA}=3\overrightarrow{AB}$

Exercice 2

1) $\vec{u}-2(\vec{u}+\vec{v})-\frac{1}{3}\vec{v}=-\vec{u}-\frac{7}{3}\vec{v}$

2) $-\frac{2}{5}\vec{u}+\vec{u}-\frac{1}{4}(\vec{u}-\vec{v})=\frac{7}{20}\vec{u}+\frac{1}{4}\vec{v}$

3) $\frac{1}{2}(\vec{u}-\vec{v})-\frac{1}{3}(\vec{u}+\vec{v})=\frac{1}{6}\vec{u}-\frac{5}{6}\vec{v}$

Exercice 3

Soit ABC un triangle. On considère les points D et E tels que $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ **et** $\overrightarrow{DE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}$$

$$\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})+\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires

Donc **les points A, E et C sont alignés**

Exercice 4

Soient ABCD est un parallélogramme et les points F, I et E définis par : $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$**, I milieu de [BC], E symétrique de I par rapport à B.**

1) Faire une figure.

2) Exprimer $\overrightarrow{CE}$ en fonction de $\overrightarrow{CB}$. (Justifier)

On sait que le point I est le milieu du segment [BC] Alors $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{IB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

On sait que le point E est le symétrique du point I par rapport au point B càd B est le milieu de [EI]

Alors $\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{BE}$

$$\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}=(1+\frac{1}{2})\overrightarrow{CB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$$

Donc $\overrightarrow{CE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$

3) Exprimer $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{DF}$ en fonction de $\overrightarrow{CB}$ et de $\overrightarrow{AB}$.

- $\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AF}$

  Or ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CD}$

  et d'après l'énoncé $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

  D'où $\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{CB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

- $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CE}$

  Or ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$

  et d'après la question précédente $\overrightarrow{CE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$

  D'où $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

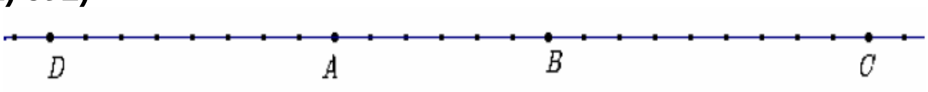
4) En déduire que les points E, F et D sont alignés.

D'après la question précédente, on remarque que : $\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{CB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}(\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AB})=\frac{2}{3}\overrightarrow{DE}$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont colinéaires

D'où les points E, F et D sont alignés.

Exercice 5 **1) et 2)**



3)

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{CD} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{CD} = \left(-\frac{5}{2} - 1 - \frac{4}{3}\right)\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{CD} = -\frac{29}{6}\overrightarrow{AB}$$

4) On sait que $\overrightarrow{CD} = -\frac{29}{6}\overrightarrow{AB}$,

D'où la longueur du vecteur $\overrightarrow{CD}$ est $\frac{29}{6}$ plus grande que celle du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Donc $CD = \frac{29}{6}AB = \frac{29}{6}\times 1,5 = \frac{29}{6}\times\frac{3}{2} = \frac{29}{4} = 7,25$ **/!\ une longueur est toujours positive !**

D'où **CD = 7,25 cm**