APS - INEQUATIONS

Exercice 1 Inéquation du 1er degré
Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$. On donnera la réponse sous forme d'intervalle.

1) $2x - 3 > 2 + 4x$

2) $3(3x - 1) - 4(x - 3) > x + 3$

3) $\frac{x}{2} + \frac{x + 3}{4} - 5x < 5$

4) $\frac{x + 7}{9} - \frac{3x - 2}{2} < \frac{-x + 4}{18} - 1$

5) $(x + 1)(x + 7) + 2\,6\,(x - 5)(x + 1)$

6) $2(2x - 7) + 2(-3x + 4) < -2x + 6$

Exercice 2 Inéquations produit et quotient
Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$ à l'aide d'un tableau de signes

1) $(2x - 5)(3 - 2x) > 0$

2) $3(x - 1) + 2(-1 + 2x)(x - 1) > 0$

3) $(3 - x)(2 + x)(1 - x) < 0$

4) $\frac{-5 + x}{x - 2} > 0$

5) $\frac{7x - 2}{3x + 1} > 3$

Exercice 3 Vrai-Faux
Dites si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. On justifiera chaque réponse.

1) Si $(2 - 3x)(2x^2 + 3) \leq 0$ alors $S =]-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [\frac{2}{3} ; +\infty[$

2) Si $x^2 < 4$ alors $S =]-\infty; 2[$

3) Si $(4x - 3)^2 \leq 0$ alors l'inéquation n'a pas de solution

4) Si $-2(x + 5)(2x - 7) < 0$ alors $(x + 5)(2x - 7) > 0$

APS - INEQUATIONS

Exercice 1 Inéquation du 1er degré

1) On a :
$$2x - 3 \geqslant 2 + 4x$$
$$2x - 4x \geqslant 3 + 2$$
$$-2x \geqslant 5$$
$$x \leqslant -\frac{5}{2} \qquad S = \left]-\infty; -\frac{5}{2}\right]$$

2) On a :
$$3(3x-1) - 4(x-3) > x + 3$$
$$9x - 3 - 4x + 12 > x + 3$$
$$9x - 4x - x > 3 - 12 + 3$$
$$4x > -6$$
$$x > -\frac{3}{2} \qquad S = \left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$$

3) On a :
$$\frac{x}{2} + \frac{x+3}{4} - 5x < 5$$
$$(\times 4) \qquad 2x + x + 3 - 20x < 20$$
$$2x + x - 20x < 20 - 3$$
$$-17x < 17$$
$$x > -1 \qquad S =]-1; +\infty[$$

4) On a :
$$\frac{x+7}{9} - \frac{3x-2}{2} < \frac{-x+4}{18} - 1$$
$$(\times 18) \qquad 2x + 14 - 27x + 18 < -x + 4 - 18$$
$$2x - 27x + x < -14 - 18 + 4 - 18$$
$$-24x < -46$$
$$x > \frac{23}{12} \qquad S = \left]\frac{23}{12}; +\infty\right[$$

5) On a :
$$(x+1)(x+7) + 2 \leqslant (x-5)(x+1)$$
$$x^2 + 7x + x + 7 + 2 \leqslant x^2 + x - 5x - 5$$
$$7x + x - x + 5x \leqslant -7 - 2 - 5$$
$$12x \leqslant -14$$
$$x \leqslant -\frac{7}{6} \qquad S = \left]-\infty; -\frac{7}{6}\right]$$

6) On a :
$$2(2x-7) + 2(-3x+4) < -2x + 6$$
$$4x - 14 - 6x + 8 < -2x + 6$$
$$4x - 6x + 2x < 14 - 8 + 6$$
$$0x < 12 \quad \text{toujours vrai} \qquad S = \mathbb{R}$$

<u>Exercice 2</u> Inéquations produit et quotient

1) $(2x-5)(3-2x) > 0$

Valeurs frontières $2x-5=0$ et $3-2x=0$

$x=\frac{5}{2}$ $\qquad$ $x=\frac{3}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$3-2x$		$+$	0	$-$		$-$	
$(2x-5)(3-2x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$S=\left]\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right[$$

2) $3(x-1)+2(-1+2x)(x-1) \geqslant 0$ on factorise

$$(x-1)[3+2(-1+2x)] \geqslant 0$$
$$(x-1)(3-2+4x) \geqslant 0$$
$$(x-1)(4x+1) \geqslant 0$$

Valeurs frontières $x-1=0$ et $4x+1=0$

$x=1$ $\qquad$ $x=-\frac{1}{4}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$4x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-1)(4x+1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$S=\left]-\infty;-\frac{1}{4}\right]\cup[1;+\infty[$$

3) $(3-x)(2+x)(1-x) < 0$

Valeurs frontières $3-x=0$, $2+x=0$, $1-x=0$

$x=3$ $\qquad$ $x=-2$ $\qquad$ $x=1$

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$3-x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$2+x$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$(3-x)(2+x)(1-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$$S=]-\infty;-2[\cup]1;3[$$

4) $\dfrac{-5+x}{x-2} \geqslant 0$ ensemble de définition $D_f=\mathbb{R}-\{2\}$

Valeurs frontières $-5+x=0$ et $x-2=0$

$x=5$ $\qquad$ $x=2$

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$-5+x$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-2$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{-5+x}{x-2}$		$+$		$-$	0	$+$	

$$S=]-\infty;2[\cup[5;+\infty[$$

5) $\dfrac{7x-2}{3x+1} \geqslant 3$ ensemble de définition $D_f = \left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$

On annule le second membre

$$\frac{7x-2}{3x+1} - 3 \geqslant 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{7x-2-9x-3}{x-1} \geqslant 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-2x-5}{3x+1} \geqslant 0$$

Valeurs frontières $-2x-5=0$ et $3x+1=0$

$x = -\dfrac{5}{2}$ $\qquad$ $x = -\dfrac{1}{3}$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		$-\frac{1}{3}$		$+\infty$
$-2x-5$		$+$	0	$-$	|	$-$	
$3x+1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$\dfrac{-2x-5)}{3x1}$		$-$	0	$+$	||	$-$	

$S = \left[-\dfrac{5}{2}; -\dfrac{1}{3}\right[$

Exercice 3 Vrai-Faux

1) **Faux :** On a $\forall x \in \mathbb{R},\ 2x^2+3 \geqslant 3 > 0$

On peut donc diviser par $2x^2+3$, on a alors :

$$(2-3x)(2x^2+3) \leqslant 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2-3x \leqslant 0 \quad \Leftrightarrow \quad -3x \leqslant -2 \quad \Leftrightarrow \quad x \geqslant \frac{2}{3}$$

On trouve alors comme solution : $S = \left[\dfrac{2}{3}; +\infty\right[$

2) **Faux :** La fonction carrée n'est pas croissante sur $\mathbb{R}$. On doit annuler le second membre puis factoriser :

$$x^2 \leqslant 4 \quad \Leftrightarrow \quad x^2-4 \leqslant 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x-2)(x+2) \leqslant 0$$

Valeurs frontières $x-2=0$ et $x+2=0$

$x = 2$ $\qquad$ $x=-2$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$(x-2)(x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S = [-2; 2]$

3) **Faux :** Un carré peut être nul.

La solution alors vérifie : $4x-3=0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{3}{4}$ soit $S = \left\{\dfrac{3}{4}\right\}$

4) **Vrai :** Car on divise ici l'inéquation par (-2), on doit donc changer l'inégalité.