

DS 1 – 25 SEPTEMBRE 2015

Durée : 2h

SANS Calculatrice

NOM : _____ **Prénom :** _____

La notation tiendra compte de la présentation, ainsi que de la précision de la rédaction et de l'argumentation. Aucun prêt n'est autorisé entre les élèves.

Bilan	Ex 1	Ex 2	Ex 3	Ex 4	Ex 5	Ex 6	Ex 7
/ 30	/ 3	/ 4	/ 3	/ 3	/ 5	/ 6	/ 6

	Acquis	+ ou -	Non acquis	Non fait
Lecture d'un algorithme				
Ensemble de nombres				
Calculs avec des fractions				
Calculs avec des radicaux				
Résolution d'inéquations				
Développer				
Factoriser				
Résolution d'équations produit				
Rédiger une démonstration				

Exercice 1 - 3 points - (sur le poly)

```

VARIABLES
├ A EST_DU_TYPE NOMBRE
├ B EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
├ A PREND_LA_VALEUR 2
├ B PREND_LA_VALEUR -4
├ A PREND_LA_VALEUR A+B
├ B PREND_LA_VALEUR A*B
├ AFFICHER "La nouvelle valeur de B est : "
├ AFFICHER B
FIN_ALGORITHME
    
```

En indiquant les étapes intermédiaires, quel est le résultat de cet algorithme ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Cocher quand cela est possible :

	$\frac{12}{20}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{32}}$	-5	$-\sqrt{2}$
N					
Z					
D					
Q					
R					

Exercice 2 - 4 points - (sur la copie)

1. Montrer que $A = \frac{5 + \frac{1}{2}}{3 + \frac{1}{5}}$ est un décimal.

2. Montrer que $B = (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 - (\sqrt{10} - 1)^2$ est un entier.

Exercice 3 - 3 points - (sur la copie)

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous forme d'un intervalle.

a) $4x - 2 \geq 2x - 1$

b) $2(x - 3) < x - 5$

Exercice 4 - 3 points - (sur la copie)

Résoudre les équations suivantes : a) $4 - \frac{2x + 1}{3} = \frac{5x}{6} + \frac{1}{2}$ b) $(4x - 12)(33x - 27) = 0$

Exercice 5 - 5 points - (sur la copie)

On considère $A = (3x - 2)^2 - 16^2$.

- Développer et réduire A .
- Factoriser A .
- En utilisant la forme appropriée pour A , résoudre l'équation $A = 0$.

Exercice 6 - 6 points - (sur la copie)

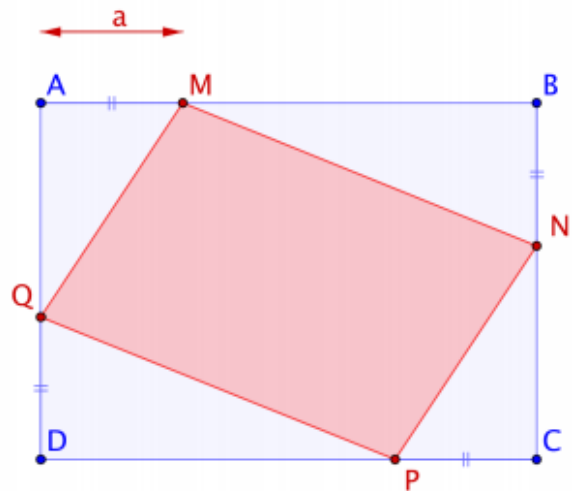
Soit ABCD un rectangle tel que $AB = 7$ cm
et $BC = 5$ cm.

Le point M appartenant à $[AB]$ est défini par $AM = a$
($0 < a < 5$).

On place de même les points N, P et Q tels que
 $AM = BN = CP = DQ$ (voir figure).

On veut calculer l'aire \mathcal{J} de la surface coloriée MNPQ.

N.B. : La question 3 peut être traitée indépendamment de la question 2 en admettant le résultat 2.(b) si nécessaire.



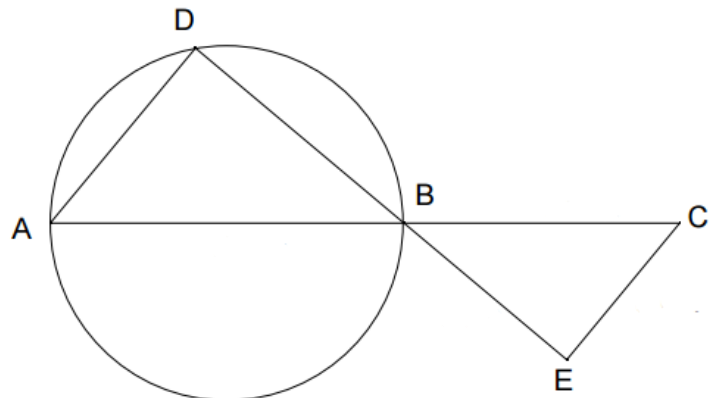
- Rappeler l'expression de l'aire d'un triangle TUV rectangle en V.
- (a) Déterminer, en justifiant le calcul, l'aire du triangle AMQ en fonction de a .
(b) Déterminer, sans justifier, les aires des triangles BMN, CNP et DPQ en fonction de a .
(c) En justifiant soigneusement, en déduire que $\mathcal{J} = 2a^2 - 12a + 35$.
- (a) Calculer \mathcal{J} pour $a = 1$.
(b) Déterminer a pour que l'aire \mathcal{J} soit égale à 35 cm^2 .

Exercice 7 - 6 points - (sur la copie)

On considère la figure ci-dessous qui n'est pas faite en vraie grandeur.

On sait que :

- les points A, B, C sont alignés.
- les points D, B, E sont alignés.
- $[AB]$ est un diamètre du cercle \mathcal{C} .
- le point D appartient au cercle \mathcal{C} .
- $AB = 15$ cm, $BC = 10$ cm, $BE = 8$ cm et $EC = 6$ cm



- Prouver que le triangle ABD est rectangle.
- Prouver que le triangle BCE est rectangle.
- Déduire des questions précédentes que les droites (AD) et (EC) sont parallèles.
- Calculer AD.

DS 1 – 25 SEPTEMBRE 2015

Durée : 2h

SANS Calculatrice

NOM : _____ **Prénom :** _____

La notation tiendra compte de la présentation, ainsi que de la précision de la rédaction et de l'argumentation. Aucun prêt n'est autorisé entre les élèves.

Bilan	Ex 1	Ex 2	Ex 3	Ex 4	Ex 5	Ex 6	Ex 7
/ 30	/ 3	/ 4	/ 3	/ 4	/ 4	/ 6	/ 6

	Acquis	+ ou -	Non acquis	Non fait
Lecture d'un algorithme				
Ensemble de nombres				
Calculs avec des fractions				
Calculs avec des radicaux				
Résolution d'inéquation				
Développer				
Factoriser				
Résolution d'équations produit				
Rédiger une démonstration				

Exercice 1 - 3 points -

```

VARIABLES
├─ A EST_DU_TYPE NOMBRE
├─ B EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
├─ A PREND_LA_VALEUR 2
├─ B PREND_LA_VALEUR -4
├─ A PREND_LA_VALEUR A+B
├─ B PREND_LA_VALEUR A*B
├─ AFFICHER "La nouvelle valeur de B est : "
├─ AFFICHER B
FIN_ALGORITHME
    
```

En indiquant les étapes intermédiaires, quel est le résultat de cet algorithme ?

..... A..... B.....
 2.....
 2..... -4.....
 -2..... -4.....
 -2..... 8.....

l'algorithme affiche : la nouvelle valeur de B est : 8

2. Cocher quand cela est possible :

	$\frac{12}{20}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{32}}$	-5	$-\sqrt{2}$
N					
Z				x	
D	x		x	x	
Q	x	x	x	x	
R	x	x	x	x	x

$$\frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{32}} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Exercice 2 - 4 points -

1. Montrer que $A = \frac{5 + \frac{1}{2}}{3 + \frac{1}{5}}$ est un décimal.

$$A = \frac{5 + \frac{1}{2}}{3 + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{10}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{15}{5} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{11}{2}}{\frac{22}{5}} = \frac{11}{2} \times \frac{5}{22} = \frac{11 \times 5}{2 \times 2 \times 11} = \frac{5}{4} = 1,25$$

Donc ce nombre A est aussi égale 1,25 est un nombre décimal

2. Montrer que $B = (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 - (\sqrt{10} - 1)^2$ est un entier.

$$\begin{aligned} (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 - (\sqrt{10} - 1)^2 &= (\sqrt{5})^2 - 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - [(\sqrt{10})^2 - 2 \times \sqrt{10} + 1^2] \\ &= 5 - 2 \times \sqrt{10} + 2 - [10 - 2 \times \sqrt{10} + 1] \\ &= 7 - 2\sqrt{10} - 10 + 2\sqrt{10} - 1 \\ &= 7 - 10 - 1 - 2\sqrt{10} + 2\sqrt{10} \\ &= -4 \end{aligned}$$

Donc ce nombre B est aussi égale -4 est un entier relatif

Exercice 3 - 3 points -

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous forme d'un intervalle.

a) $4x - 2 \geq 2x - 1$

$$\begin{aligned} 4x - 2 &\geq 2x - 1 \\ 4x - 2x &\geq -1 + 2 \\ 2x &\geq 1 \\ x &\geq \frac{1}{2} \\ S &= \left[\frac{1}{2}; +\infty[\right] \end{aligned}$$

b) $2(x - 3) < x - 5$

$$\begin{aligned} 2(x - 3) &< x - 5 \\ 2x - 6 &< x - 5 \\ 2x - x &< -5 + 6 \\ x &< 1 \\ S &=]-\infty; 1[\end{aligned}$$

Exercice 4 - 3 points -

1. Résoudre l'équation $4 - \frac{2x+1}{3} = \frac{5x}{6} + \frac{1}{2}$?

$$\begin{aligned} 4 - \frac{2x+1}{3} &= \frac{5x}{6} + \frac{1}{2} \\ \frac{4 \times 6}{6} - \frac{2 \times (2x+1)}{6} &= \frac{5x}{6} + \frac{1 \times 3}{6} \\ \frac{24 - 2(2x+1)}{6} &= \frac{5x+3}{6} \\ \frac{24 - 2(2x+1)}{6} &= \frac{5x+3}{6} \\ 24 - 2(2x+1) &= 5x+3 \\ 24 - 4x - 2 &= 5x+3 \\ 22 - 4x &= 5x+3 \\ 22 - 3 &= 5x+4x \\ 19 &= 9x \\ \frac{19}{9} &= x \\ \text{Donc } S &= \left\{ \frac{19}{9} \right\} \end{aligned}$$

2. Résoudre l'équation $(4x - 12)(33x - 27) = 0$.

$$(4x - 12)(33x - 27) = 0$$

Cette équation produit est nulle si et seulement si $4x - 12 = 0$ ou $33x - 27 = 0$
ssi $x = \frac{12}{4} = 3$ ou $x = \frac{27}{33} = \frac{9}{11}$.

Donc $S = \left\{ \frac{9}{11}; 3 \right\}$

Exercice 5 - 5 points -

On considère $A = (3x - 2)^2 - 16^2$.

1. Développer et réduire A.

$$A = (3x - 2)^2 - 16^2 = 9x^2 - 12x + 4 - 256 = 9x^2 - 12x - 252$$

2. Factoriser A.

$$A = (3x - 2)^2 - 16^2 = (3x - 2 - 16)(3x - 2 + 16) = (3x - 18)(3x + 14) = 3(x - 6)(3x + 14)$$

3. En utilisant la forme appropriée pour A, résoudre l'équation $A = 0$.

On utilise la forme factorisée de A

$$A = 0 \text{ équivaut à } (3x - 18)(3x + 14) = 0$$

Ce produit est nul si et seulement si l'un des facteurs au moins est nul.

$$\text{On a donc } 3x - 18 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x + 14 = 0$$

$$x = \frac{18}{3} = 6 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{14}{3}$$

Les solutions de l'équation $A = 0$ sont 6 et $-\frac{14}{3}$.

Donc $S = \left\{ -\frac{14}{3}; 6 \right\}$

Exercice 6 - 6 points -

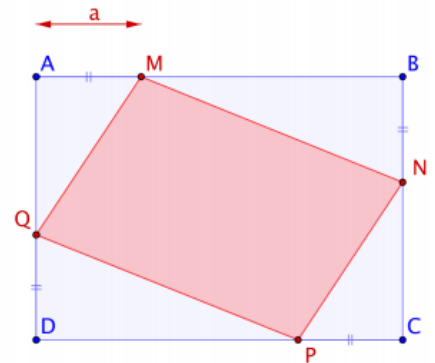
Soit ABCD un rectangle tel que $AB = 7 \text{ cm}$ et $BC = 5 \text{ cm}$.

Le point M appartenant à [AB] est défini par $AM = a$ ($0 < a < 5$).

On place de même les points N, P et Q tels que $AM = BN = CP = DQ$ (voir figure).

On veut calculer l'aire \mathcal{J} de la surface coloriée MNPQ.

N.B. : La question 3 peut être traitée indépendamment de la question 2 en admettant le résultat 2.(b) si nécessaire.



1. Rappeler l'expression de l'aire d'un triangle TUV rectangle en V.

L'aire d'un triangle rectangle est la moitié de l'aire du rectangle

Donc $\mathcal{A}_{TUV} = \frac{TV \times VU}{2}$

2. (a) Déterminer, en justifiant le calcul, l'aire du triangle AMQ en fonction de a.

AMQ est un triangle rectangle en A avec $AM = a$ et $AQ = 5 - a$,

$$\text{donc } \mathcal{A}_{AMQ} = \frac{AM \times AQ}{2} = \frac{a(5-a)}{2}$$

(b) Déterminer, sans justifier, les aires des triangles BMN, CNP et DPQ en fonction de a.

$$\text{De la même manière, } \mathcal{A}_{BMN} = \frac{(7-a)a}{2}, \quad \mathcal{A}_{CNP} = \frac{(5-a)a}{2} \quad \text{et} \quad \mathcal{A}_{DPQ} = \frac{(7-a)a}{2}.$$

(c) En justifiant soigneusement, en déduire que $\mathcal{J} = 2a^2 - 12a + 35$.

L'aire \mathcal{J} de la partie hachurée est égale à l'aire du rectangle ABCD, moins l'aire de chacun des 4 triangles rectangles AMQ, BMN, CNP et DPQ.

$$\text{On a donc } \mathcal{J} = \mathcal{A}_{ABCD} - (\mathcal{A}_{AMQ} + \mathcal{A}_{BMN} + \mathcal{A}_{CNP} + \mathcal{A}_{DPQ})$$

$$\mathcal{J} = 5 \times 7 - \left(\frac{a(5-a)}{2} + \frac{(7-a)a}{2} + \frac{(5-a)a}{2} + \frac{(7-a)a}{2} \right)$$

$$\mathcal{J} = 35 - \left(2 \times \frac{a(5-a)}{2} + 2 \times \frac{(7-a)a}{2} \right) = 35 - (a(5-a) + a(7-a))$$

$$\mathcal{J} = 35 - (5a - a^2 + 7a - a^2) = 35 - (-2a^2 + 12a) = 2a^2 - 12a + 35$$

3. (a) Calculer \mathcal{J} pour $a = 1$.

$$\text{Pour } a = 1, \quad \mathcal{J} = 2 \times (1)^2 - 12 \times 1 + 35 = 2 - 12 + 35 = 25$$

(b) Déterminer a pour que l'aire \mathcal{J} soit égale à 35 cm^2 .

Résoudre l'équation $\mathcal{J} = 35$,

C'est-à-dire $2a^2 - 12a + 35 = 35$

$$2a^2 - 12a + 35 - 35 = 0$$

$$2a^2 - 12a = 0$$

$$2a(a - 6) = 0$$

$$\text{soit } a = 0$$

$$\text{soit } a - 6 = 0 \quad a = 6$$

Mais comme $a = 6$ est impossible, car $BC = 5 \text{ cm}$

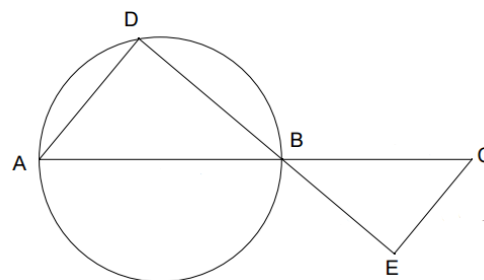
Pour $a = 0$, l'aire X est égale à 35 cm^2 .

Exercice 7 - 6 points -

On considère la figure ci-dessous qui n'est pas faite en vraie grandeur.

On sait que :

- les points A, B, C sont alignés.
- les points D, B, E sont alignés.
- [AB] est un diamètre du cercle \mathcal{C} .
- le point D appartient au cercle \mathcal{C} .
- $AB = 15 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$, $BE = 8 \text{ cm}$ et $EC = 6 \text{ cm}$



1. Prouver que le triangle ABD est rectangle.

Dans le triangle ABD

On sait que le point D est sur le cercle \mathcal{C} de diamètre [AB]

Or Si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle alors ce triangle est rectangle. Le diamètre est son hypoténuse.

Donc le triangle ABD est rectangle en D.

2. Prouver que le triangle BCE est rectangle.

Dans le triangle BCE

On sait que le plus grand côté est [BC] :

$$BC^2 = 10^2 = 100$$

Les deux autres côtés :

$$BE^2 + EC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

Comme $BC^2 = BE^2 + EC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore

On conclut le triangle BCE est rectangle en E

3. Dédire des questions précédentes que les droites (AD) et (EC) sont parallèles.

On sait que ABD est rectangle en D

BCE est rectangle en E

Donc $(AD) \perp (DB)$ et $(CE) \perp (BE)$

De plus D, B et E sont alignés

Or Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors ces deux droites sont parallèles.

Donc les droites (AD) et (CE) sont parallèles.

4. Calculer AD.

On sait que les droites (AD) et (EC) sont parallèles

les points D, B et E sont alignés

ainsi que les points A, B et C

D'après le théorème de Thalès

$$\text{On obtient : } \frac{BA}{BC} = \frac{BD}{BE} = \frac{AD}{CE} \quad \frac{15}{10} = \frac{BD}{8} = \frac{AD}{6}$$

$$AD = \frac{15 \times 6}{10} = \frac{90}{10} = 9$$

Donc $AD = 9 \text{ cm}$.